[illegible]

[illegible] hoc [illegible], Capit. [illegible] quam [illegible] Geome[illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] rectitune, [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] interpon[illegible] [illegible]
[illegible] Sphærae, [illegible] [illegible] conclud[illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] quedam [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible]

[illegible]

[illegible] 121 [illegible]

[illegible]

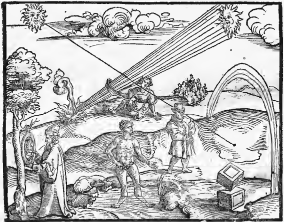
Ubi anguli aequales, [illegible] linea. fol. 126. n° 19.
Reflexio ad angulos aequales ,, 127 ,,
Pyramides. fol. 127. n° 22
Perpendicularis. f. 127. n° 21.
Refractio. 128 n° 24.
Kathetus. fol. 129. n° 27. 28. fol. 131. n° 36 n° 37. fol. 133. n° 43. fol. 146. n° [illegible]
in modo fol. 130. a n° 29. Possibile. fol. 137. a n° 57.
[illegible] fol. 133. a n° 44.
[illegible] fol. 136. a n° 53.
in una imag^e. aliam: fol. 136. n° 56.
Videre q^d fiat in alia domo, f. 137. n° 57.
Kathetus. fol. 130. n° 29. fol. 134. n° 32. pag. 121. 131. [illegible]
Angulus incidentiae est aequalis ang° reflexionis. fol. 124. n° 12. 10. 16. 19. [illegible]
Lines [illegible]. fol. 126. n° 18.
Reflexio [illegible]. f. 5. n° 17.

VITELLIONIS MATHEMATICI DOCTISSIMI

ΠΕΡΙ' ΟΠΤΙΚΗ͂Σ, ID EST, DE NATVRA, RATIOne, & proiectione radiorum uisus, luminum, colorum atque formarum, quam uulgo Perspectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum uisus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparentibus atque speculis, planis, sphæricis, columnaribus, pyramidalibus, concauis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum nisarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuersas, quædam intra, quædam uero extra se in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium ostendant: quædam Soli opposita, uehementissime adurant, ignemque admota materia excitent: deque umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerum cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorum prestantiss. dd. Georgij Tanstetter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Ioann Petreium, Anno M D L I.

CAROLVS Quintus, diuina fauente clemẽtia Romanorum Imperator, semper Augustus, ac Germaniæ, Hispaniarũ, utriusq; Siciliæ, Hierusalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatiæ, &c. Rex, Archidux Austriæ, dux Burgũdiæ, Brabãtiæ, &c. Comes Habspurgi, Flãdriæ, Tyrolis, &c. Vniuersis & singulis notũ esse uolumus. Quũ noster & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimè supplicauerit, q; Ephemerides quasdã, unà cũ alijs infra cõmemoratis opusculis, maximo suo sumptu, pariq; tũ inuẽtionis, tũ æditionis labore, in cõmunẽ bonorũ studiosorumq; omniũ usum candidè & humaniter ædere secũ cõstituerit. Vereaturq; iam ne eadẽ ab alijs quoq;, q ex alterius incõmodo suũ aucupari contendũt commodũ, quiq; alieno labore bene parta, in suũ ipsorum male conuertũt usum, imprimeretur, id q̃d in suum haud uulgare detrimentũ redũdaret, quatenus Priuilegij nostri prærogatiua ad certũ annorũ numerũ, in quo nemo planè illud tentare auderet, se adiuuare dignaremur. Quumq; nos eorũ, qui tũ opera diligẽti ac sedula, tũ uigilantia sua nõ mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendũt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec sumptui parcentes, nec labori, liberaliter insumũt, Reipub. insigniter ꝓdesse solẽt, emolumẽtũ promouere, cõtra dispẽdiũ amouere, ꝑ germano & innato nobis ad eximia honestissimaq; ingenuarũ artiũ studia fauore studeamus, sit ut facilius Apiano q̃q; p̃dicto, precibus eiusdẽ & supplici petitiõi condescendẽtes, Gratiã nostrã hac in re impertiamus singularẽ. Omnibus itaq; & singulis chalcographis, Bibliopolis, & q̃busuis alijs tenore præsentiũ districtè inhibemus, ne uidelicet intrascriptos libros, q̃s p̃nominatus Apianus uel iã æditiõi destinauit, uel æditurus, eruditis omnibus in publicũ cõmunicaturus est unq̃, puta Ephemerides ab anno salutis nostræ Millesimo quingẽtesimo tricesimoquarto ad septuagesimũ supra Millesimũ & quingentesimũ duraturas, præterea libros de Vmbris, Cẽtiloquiũ Arithmetices: & aliũ adhuc de Arithmetica libellũ, cũ Regulis Cossæ demõstratis: De mẽsuratione uasorũ cũ artificiali partis uacuæ inuẽtione: Schedulas diarias siue Almanach cũ iudicijs annalibus, seu (ut uulgus loq̃tur) Practicis, q̃bus aëris mutatiões, dierumq; electiones singulæ cõtinentur: Libros itẽ de cõiunctionibus: Ptolemæũ ex nouissima illa Vuilibaldi Pyrckameri translatiõe, ante hac nunq̃ æditũ, cũ Tabulis correctissimis, & in quadrãgularẽ figurã, cuiusmodi hactenus excusæ nõ sunt, cõformatis: Ptolemæi etiã libros græce, eruditos eos sanè, & (q̃d tãto authore dignissimũ erat) elegantes, natiuamq; illã suam gratiã in propria lingua retinẽtes; Librũ de Eclipsibus: Librũ Azophi astrologi uetustissimi: Libros Gebri: VITELLIONIS q̃q; authoris antiq̃ssimi simul ac doctissimi Perspectiuã, opus & ingens & ipsa materiæ iucũditate laudatissimũ; Astronomicũ Imperatoriũ; Librum de diebus Creticis; Libros de Iride: Tabulas resolutas iã ꝑ eundẽ recẽs supputatas: Radiũ nouum Astronomicũ, simulq; & Geometricũ, unà cũ uario Sinuũ & Chordarũ usu: Librũ de Speculo ad pulcherrimas dimẽsiones apte accõmodato: Introductionẽ Cosmographicã cũ omnis generis obseruatiõibus itidẽ ꝑ sinus & chordas, adiũcto insuꝑ Meteoroscopio duplici, plano & (q̃d inauditũ erit plerisq;) numerorũ, Astrolabiumq; numerorum uniuersale, ut recẽs ita utilissimũ: Tabulas seu Mappas, ut uocant, uniuersi terrarũ orbis generales, aut etiã quarũdã Regionũ seu Prouinciarũ particulares: & q̃cquid in Mathematicis rebus dictus Apianus sub titulo & nomine suo, aut si qua aliena rerũ Mathematicarũ monumẽta prius neutiq; excusa, sua uero iã industria recognita & restaurata, uel etiam figuris tantũ illustrata, ꝑ quoscũq; uolet Impressores, in lucẽ ædiderit, intra spaciũ triginta annorũ, ab ipso æditiõis die cõputando, p̃ter suam ipsius uoluntatẽ, excudant seu excudere faciant, neq; sic excusos uenũ exponant, seu uendant, sub pœna decẽ Marcharũ Auri puri, ꝓ una Cameræ nostræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremissibiliter exoluendarũ, tũ amissionis librorũ sic ad æmulationẽ excusorũ, q̃s ubicũq; locorũ nactus fuerit per se, siue suos, aut adiumẽto Magistratus eius loci, sibi uendicare, & in potestatem suam redigere poterit. Harum testimonio literarum Sigilli nostri appensione munitarum. Datum in Ciuitate nostra Imperiali Ratispona, die tertia Mensis Iulij, Anno Domini Millesimo Quingentesimo Tricesimosecundo, Imperij nostri Duodecimo, & aliorum Regnorum nostrorum Decimoseptimo.



ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQVE BAVARIAE DVCI, &c. Domino suo gratiosissimo, Georgius Tansteter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus S. D.

CVM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc nostram usq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel suas ipsorum lucubrationes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitę restituta, in publicū emittere destinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquē singularem, uel bene de se meritum uel uirtute præditum, uel ipsum eruditum ac literis probe tinctū, ac eius artis quæ in libro eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprij siue alieni labores auspicato prodirent. Quorum ego in præsentiarū institutum in primis decens atq; honestum rite æmulatus Illustrissime Princeps, tuæ Celsitudini alienum, sed præclarū tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum præsertim causæ propter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atq; his longe maiora, necesse habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinem tuam, & huiusmodi studijs maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus Rex Ferdinandus per hyemem ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me domi meæ inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quæ & studium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa eleganter disseruisti. Deinde tot sunt uirtutes tuæ ac tãtæ quibus insigniter enitescit, ut si pro singulis libri sint tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copiosa & affluenter instructa Bibliotheca sit satis futura, quas si sigillatim nominare uelim modum profecto Epistolæ egrederer. Vnam hanc è singularem ac notabilem cōmemorabo, quod anno ab hinc quarto, cum grauissima & periculosa obsidione Vienna Austriæ cingeretur, circumfuso longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito, tu fama exitus modo aduentus hostium & formidulosæ impressionis sponte tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxisti, antequā teterrimi hostes urbem omni ex parte circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia propugnationis munia sic obijsti, ut noctes diesq; ad signa nihil laboris ac discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris, aliosq; defensanda ad mœnia subinde luculenta & mascula oratione fueris exhortatus, sic ut fortiter dicere,

fortius

fortius agere, fortiſsimè pugnare, promptus habeare & expeditus, nihil ſtrenuiſsimo conceſſurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq́; præcipue defenſi conſeruatiq́; fuerint, Illuſtriſsime Princeps author hic, quem tuæ Celſitudini dedico, haud minus quàm quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Auſtriam hoſtium exercitu inter reliquam librariam ſuppellectilem relictus, niſi per te, haud ſecus ac ciuis alter quiſquam defenſus fuiſſet, capta urbe ac direpta, & uerè extrema paſſus interiiſſet. Itaq; pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet à te conſeruatus, uindicatusq́; ab exitio, & mea nunc opera in publicum emiſſus tibi dedicationis munere grata mentis confeſsionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen eſt gentile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus DC. uixit. Et abſolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς ſummo iudicio pariq; diligentia conſcripſit, exactoq; ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclariſsimæ huius artis apprehenſionem conſummatamq́; ſcientiam attinet, nihil in eo deſiderari poſsit, eum Celſitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, ſimulq́; obnixe rogo, animum dantis, & affectum potius quàm ipſum oblatum munus intuearis, & Tanſtetterum, quem hactenus fouiſti, pari benignitate porrò etiam proſequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illuſtriſsime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriuſq; Bauariæ Ducem &c. Vrſinus Velius.

Iampridem magnis animi ſpectate periclis
　Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima ſeruatæ fueras qui cauſſa Viennæ,
　Hoſtibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq; tum obſeſſus ſe nunc tibi dedicat author,
　Hæc tibi ſeruati præmia ciuis habe.
Quod non hoſtili fuerit deperditus igni,
　Perpetuo dici geſtit, & eſſe tuus.
Huic tibi conſimilem debere fatetur honorem
　Tanſtetter, cuius prodit hic auſpicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,
　Diuulgat populi docta per ora tuum.

3

ILLVSTRISSIMO VERE QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMINO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingolstadiensi professor, salutem precatur & incolumitatẽ:

SVbinde mecum ipse admirari soleo, Princeps Illustrissime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuicijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscindere modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominum numero reijciantur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstuosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquant, quæ non sit, ut ipsi loquuntur, de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro seculo alioqui in bonarum artium profectu fœlicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiam elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omnibus retro seculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendum sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odio conflagrasse, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plariq; omnes ueterum Rhomanorum, quorumquisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquentiæ studijs uersatior. Superfluum fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos commemorare. Quis non eximium Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uere regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plærumq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia

Celsitudini tuæ cõmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor, tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nõ infœliciter respondens amori profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, qur non ignobilem hunc de Perspectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir clarissimus D. Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquando progressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud offerendi authorem hinc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author ipse nunc ueluti recens natus atq; in lucẽ æditus, tam præclare de Perspectiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripserunt sit anteferendus. Nõ male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus, sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus super sunt monumenta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Pisani Anglici, fratris Theodorici ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo nihil sanè neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat profectum, nos quoq; pro candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorem hunc figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uideor fecisse, & opus hoc illustrissimæ Celsitudini tuæ cum paratissimis obsequijs obtulisse. Bene ualeat nunc nobis omnibus T. C. illustrissime Princeps, & bonarum artium profectum sedulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aspexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITELLO filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectũ perspicuum subscriptorum.

VNIVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium, me quoq; arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dũ ens intelligibile à primis suis prodiens principijs, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causæ, actu mentis coniungeres, & singuloꝝ causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiã inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiũ uniuersi, diuinæ uirtutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contractã uirtutẽ participãt ut possunt, sicut & in alio substantiaꝝ intellectiuarum ordine inferiores substantias per superioꝝ sui ordinis illustrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuscuiusq; natura fert, per modum intelligibilium influentiaꝝ fieri mentis acumine perspexisti: Sicut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinũ lumen per modũ intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia disponunt. Corporaliũ uero influentiarũ lumẽ sensibile, est mediũ superioribus corporibus perpetuis secundũ substantiã solũ in potentia ad ubi existentibus infima corpora, quæ secundũ formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam corporalis formæ materijs inferioꝝ corpoꝝ se applicans, & secum delatas formas diuinorum & indiuidualiũ artificum per modũ diuisibilem caducis corporibus imprimẽs, suiq; cũ illis incorporatione nouas semper formas specificas aut indiuiduas producẽs, in quibus resultat per actum luminis diuinũ artificium tam motoꝝ orbium ꝙ mouentium uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimensionibus corpoꝝ, quibus influit, se coæquat, & extensione capacium corporum se extendit; attamen quia fontẽ, à quo profluit, habet semper secundũ suæ uirtutis exordiũ, prospicere dimensionem distantiæ, quæ est linea recta, per accidens assumit, sicq; sibi nomẽ radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali. Superficierum uero passio, quæ per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo radio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radioꝝ perpendicularitas est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos causat angulos & obtusos, & secundũ huiusmodi luminariũ influentiarũ uariantur. Cum itaq; tua solertis diligentia ingenij secundũ hæc cœlestiũ influentiaꝝ diuinam uirtutem respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundũ uirtutes agentes, sed secundum diuersitatẽ modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uersari, eiusq; diligenti inquisitioni studiosam animã applicare.

Libros itaq; ueterũ tibi super hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerbositatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præsertim quia tibi cõmissum officium pœnitentiariæ Romanæ ecclesiæ, cuius curæ partẽ geris, credens plus intellectu practico ꝙ speculatiuo, pœnitentibus succurrere, te cohibuit à multitudine uidendoꝝ: maluisti enim languentium animaꝝ diuino antidoto languoribus succurrere, ꝙ ipsoꝝ hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, sub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem, hisq; materijs mihi nondũ cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussionibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui, præsentisq; operis dispendium pro meæ possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conscribendum. Attendens quoq;, quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in sensum, & quod lumen sit primum omniũ formarum sensibilium, quodq; rerum sensibilium omniũ causas efficientes intendamus perquirere, quorũ plurimas differentias uisus nobis ostendit. Præmissorum per modũ entium uisibilium perscrutatio placuit, sicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quorũ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formarũ actionis modum occultissimum pertractandũ, ut opus præsens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quòd enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Sensus enim præsentia nihil addit actionibus naturaliũ formarũ. Omnem itaq; modum uisionis Mathematica uel naturali demonstratione transcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ possibilitatis modulo tractabo. In omnibus eñ illis uidendi modis, formæ naturales ad uisum se diffundunt, radijq; uisuales non exeunt ad capescendas formas rerum. Vnde si præsentiæ formarũ diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nõ erit, sed formæ in subiecta corpora sibi dissimilia, impriment quantum possunt. Tu itaq; uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultũ inueneris, perspicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIBROS DIUISIO, & quid in singulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus distinguendum. Volentes eñ omne ens uisibile, ut suæ uisibilitati passio accidit, Mathematica demonstratione cõcludere, & hac uia catenus ut nobis est possibile, certius ambulare, librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus usi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaq; huius scientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic scientiæ sunt necessaria. Et in hoc ea duo, quæ demonstrata sunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & horũ, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quæ nobis uisa sunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo quoq; hoc nostro libro, de modo proiectionis radiorũ per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporũ diuersas: Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his quæ præambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quæ fiunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, deq; essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia Opticorũ. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uisui secundũ directum modũ uidendi per unum mediũ, siue sint passiones Mathematicæ, siue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi, qui fit per reflectiones à politis corporibus, quæ specula dicimus, transferentes tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphæricũ, columnare siue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim sunt omnia specula, à quibus regularis potest fieri reflectio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per hæc specula solũ corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dũ demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculorũ discurrimus, cœlestes

& om

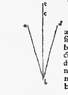
& omnes naturales influentias à subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturæ operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniã uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum præsentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaq; speculorum cõmunes passiones, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passiones, quæ accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta à speculis sphæricis conuexis. In septimo uero posuimus passiones accidentiũ à speculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à speculis sphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoq; de his, quæ fiunt à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, à quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eædem passiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoq; decimo tractatu adiecimus passionem soli uisui accidentẽ ex diuersitate mediorum, ut est impressio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præsenti scientia ortum habet. Sicq; quasi omnium uisibilium generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaq; ex præmissis, quòd triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilium propter diuersitatem mediorum. Hi quoq; tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœlestium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & hæc actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol enĩ nõ adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quæ sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: q̃uis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à speculo sphærico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculoꝝ assimilante se figura corporis à quo fit reflectio figuræ speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorũ diaphonorum, quæ similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicemus. In his itaq; naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisu: quoniam non existente perceptione uisiua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaq; præmissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematis contenti sumus. Dũ uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

LIBER PRIMVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

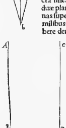
DIFFINITIONES.

QVæ uero per modū principiorū huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineā perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctū lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ super planā superficiē in puncto suæ incidentiæ superficiē conuexā uel concauā cōtingentē est erecta. Circuli seinuicē secantes dicunt, quorū diametris est aliqua linea cōmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphæræ dicitur, qui transiens centrum sphæræ, diuidit ipsam in duo æqualia. Minor uero circulus sphæræ dicitur, qui neq; transit centrum sphæræ, neq; diuidit ipsam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphæras uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauū maioris sunt æquales. Sphæras seinuicem cōtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphæras seinuicem intersecantes dicimus, cū sphæris se nō cōtinentibus diameter unius per alterā resecat. Sphæras intrinsecus se intersecantes, dicimus quorū maior pars unius in altera cōtinet. Superficiem planam sphærā contingere dicimus, quæ cū sphæram tangat, ad oēm partē educta non secat. Denominatio ꝓportionis primi ad secundū, dicitur quantitas quæ ducta in minorē producit maiorē, uel quæ maiorem diuidit secundū minorem. Proportio dicitur cōponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationū illarū proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si anguli a b c, & c b d, sint æquales, & linea a b & b d sunt æquales. tantum distabit linea a b à linea b c, quantum linea b d distat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se cōtingunt, unā ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportiones ex similibus proportionibus componi, & in similes proportiones diuidi, & easdem habere demonstrationes.



THEOREMA I.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

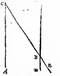
Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utcunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungūtur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cōiunguntur, erūt ipsæ in eadem superficie. Si linea b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primā undecimi. Palam ergo, quoniā lineæ a b & c d necessario consistunt in eadē plana super

persi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

II.

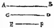
Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.



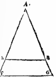
Sint duæ lineæ æquedistātes quæ a b & c d. quarũ unā scilicet a b secet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e secabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam lineam b e, quæ si concurrit cum c d, habetur propositũ. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquedistantiũ linearum, quoniam linea b e est æquedistans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquedistās lineæ a b, sed palàm ex hypotesi, quoniam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat linea b e lineæ c d, ergo necessario concurrit linea b e cum linea c d, quod est propositum.

III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.



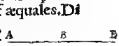
Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionẽ aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una linea continua abscindatur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cõmuni distinguente duas lineas resectas, qđ sit punctũ e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur linea æquedistans lineæ e b per 31. primi, quæ sit f g. Deinde, ꝑtrahaẽ linea a b in cõtinuũ & directum, quousq; secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaq; punctus concursus g. Dico, ꝙ per secundã 6. eadem est proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ est lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quolibet aliarum respectu reliquarum duarum demõstrari potest, patet ergo propositum.



IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiũ linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitq; linea a b maior q̃ linea c d, addatur quoq; linea b e ipsi a b, & linea d f ipsi c d, sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor est proportio lineæ a e ad lineam c f q̃ lineæ a b ad lineã c d, quoniã enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e secundum proportionẽ linearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo linea a b est maior q̃ linea c d, patet, quia linea b e est maior q̃ linea d g, ergo & linea d f est maior q̃ linea d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, q̃ ad lineam c g minorem, est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d q̃ lineæ a e ad lineam c f, & hoc est propositum.



V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanq̃ tertij ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b sicut c ad d, erit per 16. quinti

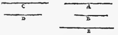


permutatim proportio b ad a sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum sicut quarti ad tertium, quod est propositum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad secundam maior quam tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio secundæ ad primam quam quartæ ad tertiam.

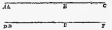
Esto proportio lineæ a ad lineam b maior quam lineæ c ad lineam d. Dico, quod erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a quam lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b quam lineæ c ad lineã d, ex hypothesi patet, quod minor est proportio lineæ e ad lineam b quam lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a est maior quam linea e, & quia est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit per præmissam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Est autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a quam ad lineam e, est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a quam lineæ d ad lineam c, quod est propositũ.



VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior quam secunda, & tertia maior quam quarta, erit euersim eadẽ proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam.

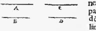
Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c secunda, d f tertia, & e f quarta. Sitque linea a b maior quam linea b c, & linea d f maior quam linea e f excedat quoque linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, quod eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim est proportio lineæ a c ad lineã b c sicut lineæ d f ad lineam e f, est ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f sicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e sicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b sicut lineæ d f ad lineam d e, quod est propositum.



VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam quam secundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & sit a prima maior quam b secunda, & sit c tertia maior quam d quarta. Dico, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quam lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c est maior quam linea d, ex hypothesi patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineã d quam ad lineam c, minor uero est proportio lineæ b ad lineam c quam lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmissum est, linea a est maior quam linea b, & quoniã quicquid est maius maiore est maius minore, patet, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quam lineæ b ad lineam c, patet ergo propositum.



IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior quam tertia, & secunda minor quam quarta, maior erit proportio primæ ad secundã quam tertiæ ad quartã.

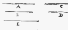
Sint quatuor lineæ a prima, b secunda, c tertia, d quarta, sitque a maior quam c, & sit b minor quam d. Dico, quod maior est proportio a ad b quam c ad d, quoniã enim linea a est maior quam linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior est proportio lineæ a ad lineam b quam lineæ c ad lineã b, sed quia



Sed quia ex hypothesi linea b est minor q̃ linea d, patet per eandē 8. huius quinti, quoniam maior est proportio lineæ c ad lineam b q̃ ad lineam d, est ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b secundam q̃ lineæ c tertiæ ad lineam d quartã, & hoc est propositum.

X.

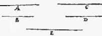
Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam q̃ secundæ ad quartam.



Sint quatuor lineæ a b c d, sitq́ proportio a ad b maior q̃ c ad d. Dico, q̃ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineã d, erit ergo ex hypothesi & ex 10. quĩti linea e minor q̃ linea a, ergo per 8. quinti maior est proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ e ad lineam c. Est autem ex præmissis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c sicut lineæ b ad lineam d, palàm ergo, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d, quod est propositum.

XI.

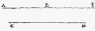
Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam.



Esto 4. linearũ a b c d maior ꝓportio a ad b q̃ c ad d. Dico, q̃ totius lineæ a b ad lineã b maior erit ꝓportio q̃ totius lineæ c d ad lineã d. Sit enĩ ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineã b, q̃ lineæ c ad lineã d, est ergo ex hypothesi maior ꝓportio lineæ a ad lineã b q̃ lineæ e ad lineã b, ergo ꝑ 10. quinti linea a est maior q̃ linea e. Tota ergo linea a b est maior q̃ tota linea e b, ergo ꝑ 8. quinti maior est ꝓportio totius lineæ a b ad lineã b q̃ totius lineæ e b ad lineã b, ꝑ 18. uero quĩti est ꝓportio lineæ e b ad lineã b, q̃ lineæ c d ad lineam d, est enĩ ex p̃missis ꝓportio lineæ e ad lineã b sicut lineæ c ad lineã d. Est ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineã b q̃ lineæ c d ad lineã d, q̃d est ꝓpositum.

XII

Si quatuor quantitatum proportio primæ & secundæ ad secundã sit maior q̃ tertiæ & quartæ ad quartam, erit disiunctim maior proportio primæ ad secundam q̃ tertiæ ad quartam.



Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineã b maior q̃ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, q̃ erit disiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineã d, erit ergo ex hypothesi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b q̃ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior q̃ linea e b, ablata ergo utrobiq́ linea b cõmuni, relinquitur linea a maior q̃ linea e, est ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ e ad eandem lineã b. Sed per præmissa est proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineã d, & hoc est propositum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocq́ ordine dispositarum, quarũ mediæ ad utramq́ extremarum aliqua sit proportio, erit proportio primæ ad tertiam composita ex proportiõe primæ ad secundam & secundæ ad tertiã, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur semper

ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

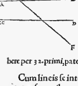
Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior ꝙ media quæ est b, & b sit maior ꝙ tertia quæ est g, sitq; ipsius b ad ambas extremas ꝓportio nota. Dico, ꝙ proportio lineæ a ad lineam g tertiã componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex ꝓportione lineæ b ad lineam g, quoniã enim proportio lineæ a ad lineã b est nota, sit quantitas d denominatio illius ꝓportionis, & similiter quia proportio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius ꝓportionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineã g. Dico, ꝙ ex ductu e in d fit z, quoniã enim per diffinitionem ex ductu z denominationis ꝓportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem ꝙ sit a fit linea a, similiter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq; z primum & d secundũ linea b tertium & linea g quartũ, quia itaq; illud quod fit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod fit ex ductu secundi in tertium, patet ꝑ 15. sexti, quoniã est proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartũ, est ergo ꝓportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio ꝓportionis z ad d ex suppositiõe est eadem cũ denoĩatione ꝓportiõis lineæ b ad lineã g, sed denominatio ꝓportiõis lineæ b ad lineã g est quãtitas e, ergo denoĩatio ꝓportionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio ꝓportiõis lineæ a ad lineã g quæ est z producitᷣ ex ductu denominationis ꝓportiõis lineæ a ad lineã b in denominationẽ ꝓportionis lineæ b ad lineã g, patet per diffinitionẽ, quoniam ꝓportio lineæ a primæ ad lineã g tertiã cõponitᷣ ex ꝓportiõe lineæ a primæ ad lineã b secundã, & ex ꝓportione lineæ b secundæ ad lineã g tertiã q̃d est propositũ primum. Eodem quoq; modo potest faciliter demõstrari de quocũq; medijs inter quælibet duo extrema collocatis, semper enim ꝓportio extremorum ad inuicem componitᷣ ex omnibus ꝓportionibus mediorũ ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.



XIIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorũ se habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundũ quod ꝓponitur. Dico, quoniã lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant, patet ꝙ sunt æquedistãtes, ergo per 29. primi sequitur contrariũ hypothe. ꝙ est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum anguloꝝ cõcurrere est necessarium, quoniã si ad partem maiorum angulorum cõcurrant, sequeretur angulũ extrinsecum trigoni tanti fieri minorẽ angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum anguloꝝ concurrũt, si ex concesso ad partes maiorum anguloꝝ concurrerẽt, sequeretur rectas lineas superficiem includere, ꝙ est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum anguloꝝ concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur ꝙ illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propósitoꝝ modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.

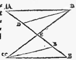


XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, secantibus ex utraq; parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas fit sectio, æquales esse.

Verbi

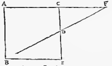
Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, à quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secent se in puncto e, ita, ꝙ linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, ꝙ linea a d est æqualis lineæ c b, q̃n enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.



XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere est necesse.

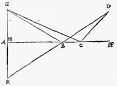
Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq́ʒ linea c d minor q̃ʒ linea a b, producanturq́ʒ per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq́ʒ per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaqʒ linea b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipsa concurrit cum linea a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor q̃ʒ linea a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus qui est f, erit ultra lineam c d.



XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b, productæ super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ si à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a sit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d simul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g h b & k h b sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æqueæqui anguli, ergo per 4. sexti, cũ linea h b sit cõmunis & æqualis sibipsi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & linea g b æqualis est lineæ b k, & linea g c æqualis est lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoqʒ de quibuscunqʒ lineis à punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandũ, patet ergo propositum.

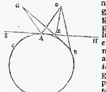


XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales simul iunctis.

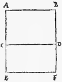
Sit linea curua a b c, super cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g sit æqualis angulo b a d. Dico, q; si ducantur aliæ lineæ à punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, cõtinentes angulos inæquales cum linea a b c, q; ambæ lineæ g a & d a simul iunctæ, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cõtingentiæ qui sunt e a c & f a b sunt æquales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt æquales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctũ ubi linea g b secat lineam e f, q; sit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior q; linea g z, quia totũ parte & linea d b est maior q; linea d z per 19. primi, quoniã angulus d z b est maior angulo siti trigoni, patet ergo ꝓpositum in arcu circuli conuexo, & eodẽ modo demonstrandum in quacunq; alia columnali uel pyramidali sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo propositum.



XIX.

Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illæ duæ superficies secundum illam lineam se secent.

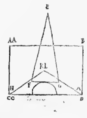
Sint duæ superficies planæ a b c d & c d e f, in quarũ utraq; sit linea c d. Dico, q; illæ duæ superficies secant se super lineã c d. Si enim illæ duæ superficies ad lineã c d ut ad cõmunem terminũ per modum unius superficiei contingentiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipsæ sunt partes unius superficiei, & non duæ superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsæ superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminũ copulentur, palàm per 3. nisi cum ipsæ ad inuicem se secent, q; ipsis aliqua linea est cõmunis, aut ergo secant se super lineã c d, & habetur propositũ, aut super aliam quã continet datam, & tũc cũ illa sit ambabus ꝓpositis superficiebus cõmunis per prænominatã tertiã, nisi & eisdem sit linea c d cõmunis ex hypothesi, sequitur, ut duæ planæ superficies illas duas lineas interiacẽtes corpus includant, qđ est ĩpossibile & cõtra suppositionẽ, patet ergo ꝓpositũ.



XX.

Ab uno puncto in aëre dato, super unamquãq; substructam planam uel cõuexã superficiẽ, una tantũ ꝑpendicularis duci potest.

Sit data superficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, q; à puncto e ad substructã superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superficiem planã datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ sunt e f & e g, quia itaq; lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ sunt in eadem superficie, & quoniã lineæ illæ sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineæ illæ, erecta super superficiem a b c d. Huius itaq; superficiei & superficiei a b c d cõmunis sectio est linea f g per præmissam, in trigono itaq; e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ super superficiem, hoc autem est im-

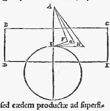


eſt impoſſibile & contra 32.primi,ꝙ hoc etiã patet in ſuperficiebus conuexis,quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis ſit quã cõtinet ſuperficiẽ conuexã, eſt perpendicularis ſuper planã ſuperficiẽ ipſam conuexã, ſuperficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentẽ,patet,quia in omni ſuperficie conuexa idem accidit impoſſibile.Si enim ſit ſuperficies ſphærica conuexa,in qua ſit arcus f g,ſit ut ipſam contingat in puncto f ſuperficies plana,in qua ducatur linea h f k,& in pũcto g ſuperficies plana,in qua ſit linea l g m,palàm ergo ex præmiſſis,quia anguli e f k & e g f ſunt recti,producta quæq; corda f g,palàm,quia anguli e f g & e g f ſunt maiores rectis quod eſt impoſſibile,non eſt ergo poſſibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad ſuperficiem planã uel conuexam,patet ergo ꝓpoſitum,quoniã in quibuſcunq; alijs conuexis ſuperficiebus eſt eodem modo demonſtrandum.

XXI.

Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem ſuperficiem planam uel conuexam productarum,minima eſt perpendicularis.

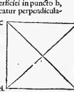
Eſto ſuperficies plana b c d,& punctum extra ſignatum a,à quo ducantur plurimæ lineæ ad ſuperficiẽ datã,ut contingit,ſcilicet a e,a f,a g,a h,ſola tamen a e ſit perpendicularis.Dico,ꝙ linea a e eſt omnium aliarum breuiſſima,ducantur a lineæ e f,e g,e h,& componantur trigona orthogonia, palàm itaq; cum per 32.primi angulus rectus ſit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã linea a e per 19.primi breuior eſt qualibet linearum a f,a g,a h,& etiã aliarum quarumcũq; ſic productarum,patet ergo propoſitũ in planis,ſed & in conuexis patet idem, quoniã ſi perpendicularis ſuper conuexã ſuperficiem ſit a e,& ſit b c d i ſuperficies plana contingẽs ſuperficiem conuexã ſecundum punctum e, ducanturq; lineæ a f,a g,a h ſuper ſuperficiẽ planam,erunt illæ omnes maiores perpendiculares, ſed eædem productæ ad ſuperficiem conuexam ſunt maiores,patet ergo propoſitum.



XXII.

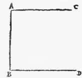
Ductæ à ſupremo termino lineæ ſuper ſuperficiem erectæ ad lineam perpendicularem,cuicunq; lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in ſubiecta ſuꝑficie ꝓtractæ, neceſſe eſt correctã lineã ſuperiacentẽ perpẽdicularẽ eſſe.

Sit punctum in aëre datum quod ſit a,à quo ad ſuperficiem planam ſubiectam quæ ſit b c d,erigatur linea per 12.undecimi quæ ſit a b,incidẽs datæ ſuperficiei in puncto b, & in ſuperficie b c d ducatur linea d c ut placuerit,& à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineã d c, quæ ſit b d,& copuletur,linea a d eſt perpendicularis ſuper lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcũq; punctum ut c,& ducatur linea a c,b c,quia itaq; linea a b eſt erecta ſuper ſuperficiem b c d, patet per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b c eſt rectus,ergo per penultimã primi quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearum a b & b c,ſed & quadratum lineæ b c eſt æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimam 10.ꝙ linea b d eſt perpendicularis ſuper lineam c d ex hypotheſi,quadratum itaq; lineæ a c eſt æquale tribus quadratis trium linearum quæ ſunt a b & b d & c d,ſed quadratum lineæ a d eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a b & b d, quadratũ ergo lineæ a c eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a d & d c,ergo per ultimam primi angulus a d c eſt rectus,patet ergo,ꝙ linea a d eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã d c,quod eſt ꝓpoſitum.



XXIII.

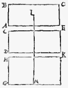
Duabus planis ſuperficiebus æquediſtātibus, una linea recta incidente, quæ ad alterā earū erit perpēdicularis, erit quoq; ad reliquā ꝑpendicularis.



Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ ſi linea a b fuerit ꝑpendicularis ſuper unā iſtarū ſuperficierū, ꝙ erit ꝑpendicularis & ſuper reliquā, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierū illarū linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum enim ꝓtractæ nō concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorū, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniā & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniā eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ linea a b cum ſingulis ſibi conterminātibus lineis in utraq; ſuperficierū illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b ꝑpendicularis ſuper alterā ſuperficierū, palàm, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.

XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quoq; concurrens cum una æquediſtantiū ſuperficierum & cum reliqua concurret.

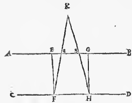


Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea ꝑpendicularis ſuper illā ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itaq; per præmiſſam, quoniā illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminorū erit ipſa per eandem præmiſſam ꝑpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itaq; una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitū primum, & per hoc & per 2. huius patet etiā ſecundum ꝓpoſitum.

XXV.

Omnes lineæ ꝑpendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales, & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares

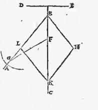


quæ e f & g h. Dico, ꝙ lineæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtātes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiā ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandū eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, qđ ſi lineæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqualis angulo e f d, erūt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quia itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demōſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

Cui-

XXVI.

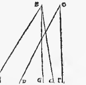
Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.



Est angulus datus a b c.& linea data d e, separetur itaq; à linea b c, & ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi, & in pũcto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatẽ semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g, & ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionẽ, patet ergo propositũ. Potest & idem aliter demonstrari, à puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit super lineã a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e, & à puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ per secundũ huius necessario cõcurret cum linea b c. Sit punctus concursus k, & à puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k, quæ sit k l, erit quoq; superficies b h k æquedistantiũ laterum, ergo per 34. primi linea l k est æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ est d e, patet ergo propositum.

XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

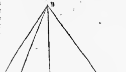


Sint duo anguli dati a b c, d e f, sit a b c maior & d e f minor, propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autẽ fiet per 23. primi, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g, & hoc est ꝓpositum.

XXVIII.

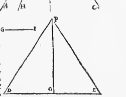
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

Non indigemus quo ad præsens propositũ diuisione aliorum angulorũ in partes tres æquales, sed solũ recto, & ob hoc nõ proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia, ut in ea quæ de elementa its cõclusionẽ uniuersaliorẽ dignã ꝓpositũ existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quẽ in partes tres æquales uolumus diuidere, assumatur ergo linea quæcunq; & sit b e, super quã constituatur trigonum æquilaterum per primã primi, ꝙ sit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b c resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propositum.

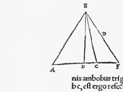


XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit. & si linea secans basem ad punctum, concursus laterum trigoni producatur, illa angulum basi oppositum secabit.



Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, ꝙ eadem linea b d producta, necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32. pri-



mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonorũ a b c & a b f angulus b a c cõmunis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d f angulum a b c, cadet itaq; necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc diuideret angulum a b c, patet ergo ꝓpositum primũ, patet etiã & reliquũ ꝓpositorũ, quoniã si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, qđ est punctus concursus laterum a b & c b, patet ꝙ linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, qđ est secundum propositorum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum à quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

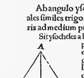
Sit datus trigonus a b c, à cuius angulo b a c ducatur linea ꝑpendicularis super basem b c, secetq; ipsam in pũcto d, & sit a d, sitq; illud qđ fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est ꝓportio lineæ b d ad lineã a d, quæ lineæ a d ad lineã d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineã g e, erit ergo illud qđ fit ex ductu lineæ b d ad lineã g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, est maius quadrato lineæ a d, patet ꝙ linea g e est minor ꝙ linea d c per primã sexti, abscindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineã d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniã est ꝓportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineã d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f rectus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterq; demonstrandum, ꝙ si illud qđ fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniã angulus b a c est acutus, nam per eandẽ demonstrationẽ patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniã si illud qđ fit ex ductu lineæ b d in lineã d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniã angulus b a c est rectus, patet ergo propositum.



XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partiales similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.

Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c ꝑpendicularis a d. Dico, ꝙ ꝓpositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniã enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per diffinitionem ꝑpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorũ æquos angulos respicientia sunt ꝓportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per diffinitionem similium trigonorũ, patet ergo ꝓpositum primum, & quoniã illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d cõmune, patet, quia etiã latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertin-



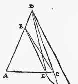
gis

git ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunq; puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonū secās latus ab illo pūcto remotius & ꝓpinquius illi necessario secabit.

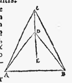
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, q̃ d e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuū & directum, secabit itaq; linea d c in aliquo puncto lineā d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminentur ad punctum c interiacens punctum e, necessario illā secabit, sit punctus sectionis f, palam itaq;, quoniā duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, qđ est impossibile. Idem quoq; accidit, si line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctū unum conueniant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

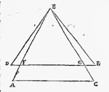
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterū a b punctis terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrāt in puncto d. Dico, q̃ angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c d b, q̃ enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet ꝑ 21. primi. Producatur itaq; linea d c ultra punctum d usq; ad punctum e, est itaq; per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d c b, quod est ꝓpositum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uicinior a b c, ducatū linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, q̃ si à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palām, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, q̃ etiā patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans ba c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in pūcto f, & latus b c in puncto g, quia itaq; per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cū duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

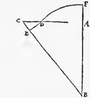


XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, q̃ partis basis remotioris ad propinqniorem.

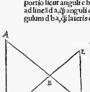
Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c, qđ est basis anguli a b c, linea recta quæ sit b d. Dico, ꝙ minor est ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorē ipsi recto, q̃ partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquius ipsi angulo recto, quoniā enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaq; b secundum quātitatem semidiametri b d describatur arcus circuli secans lineā b c in puncto e, & ad ipsum producatur linea b a in punctum f, factiq; erunt duæ sectiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniā est ꝓportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcū d e, ut patet per modum demonstrationis primæ sexti, quoniam omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipsoꝝ sectorum, ꝓportio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimā sexti. Cum itaq; trigonum c d b sit maius q̃ sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior ꝓportio q̃ sectoris e b d tertij ad sectorem d b f quartū. Est autem per primā sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex præmissis, est proportio sicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, ꝙ maior est proportio lineæ c d ad lineā d a, q̃ anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a, q̃ lateris c d ad latus d a, quod est propositum.



XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori simile principiant lateribus positione & situ transmutatis.



Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c sinistrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, linea scilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungat̄ linea d e, erit itaq; trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera istorum trigonorum positæ, & situ transmutata, quod est ꝓpositum primum.

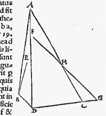
XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquū uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, sintq; anguli a b c & a d c recti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquū laterū rectos angulos continentiū a b unius sit minus reliquo latere alterius, qđ est a d, ut patet in ꝓposita figuratione, si linea a b intelligatur erecta super lineā b c superficiem eius, & linea b d intelligatur ꝑpendicularis super lineā d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝑpendicularis super lineā d c per 22. huius, ꝙ etiam patet, si in superficie iacente ducatur linea b e æquedistanter lineæ d c per 31. primi, & quoniā linea a b est ꝑpendicularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineæ b d, d c, b e, palàm per diffinitionē lineæ erectæ, quoniā angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi, cum anglus b d c sit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c æquedistent, ergo per 4. undecimi linea b c est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c est ꝑpendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed

& latus

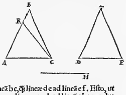
& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniã angulus a b d est rectus. Dico ergo ꝙ angulus a c d est maior angulo a c b, quoniã enim latus a d est maius latere b a per 19. primi, cum angulus a b d sit rectus, patet, ꝙ præsens figuratio est conformis hypothesi, resecetur ergo per 3. primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ sit linea d f, & quia linea d c est minor latere b c per 19. primi, quoniã angulus b d c est rectus. Protrahatur linea d c, & resecetur in puncto g taliter, ut sit linea d g æqualis lineæ b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angulus f d g æqualis est angulo a b c, quia uterq; rectus, erit ꝑ 4. primi basis f g æqualis basi a c, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b, quia uero puncta a & f sunt in linea a d, & puncta c & g sunt in linea d g, palàm, quia lineæ a c & f g sunt in una superficie quæ a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineæ g f & c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, palàm ex 16. primi, quoniã angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius æquali scilicet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ꝓpositum, similiterq; demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constituta, palã, quia in ipsis æqualia & æquiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura disponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, ꝙ uniuersaliter ꝓpositum, & ex hoc patet, ꝙ angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.



XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ, quorũ latus subtẽsum recto angulo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quâm latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorũ anguli a b c & d e f sint recti, sitq; latus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq; maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e. Dico, ꝙ angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim maior est proportio lineæ a c ad lineã c b, q̃ lineæ d f ad lineã f e. Sed per 46. primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b, & quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ sunt d e & f e, & q͞a per 18. sexti ꝓportio quadratorũ est ꝓportio duplicata laterũ, patet, ꝙ maior est ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, q̃ q̃drati d f ad quadratũ f e, est ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c, q̃ amborũ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e, ergo ꝑ 12. huius maior est ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c, q̃ quadrati d e ad quadratum e f, est ergo per 24. sexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c, q̃ lineæ d e ad lineã e f. Esto, ut quæ est proportio lineæ d e ad lineã e f, eadem sit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius, erit ergo linea g h minor q̃ linea a b per 10. quinti. Resecetur ergo per 3. primi ex linea a b æqualis lineæ g h & sit b k, & cõtinetur linea c k, erunt ergo per 6. sexti trigona d e f & k b c æquiãgula, angulus itaq; b c k est æqualis angulo e f d, sed angulus b c a est maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq; a c b maior est angulo d f e, & hoc est ꝓpositum, ex quo etiam patet, ꝙ eius cõuersa est uera, quoniã in talibus trigonis lineæ maiores

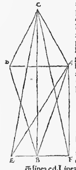


iores angulos continentes, maiorem habent ad seinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ sub illa obliqua & quacunq; linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, sunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui c substrata superficies plana quæ b c d, super quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturq; ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c est minimus omnium angulorũ contentorꝫ sub linea obliqua a b, & sub unaquaq; linearum à puncto b ductarũ in superficie b c d, & ꝙ semper propinquior est ipsi minor ꝙ̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales solum ex utraq; parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcunq; cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea ꝑpendicularis super lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, est itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis super lineã b d. & quoniam angulus a c d est rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior est katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq; patet, quoniã angulus a b c minimus est omnium angulorũ contentorꝫ sub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & sub ipsa linea b c, ꝓpinquior quoq; illi est minor remotiore, ducatũ enim à puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quæ sit b e, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quæ sit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis super lineã b e, & quoniã angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per conuersam præmissæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ ꝙ̃ linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c est multo maior ꝙ̃ linea c d, sed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior est ergo linea a e ꝙ̃ linea a d per 46. primi, linea c e est maior ꝙ̃ linea c d. Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem ꝙ̃ ad lineã e a per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaq; b a d est maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoq; demonstrãdum, ꝙ semper angulus ꝓpinquior minor est remotiore, solũ uero duo ex utraq; parte æquales consistunt, super punctum enim b terminũ lineæ c b in subiecta superficie constituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter super lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d est æqualis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b est cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d est æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est ꝑpendicularis super ambas d c & f c. Est itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a est cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, similiter quoq; demonstrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, est ergo angulus a b c minimus etc. ut ꝓponĩ, patet itaq; intentum.

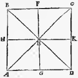


Omnium

XL.

Omnium superficierum æquedistantium laterum diagoni per æqualia se secant, ex quo patet, ꝙ punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

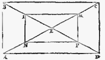
Sit superficies æquedistantiū laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, ꝙ diagoni secantur se adinuicem per æqualia, & ꝙ punctū e est medium punctū superficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoq; angulus, a c e b, est æqualis angulo, e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, sicut lineæ c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b e est æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt se adinuicem per æqualia, & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e æqualiter distat ab omnibus extremis, in quo tñ si aliquod dubiū fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lateribus superficiei propositæ, per 31. primi, quæ sint f g & h k, sequetur'q; propter æqualitatem partiū ipsorū diagonorū modo prædicto argumentando, lineam f e æqualē fieri lineæ e g, & h e æqualē e k. patet ita q; qm̄ in omni modo punctū e æqualiter distat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.



XLI.

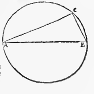
Datæ superficiei æquedistantium laterum similem superficiem, cuius latera æquedistent, datæ superficiei lateribus inscribere.

Data superficies æquedistantiū laterum, cui altera inscribi modo prædicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palam'q; per proximā præcedentem, qm̄ illi diagoni per æqualia se secant in puncto e, sed & ipsi adinuicē sunt æquales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̄ ipsorum diagoni sunt æquales, & ipsorum medietates æquales, à pūcto itaq; e, à medietatibus diagonorū partes æquales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies nō fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles resecentur, secundū 3. huius, utcunq; autē hoc contingat, abscindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ superficies l m, p n, est datæ superficiei similis, & ꝙ latera ipsius æquedistant lateribus datæ superficiei, qm̄ enim in trigono b e c resecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m c, patet ergo per 2. sexti. qm̄ linea l m æquedistat lineæ b e. similiter quoq; linea l n æquedistat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d, ergo per 29. primi anguli superficiei l m, p n sunt æquales angulis datæ superficiei a b c d, & latera eorū sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, ꝙ illæ superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propositum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea super circumferentiā circuli contentus necessario est acutus.



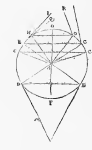
Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcūq; contingit. Dico ꝙ angulus b a c necessario est acutus. Producatur

tur

tur enim linea b c ad peripheriam in punctum e. & qm̃ angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nõ finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel similiũ portionũ eiusdẽ circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oẽs angulos semicirculorũ æquales esse.



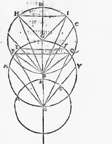
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico φ anguli g b c, & f d e, sub arcubus & cordis cõtenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cõtingens circulũ, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producatur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, eruntq; per 5. primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales; sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimãsextã tertij. angulus quoq; a b l est æqualis angulo a d a, qm̃ uterq; eorũ est rectus per 17. tertij, sed angulus contingentiæ l b g, est æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̃ uterq; ipsorũ est minus acutorũ per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. sit quoq; angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cõtingentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorũ a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentiæ q n g est æqualis angulo contingẽtiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sunt æquales, quia uterq; rectus, per 17. tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, φ angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm̃ angulus g s c cõtentus arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcubus, quibuscunq; eorundẽ circulorũ, qm̃ per diffinitionem similiũ arcuũ ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariũ per penult. qm̃ oẽs anguli semicirculorũ sunt æquales, oẽs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales. hoc itaq; proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriã constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorũ arcuũ proportio ad suas totales periferias duplicatur.

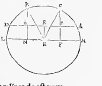
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrũ b, punctũ periferiæ circuli a b c d, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulũ e g f in punctis e & f, palam itaq; qm̃ angulus a b c erit super periferiã circuli a b c & super centrum circuli e g f, dico φ arcus a d c, capiens angulũ a b c super circũferentiã sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrũ b. sit enim ut linea b a secet circulũ e g f in puncto e, & linea b c in puncto f. ducatur quoq; linea e f, & ducta linea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniã angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimã sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositũ primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e g f, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrũ b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q, pportio itaq; arcus m f n ad sui totã circũferentiã duplicatur respectu arcus a c ad totã suã periferiã, qm̃ enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimam sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f p eiusdem est proportiõis ad sui periferiã, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiũ respectu suæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ respectu suæ periferiæ, & hoc est ppositum.



XLV.

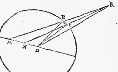
A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionũ perpendicularibus super illã lineã ad circumferentiã productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpẽdiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.



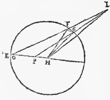
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, á cuius terminis a & d resecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ producta ad circũferentiã sint g k & b c, dico q; linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquedistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi, hæc ergo p primam tertij transibit centrũ circuli quod est punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulẽt lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b, sed per 34. primi, linea g c est æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. sunt ergo lineæ n 1 et r f æquales. sed per 46. primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata linea⁊ k n et r n, quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata linea⁊ i f et r f. est autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25. huius linea g n est æqualis b f, relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primũ propositũ. Conuersa etiã patet, manente totali dispositione ut prius. quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f, ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipsi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est prositum secundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus similibus arcubus sumptis, productisq; præter illos ad arcus alios similes semidiametris, si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus, ab utrisq; extremitatibus amborũ arcuum per terminos similiũ arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.



Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a minor uero sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e, signenturq; in ipsis arcus similes in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, sitq; arcus a b similis arcui e f, sitq; punctum k extra circulũ maiorẽ, & punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a ad semidiametrum h e, distent ab utriusq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametrorũ a d ad h e, & producantur lineæ ad semidiametros k b in punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq; producatur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, q linea m n pars semidiametri a d, est maior q̃ linea a p pars semidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatẽ circulorũ, quoniã linea d b est maior q̃ linea h f, sed ꝑpter similitudinẽ arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. sexti latera sunt ꝑportionabilia, est ergo ꝑportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypothesi per 11. quinti, sicut b k ad l f, & sicut b c ad l g, ergo per 5. sexti angulus b k c est æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, sed ex præmissis anguli d b c & h f g sunt æquales, est ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l sunt lateribus ꝑportionabilibus contenti, patet per 6. sexti, quoniã illa trigona sunt æquiangula, ergo angulus b k d est æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, sed angulus a d b est æqualis angulo e b f ex hypothesi propter similitudinẽ arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k est æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l sunt æquiangula, & angulus k m d est æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. sexti erit ꝑportio lineæ m k ad lineam o l, sicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmissis angulus m k n est æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad lineam o l, ergo sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h, erit linea m n maior q̃ linea o p, patet ergo propositum.

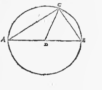


XLVII.

A quocunq; puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, si maior q̃ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua sui parte, & si minor, minor.

Esto

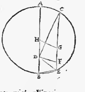
Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua ſumam punctum d, utcunq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiã, itaq; pars diametri quæ eſt a d ſit maior ꝗ linea d c. Dico, ꝙ linea a d eſt maior ꝗ linea d b, quæ eſt reliqua pars ipſius diametri, qđ patet, ſi copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior eſt ꝗ linea d b ex hypotheſi, ergo per 18. primi angulus a c d maior eſt angulo c a d, & angulus a c b eſt rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniã angulus c b d maior eſt angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectũ, & angulus d c b cum angulo a c d, qui eſt maior angulo c a d ualet rectum, patet, ꝙ angulus c b d eſt maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, ſed latus a d eſt maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d ꝗ latus d b, & hoc eſt unum propoſitum. Eodem quoq; modo demonſtrandũ, ſi pars diametri quæ eſt a d, ſit minor ꝗ linea d c, quoniã erit linea a d minor ꝗ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum ſemper una ſit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua ſui parte.

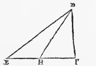
Sit circulus a b d e, cuius diameter ſit a b, in qua ſumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, ſit autem c ſuperior uerſus a & e, inferior uerſus b. Dico, ꝙ pars diametri q̃ eſt a d, maior eſt ꝗ d b, ducatur enim linea c e, & ſuper lineã c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝑpendicularis quæ ſit d f, quia itaq; quadratũ lineæ d c per penultimã primi ualet ambo quadrata linearũ d f & f c. Quadratum uero lineæ d c maius eſt quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c eſt maior ꝗ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratũ lineæ c f, maius quadrato lineæ f e. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrũ æquediſtanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis ſuper lineam c e, ſecat autem h g ipſam c e in duo æqualia, tranſit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniã punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipſum punctũ h eſt centrum circuli, eſt ergo linea a d pars diametri a b maior ꝗ linea d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates ſuarum baſium æqualiũ una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſitq; quælibet ductarum maior medietate ſuæ baſis, erit angulus trigoni, à quo ducitˀ perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum baſes b f, b c, & e f, ſint æquales, quæ ſecentˀ per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad baſes lineæ a g & d h quæ ſint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis ſuper lineam b c, linea uero d h non ſit perpendicularis ſuper lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte baſis. Dico, ꝙ angulus b a c eſt maior angulo e d f, circumſcribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem poſſibile, quoniã uero ſuppoſitum eſt lineam d g eſſe maiorem

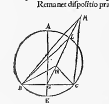


iorem linea g b,erit per 47.huius linea a g maior q̃ linea g k,ergo per primā tertij centrum circuli in linea a g inter puncta a & g,& erit a k diameter,& per 7. tertij linea g a est longissima omnium linearū à puncto g ad circumferentiā ꝓductarum,& linea g k erit omnium linearę minima,& quælibet ꝓpinquior lineæ g a est maior remotiore. Fiat itaq; per 23.primi super punctū g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d minori angulo d h e,quæ sit l g c,producta linea l g usq; ad periferiā circuli,palam itaq; ex figura tertij,qm̄ linea g a f l est maior q̃ linea g l,ergo & linea d h,quæ ex hypothesi est æqualis lineæ a g,est maior q̃ linea g l,Producatur itaq; linea g l quousq; sit æqualis lineæ d h per 3.primi,& sit linea g m æqualis lineæ d h,& ducantur lineæ m b & m c,angulus itaq; b m c est æqualis angulo e d f,ex hypothesi per 4.& per 13.primi,sed angulus b a c est maior angulo b m c.Producantur enim lineæ b l & c l,palam,quia angulus b l c est maior angulo b m c per 21.primi,sed angulus b a c est æqualis angulo b l c per 26. tertij,erit ergo angulus b a c maior angulo b m c,ergo & angulus e d f,& hoc proponebatur,& hoc est propositum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorū ad medietates suarum basium æqualiū una perpendiculariter,alia oblique æquales lineæ ducantur,sic q̃ quælibet ductarum minor medietate basis suæ,erit angulus trigoni,à quo ducitur perpendicularis,minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

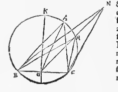
Remanet dispositio præcedentis,nisi qđ perpendicularis a g sit minor medietate basis b g. Dico,q̃ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit enim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f,& quoniā linea a g est minor q̃ linea b g,& linea a k est diameter,palam per 47.huius,quoniā centrum circuli est inter puncta g & k,ergo per 7.tertij linea g a est minima omniū linearū à puncto g ad periferiā circuli productarū,est ergo linea g l minor q̃ linea g a,ergo & maior q̃ linea d h.Fiat itaq; per 3.primi linea g n æqualis lineæ d h,& copulentur lineæ b n & c n,erit itaq; ut in præmissis angulus e d f æqualis angulo b n c,sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21. primi,& angulus b l c æqualis angulo b a c per 26.tertij,erit ergo angulus b a c minor angulo b n c,ergo & eius æquali angulo e d f,& hoc est propositum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarū basium æqualiū duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales,& si quælibet linearum incidentium maior fuerit medietate suæ basis,erit angulus superior illius trigoni,cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet maior angulo superiori alterius,& si minor,minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f,habentes bases b c & e f æquales,diuidaturq; basis b c per æqualia in puncto g,& basis e f in puncto h,& ducātur lineæ a g,d h quæ sint æquales,& utraq; ipsarum incidat oblique suæ basi,sit autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico,q̃ si maior sit a g q̃ linea g c,erit angulus b a c maior angulo e d f. Et si linea a g sit minor q̃ linea g c,erit angulus b a c minor angulo e d f,circumscribatur enim per 5.quarti trigono a b c circulus,& ducatur à puncto g perpendicularis super lineam b c per 11.primi,quæ producta ad circumferentiam,sit g k per primā tertij pars diametri circuli propositi

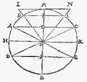


positi quæ completa sit k l, sit itaq; prius linea a g maior ꝗ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k est centrũ circuli, est ergo linea k g maior ꝗ linea a g per 7. tertij, ergo & maior ꝗ linea d h, quæ est æqualis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23. primi super punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui sit m g c, cadetq́; punctum m in periferiam circuli, est itaq; per 7. tertij linea a g maior ꝗ linea m g, ergo & linea d h est maior ꝗ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m sit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, sed angulus b m c est maior angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præostensum, similiter q̃q; demonstrandũ, si linea a g sit minor ꝗ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ necessario sunt æquedistãtes, idẽq; accidit, si una earũ fuerit secans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secentq́; duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a sit æqualis arcui e c. Dico, ꝙ linea a c & d e sunt æquedistãtes, aut itaq; o centrũ circuli est in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utrasq;, uel extra utrasq;, si sit in altera ipsarũ, esto ꝙ sit ĩ linea a c, & à centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis super a c p. 11. primi, & producatur ad circumferentiã, sitq; o b secans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum sint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, sed angulus f o a est æqualis angulo f o c, quia sunt recti. angulus uero d o a æqualis est angulo e o c per 26. tertij, cũ ex hypothesi arcus d a sit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo p. 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o. est ergo linea o f perpendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquedistantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipsas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ



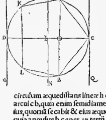
a c & d e, quæ sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter. sed angulus o e c est æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o e æqualis angulo a o c, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. sexti trianguli d o e & a o c sunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, sed angulus o g c est æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmissis sunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propositum. Quòd si centrum o fuerit extra utrasq;, ducatur perpendicularis à centro o super ipsarũ alterum, & sit linea d g ꝑpendicularis sup lineã a c, quæ diuidet ipsam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝓducaturq́; linea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint æqualia, & latus g o cõmune, ꝙ angulus a o g est æqualis angulo c o g, sed a o d æqualis est angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, sed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo p 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo est rectus. Est ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c sunt æquedistantes, qđ est ꝓpositũ primũ. Qđ si una illarũ duarũ linearum secet circulum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, sitq́; arcus n h æqualis arcui n k, palam, ꝙ illorum arcuũ quælibet est 4. circuli, ducaturq́; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed angulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquedistant, qđ est sc̃d̃m ꝓpositũ. Qđ si linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e secet circulum, inscri-

batur eidem semicirculo linea æqualis lineæ d e & æquedistans, & ducantur lineæ o d l & o e m, & à centro o ad punctum contactus qđ' est n, ducatur linea o n secans lineam d e in pũcto f, quia itaq; arcus n d est æqualis arcui n e, erit per 26. tertij angulus l o n æqualis angulo m o n, sed per 17. tertij angulus o n l est æqualis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est æqualis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas æquedistãtes trans circuli superficiẽ productas, siue ambæ secent, siue ambæ contingãt, siue una secet & alia cõtingat, arcus interiacẽt æquales.

Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingatq; ipsum duæ lineæ æquedistantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & à puncto contingentiæ qđ' est d ducatur linea d e ad centrum e. est ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis super lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g, ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e, erit ergo linea c e ppendicularis super lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquedistans lineæ f g per 31. primi, quæ sit n m, hoc etiam quoq; æquedistabit lineæ h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est æqualis angulo m e c, ergo per 14. primi lineæ d e & e c coniunctæ sunt linea una, est ergo linea d c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus æqualis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet



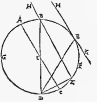
circulum æquedistans lineæ h q contingenti in puncto c, erit iterum arcus a c æqualis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingentẽ quæ h q, palam per. 2. huius, quoniã secabit & eius æquedistantẽ quæ est linea e b. sit ut secet ipsam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij, palã p 29. primi, quoniã angulus b o e est rectus, ergo p 3. tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o. ducantur itaq; lineæ a c & c b, pałiq; per 4. primi, quoniã illæ erunt æquales, ergo per 27. tertij arcus a c est æqualis arcui b c, ꝙ si linea æquedistans lineæ b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniã semidiameter e c pducta secabit lineã k l per æqualia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per æqualia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineæ p a, p b, k a, l b, erit ergo in trigonis p a c, p b c per præmissã, & per 4. primi latus p a æquale lateri p b, est angulus p b c æqualis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, sed linea k p est æqualis lineæ p b, erit ergo per 4. primi linea k a æqualis lineæ l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b, quod est propositum.

LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem, duobus arcubus eidem angulo & suo contraposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secent se duæ cordæ a c & c b, & sit sectionis e. Dico, ꝙ angulus a e b est æqualis angulo qui est in circumferentia quã subtendunt duo arcus a b & c d, & ꝙ angulus b e c est æqualis angulo in circumferentia quã subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z æquedistanter lineæ a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulũ, palam, quia arcus c z est æqualis arcui a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis est ambobus arcubus a b & d c, qm̃ arcus d c ubiq; est cõmunis, sed arcus d z respicit angulũ d b z, qui est æqualis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z, & pducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus æqualis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d p 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d, angulus ergo h

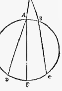
go h b d est æqualis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z est æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c est æqualis angulo quē in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniã si linea h b z continet circulũ & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ est b a d, & angulus e b h est æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d, sed angulus e b z est æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, sed arcus b c est æqualis arcui b a per ꝓximam præcedentē, arcus ergo b c d est æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a est æqualis angulo qui apud circumferentiam respicit duo arcus a b & c d, quoniã angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli qui est b g d, similiter q̃q; potest declarari, ꝙ angulus b e c est æqualis angulo apud circumferentiã quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniã angulus b e c est æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionē circuli b c d, qđ est in arcũ b a d, est autem ex præmissis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propositum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus æqualis est angulo super circumferentiã cadenti in arcũ, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhensus excedit minorem.

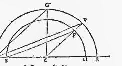
Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ secantes circulum quæ sint a e d & e b c. Dico itaq;, ꝙ angulus d e c est æqualis angulo qui est apud circũferentiã circuli, quē respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquedistans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus c f æqualis arcui a b. est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiã existens cadit in arcũ d f, & angulus d a f est æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est æqualis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f, quod est propositum.



LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eisdem punctis ad aliud pũctum quodcunq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus ꝓportionales duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

Esto datus semicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, ꝙ si à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum semicirculi ducantur, ꝙ illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erũt, sit enim, si possibile est, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ est proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem sit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti ꝓportio lineæ a d ad lineam a g, sicut lineæ c d ad lineam c g, sed linea c d est æqualis lineæ c g



quoniam ambæ sunt ex centro semicirculi, ergo linea a d æqualis erit lineæ a g, hoc autem est impossibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo subtenditur linea a d q̃ linea a g, & est uicinior diametri, patet ergo propositũ primum, quia à quocunq; puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendũ, in diuersis uero semicirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi æquales fuerunt, nunc ex centro alterius semicirculi super diametrũ constituto æquali angulo a c d, per 23. primi compleatur ꝓpositum, ex 4. primi & per 4. sexti, ꝙ si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo, inscribatur æqualis illi semicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquedistans primo & in punctum ubi linea c d ipsum secabit, qđ sit f, ducaẽ linea à termino sui semidiametri q̃ sit e f, & patet propositum per diffinitionẽ circuli & 29. primi, & per 4. sexti. & si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur æquedistanter eidem, & producta linea à centro primi semicirculi ad datum punctũ d quousq; tangat periferiã alterius semicirculi, & cõiungatur à puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonstrato, & patet propositum.

LVII.

A puncto uno ad datũ semicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ possibile est duci, ex quo patet, ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto sub contingente ducta secat semicirculũ in uno pũcto sup punctũ cõtingẽtiæ, & in alio sub ipso.



Esto datus semicirculus a b c, cuius centrũ e, & sit extra datus punctus d, à quo ad semicirculũ ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico ꝙ à puncto d ad semicirculũ a b c, aliã contingentẽ q̃ lineã d b duci est impossibile, si enim hoc sit possibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, sit primo ut cadat ultra punctũ b uersus c in punctũ f, & sit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b, & ꝓducatur diameter c e a, sed ad punctũ d, palã ergo per 17. tertij, qm̃ angulus e b d, est rectus, similiter angulus e f d est rectus. Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d, quod est contra 21. primi. Idem quoq; accidit impossibile, si linea contingens ducta à puncto d ad semicirculũ d b c cadat inter puncta b & a, sit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit semicirculum, tangit autem, ergo ipsa producta secat ipsum, & hoc est propositum.

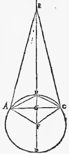
LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes sunt æquales, & arcus interiacens puncta cõtingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia, & arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & sit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16. tertij, q̃ sint e a & e c, dico ꝙ sunt æquales, & ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ est minor semicirculo. & si producatur à puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & si linea d e diuidet arcũ a c per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a e c, quæ producta secabit circulũ, secet ergo ipsum in punctis b & d. palã itaq; per 35. tertij. qm̃ illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis est quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e est æqualis lineæ c e, & hoc est primũ propositorum. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, sunt ergo æquales. ergo per 4. primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia, & quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e. palã per 32. primi, qm̃ anguli e f c & e f a sunt minores rectis, arcus ergo a b c est minor semicirculo per ultimã sexti, quod est secundũ. Ducatur

quoq;

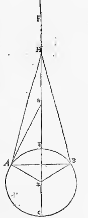
quoq; linea a c secans lineã e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo linea e g secat angulũ a e c per æqualia, patet per quartã primi, cũ linea a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit cõe, quoniã linea a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis angulo c g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cõmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c, eodẽ quoq; modo patet, ꝙ si linea g e secat arcũ a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiã diuidet per æqualia angulũ a e c, quia eñ trigona a e b & c e b sunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, qm̃ angulus a e b est æqualis angulo c e b, & hoc est totũ quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli resectis à terminis illorum arcuũ ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere est necesse, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiũ arcuũ cõtingere est necesse. Ex quo patet, qm̃ oẽm angulũ & arcum à lineis contingentibus contentũ diuidit diameter educta per æqualia.

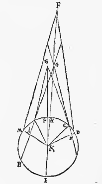
Esto circulus a b c, cuius centrũ sit d, & eius diameter c e, quæ ꝓducam indesinite ad punctũ f, & ab unaquaq; parte puncti e sint a e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulũ contingentes per 16. tertij. Dico ꝙ illæ duæ lineæ concurrẽt in uno puncto eductæ diametri e f. ꝙ si dicat̃ ipsas nõ concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cũ diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, sed anguli e d a & e d b sunt acuti per ultimã sexti. arcus enim a e, b e sunt minores qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineæ cõtingentium utraq; cõcurret cũ linea d f, si itaq; nõ fiat, hoc in eodem puncto fit, ut linea contingens ducta à puncto a cõcurrat cũ linea d f in puncto g, & contingens ducta in puncto b cõcurrat cũ d f in puncto h, & sit utraq; punctum g, & ducatur linea a h, eritq; per 16, tertij, & ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a. ergo per 17. tertij uterq; ipsorũ est rectus. quia itaq; angulus d a g est rectus per eandem 17. tertij, patet ꝙ ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cõmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & impossibile. patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducant̃ duæ lineæ circulũ cõtingentes in punctis a & b, erũt arcus a e & b e æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præcedentem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e est æqualis arcui b e, qđ est propositum, & patet corollarium.



LX.

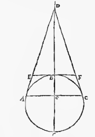
Si intra duas lineas circulũ cõtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulũ cõtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ extreriorũ, & si arcus hinc inde interiacẽtes pun

cta cõtingentiæ fuerint æquales, erit utrarũq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cũ exterioribus necessario concurrent.



Esto circulus a b c d e, cuius centrũ k, & eius diameter e h educatur, & sicut ab aliquo puncto suo, quod sit f, lineæ f a & f d cõtingentes circulũ ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto superficiei a f d, quod sit g, lineæ g b & g c circulũ contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. si enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, si in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & similiť angulus k a g rectus, & sic rectus maior recto. Item inter contingẽtẽ f a & circulũ alia linea capiť, ut g a. hoc aũt est cõtra 15. tertij, palã ergo, qm̃ impossibile. Si uero detur, ꝙ puncta b & c cadãt extra puncta a & d, sic punctũ b ultra a punctũ, secabitq; linea g b productã lineã f a, per 14. huius. Et qm̃ est contingens solum in puncto b, erit punctus sectionis extra circulũ, sit ille punctus m. Palã itaq;, qm̃ linea m a & m b ab uno puncto m productæ semicirculũ cõtingunt, quod est cõtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctũ a, sed intra. Similiterq; demõstrabitur, quia punctũ c cadit intra punctũ d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorũ intra puncta cõtingentiæ exteriorũ. Sed & arcubus a b & c d existentibus æqualibus, punctũ g necessario cadit in diametro e h f, si enim extra illã ducať linea k g secans circũferentiã in puncto f, quia ergo arcus b f est æqualis arcui p c per præcedentẽ, arcus quoq; a b est æqualis arcui c d, ex hypothesi, remanet ergo arcus e h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nõ ergo cadit punctũ g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniã linea g b producta ultra punctũ b, necessario concurret cũ linea f a, & linea c g producta ultra punctũ c concurret necessario cũ linea f d. linea enĩ k c rectũ angulũ cõtinens cũ linea a g, continet acutũ cũ linea f d. patet ergo propositum.

LXI.



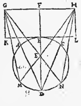
Si ad mediũ punctũ arcus interiacentis puncta cõtingentiæ duarũ linearũ ab uno puncto ad circulum productarum linea contingens circulũ ad alias cõtingentes ꝓducantur, illa in puncto suo cõtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.

Sit circulus a b c, quẽ cõtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producať ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, quoniã ipsa diuidit angulũ a d c, & arcũ a c per æqualia in puncto b. à puncto itaq; b producatur linea contingens circulũ per 16. tertij hoc itaq;, qm̃ est orthogonalis super diametrũ g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipsa producta secabit lineas d a & d c, sic ergo ut secet lineam d a in puncto e. & lineã d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli sunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f sunt recti, palã, quia trigona e b d & f d b sunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera sunt proportionabilia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f, quod etiã sic patere potest, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cõtingentes cir

tes circulũ.s.e a & e b,patet per 58.huius,quod ipsæ sunt æquales.oẽs ergo lineæ a e,e b, b f,f e,sunt æquales,ergo lineæ e d & f d sunt æquales,patet ergo propositum.

LXII.

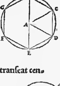
Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ sunt æquales, illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d, cuius centrũ e, diameterq́ eius d b, educat̃ ad punctũ f, sintq́ duo puncta g & h æqualiter distantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq́ duæ lineæ g d & h d, ad alium terminũ diametri secantes circulũ linea g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ sit k b l, à qua æqualiter distẽt puncta g & h. Dico q arcus a b & b c sunt æquales. ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter distãt à puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter super lineã k b l contingentẽ per 12.primi, erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales. ergo per 33.primi, linea g h æquedistat lineæ k l. ergo per 17.tertij, & per 29.primi, anguli d h f & d f g sunt recti. ergo per 4.primi, anguli g d f & b d f sunt æquales, ergo per 23.tertij, arcus a b est æqualis arcui b c. patet quoq; manifeste q si à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ q̃ ad punctũ d producantur, ut ad punctũ m uel n, q illæ lineæ arcus resecabunt inæquales. qualibet enim illarũ quæ secat diametrum, abscindit minorẽ arcũ, & alia maiorẽ, & hoc est quod proponebatur.

LXIII.

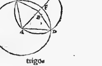
Diameter circuli diuidens exagonũ, eidem circulo inscriptũ, ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.



Sit circulus, cuius centrũ sit punctũ a, inscriptus exagonus qui b c, d e, f g, & ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico q illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f. ducant̃ enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & e d, q̃ sunt latera exagoni sunt inter se æqualia, & utrunq; ipsoꝶ est æquale semidiametro circuli, per 15.quarti, patet ergo q trigona a b c & a c d sunt æquilatera. ergo per 8.primi, ipsa sunt æquiangula. erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27.primi lineæ a b & c d æquedistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g. patet ergo q̃m diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, q̃d est ꝓpositũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita, ut minor pertranseat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.



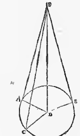
Sint duo circuli c f d maior, & centrum sit a, & c g d minor, cuius centrum sit b, secentq́ hi circuli in punctis c & d, transeatq́ minor qui c g d per centrum maioris q̃d est a, eritq́ arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris. Dico, q arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b. & hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in

trigo-

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & basis a c est basi æqualis a d, quoniã sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit ꝑ æq̃lia in pũcto a, qđ est ꝓpositũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

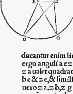


Esto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter supra circulũ à centro linea d e, ita, ut ꝑ diffinitionẽ polus circuli super punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c, Dico, ꝙ ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, e d, quia itaq; quadratũ lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, ꝑ penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d est æquale sibipsi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.

LXVI.

Omnis linea centrum sphæræ cum centro circuli non magni illius sphæræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphæræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphæræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e existente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æqules, sunt ergo recti, eodemq; modo potest demonstrari de omnibus angulis cõtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ꝓpositum.



LXVII.

A centro sphæræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphæræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

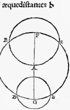
Sit ut in præmissa centium sphæræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius sphæræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphæræ linea perpendiculariter super superficiẽ circuli a b g quæ sit z. Dico, ꝙ punctũ e est centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ sphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & similiter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearũ g e & z c, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b c, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e est centrũ circuli a b g, qđ est ꝓpositũ.

LXVIII.

Aequedistantium in sphæra circulorum centra in eadem diametro sphæræ cõsistere est necesse, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in sphæra æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit

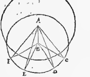
Sit sphæra, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphæræ cum ipsa trãseat centrum sphæræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta super superficiẽ circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrũ circuli d e, sunt ergo centra illorũ circulorũ in eodem diametro sphæræ, qđ est propositum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, ꝙ si etiam reliquus circulorum æquedistantiũ esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphæræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniã amborum est idem centrum, quod est centrum sphæræ.



LXIX.

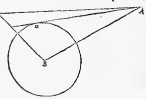
Si plana superficies secet sphæram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel sụꝑficie spchæria dato est possibile totali superficiei sphæricæ circulum circum duci, alij etiam circulo illius æquedistantem.

Sit sphæra, cuius centrum a, seceturq; per planam superficiẽ. Dico, ꝙ communis sectio superficiei sphæricæ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphæræ superficiẽ, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illorũ, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiẽ secantem, quæ sit a b, & cõtineantur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam sectionem cõmunem à centro ipsius sphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c est æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, sed quadratũ a c est æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionẽ sphæræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibijpsi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b, ꝑ eandẽ demonstrationẽ quotcũq; alijs lineis à centro sphæræ a ad aliam communem sectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b est centrũ circuli. Cõmunis ergo sectio istarũ superficierũ est circulus, & hoc est propositũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm̃ à puncto dato per 12. primi ꝓducta perpendiculari super diametrum sphæræ, imaginetur superficies plana secans sphærã secundũ illam ꝑpendicularẽ, & patet propositũ per præmissa, ꝙ si alicui circulo in sphæra signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphæræ diametrũ transeuntẽ circuli centrũ, cui æquedistans debet duci circulus, & ꝓducaт̃ in continuũ usq; ad aliam sphæræ superficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; super ꝓductã & orthogonaliter super diametrũ sphæræ, imagineturq; superficies plana transiens terminos istarum linearũ in ipsa superficie sphæræ, faciens sectionẽ, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphæræ super quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiẽ in punctis illis, ut præmittitur sphærã secantẽ, unde à centro sphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam sphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a, & centrũ dato sphæræ sit b, & ducatur linea a b à centro sphæræ qđ est b, ducatur linea b c, ut cõtingit, & copuletur linea a c, palamq́ꝫ p 2. undecimi, quoniã trigonum a b c est in una superficie plana, hoc itaqꝫ per præcedentem secabit sphæram secundũ circulũ cui per 16. tertij, à puncto a ducatur contingens in puncto d, quæ sit a d, & patet propositum.

LXXI.

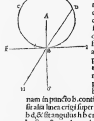
Omnis superficies plana contingens sphæram, secundum unicum punctum est contingens.

Ducatur in plana superficiẽ contingente sphæram linea recta trans locum contactus, & in superficie sphæræ circulus magnus, si ergo superficies plana contingit sphæram secundũ aliud ꝙ secundũ punctum, & linea recta continget circulũ secundũ idem, non ergo secundũ punctum continget linea recta circulum, qđ est contra 15. tertij, palam ergo propositum.

LXXII.

A dato puncto superficiei sphæricæ superficiẽ planam contingentem ducere, ex quo patet, ꝙ omnis linea centrum sphæræ transiens, est perpendicularis super eius superficiem, & si est perpendicularis super sphæricam superficiem, necessario transit centrum sphæræ.

Esto sphæra, cuius centrũ sit a, & circulus eius magnus b d c, ducaturq́ꝫ linea a b à cẽtro ad circumferentiã, & à puncto b ducatur linea contingens circulum, ꝗ sit f b e per 16. tertij, erunt ergo anguli a b c & a b f recti, imaginatis quoqꝫ per 69. huius circulis ꝗtcunqꝫ in superficie sphæræ secantibus se in puncto b, & ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b, palam per 17. tertij, quoniã linea b a cum om̃ibus illis lineis continet 9. angulos rectos, ergo omnes illæ lineæ sunt in una superficie plana per 2. undecimi, illa itaqꝫ superficies contingit sphæram per diffinitionẽ superficiei planæ sphærã contingentis, ex hoc itaqꝫ patet, qm̃ cũ omnis linea à centro sphæræ ducta, sit erecta super planam superficiem, sphærã ipsam in puncto suæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ sunt æquales, quoniã ipsa est ꝑpendicularis super sphæræ superficiẽ, per diffinitionem perpendicularis. anguli enim semicirculoꝝ omnes sunt æquales per 43. huius, quoniam linea a b producta ad punctũ g est adhuc erecta super superficiem planam, sphæram contingentẽ in puncto b. palam, quia linea g b, & quæcunqꝫ alia ꝑpendicularis erigi potest super superficiẽ planam in puncto b, contingentẽ sphæram transit centrũ sphæræ a, quia si à puncto b possit alia linea erigi super superficiẽ contingentẽ, non transiens centrum sphæræ a sit illa h b d, & sit angulus h b e rectus. Sed angulus g b e est rectus per 13. primi, cum angulus a b e sit rectus ex hypothesi, erit itaqꝫ rectus maior recto, qđ est impossibile, patet ergo ꝓpositum.

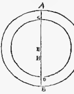


LXXIII.

Omnium sphærarum, quarum conuexæ superficies æquedistant, uel secundum se totas se contingunt, necessario est idem centrum.

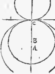
Sint

Sint duæ sphæræ, quarum conuexæ superficies æquedistēt, sectæ per æqualia per unam planam superficiē, cōis sectio superficierum illarū sphæricarum & huius planæ, erunt circuli, sitque magnus circulus maioris sphæræ a b, & centrum eius e, minoris uero sphæræ circulus magnus sit c d. Dico, quod idem punctū e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut si e non sit centrū amborum circulorum, linea tamen a c b transeat per ambo centra, quod potest fieri continuatis centris per lineā rectam, & producta illa ad periferiā maioris sphæræ huius, itaque erit diameter circuli a b, quoniā circuli a b & c d sunt in eadem superficie. Sit ut diameter a b secet periferiā circuli c d in punctis c & d, eritque recta c d diameter circuli c d, quia ergo propter æquidistantiā circulorum linea a c est æqualis lineæ b d, & linea a e æqualis lineæ e b, remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e, patet, quod punctus e est centrum circuli c d, si enim non sit punctus e centrū circuli c d, sit centrum eius punctus h, eritque per diffinitionē circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, sed linea h a est maior quam linea a e, ergo h b est maior quam linea e b, pars suo toto, quod est impossibile, est ergo pūctus e centrū circuli c d, & quia circulus c d est magnus circulus suæ sphæræ, patet, quod æquedistantium sphærarum est idem centrum, quod est propositū primum. & eodem modo de sphæris secundum totas suas superficies contingentibus est demonstrandū. lineæ eductæ à centro ad concauū maioris & ad conuexū minoris, sunt æquales, patet ergo illud quod proponebatur.



LXXIIII.

Si duæ sphæræ æquedistantes fuerint, uel secundū totas superficies se contingentes, quæcunque linea super unius earum superficiem perpendicularis fuerit, super alterius quoque superficiem perpendicularis erit.



Istud faciliter patet, quoniā enim ex præmissā tales sphæræ indem cētrum habere necessario cōprobantur, ergo per 72. huius, linea perpendicularis super alteram istarum sphærarū centrum ipsius transit, sed centrum ipsius est centrum alterius, ergo per eandem 72. huius super alterius etiam sphæræ superficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc est propositum.

LXXV.

Si duæ sphæræ centra diuersa habuerint, impossibile est ut lineæ perpendiculares super unius superficiem sint perpendiculares super alterius superficiem, nisi una tantum quæ transit centra ambarum.

Quocunque modo se habentibus adinuicem sphæris, siue extrinsecus siue intrinsecus se contingentibus, uel etiam se non contingentibus, uel etiam se adinuicem secantibus semper, patet ex 72. quoniā linea transiens per centra ipsarū, est perpendicularis super superficiē utriusque, aliam quoque lineā super utriusque superficiem perpendicularē esse, est impossibile. Si enim sit possibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter super utriusque sphæræ superficiē, palamque erit ex eadem 72. huius, ipsam per utriusque centrū transire, quod est oppositum hypothesi, patet ergo, quoniam nullam aliam lineā præter eam, quæ transit centra ambarum perpendiculariter duci super utriusque sphærarum superficies est impossibile, & hoc est propositum.

LXXVI.

Si sphæra sphæram intrinsecus aut extrinsecus contingat, in uno tantum puncto contingere est necesse.

Si enim sphæræ contingentes se intrinsecus, non in puncto se contingant, necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos, non se in puncto contingere, quod est

contra 12. tertij. & impossibile, ꝗ si sphæræ extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto, & hoc est contra naturã circulorũ extrinsecus se contingentiũ, & contra eandem 12. tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphæras, quæ se extrinsecus contingãt, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71. huius, quoniã utraque illarum sphærarũ illam superficiẽ planam contingit in puncto, ergo & seinuicem in puncto contingant, ꝓpinquior est utriusque sphærarũ ipsa plana superficies interposita ꝗ reliqua sphærarum, & hoc est propositum.

LXXVII.

Sphærarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67. huius, secantes eorum superficiebus planis sphæras per sua centra, & per puncta contactuum, & quia centra horum circulorũ sunt centra sphærarũ suarum per diffinitionem circulorũ magnorũ, hos autẽ circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo ꝓpositum.

LXXVIII.

Centrorum sphærarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositã ex ambarũ sphærarũ semidiametris, intrinsecus uero contingentiũ se secundũ excessum simidiametri maioris ad semidiametrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76. huius, quoniã enim contactus sphærarũ fit secundum unum tantũ punctum, punctus uero est, cui pars non est, nunc euidens est, ꝗ punctus ille cõmunis in utraque intersectione nihil adimit de diametrorũ quantitate, indiuisibile enim nõ fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & sic patet propositum.

LXXIX.

Si concauum alicuius sphæræ superficiẽ aliquam secundũ eam totam contingat, necesse est superficiẽ contactam partem sphæræ minoris esse.

Sit ut aliqua sphæra secundũ suum concauum contingat aliquam superficiẽ secundum omnes illius partes, sicut uas sphæricũ superficiem aquæ contente. Dico, ꝗ uerum est quod ꝓponitur. ducantur enim lineæ plurimæ à centro sphæræ ad locum contactus sui cum illa superficie, & quia omnes lineæ ꝓductæ ad concauũ sphæræ, sunt æquales inter se ex diffinitione sphæræ, & sunt æquales productis lineis ad conuexũ superficiei cõtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniã illa superficies est pars sphæræ, & ꝗlibet intellecta extendi secundum concauũ ambientis sphæræ, sphæram minorẽ complebit, est ergo pars minoris sphæræ. linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9. tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur, & sic illa superficies est pars minoris sphæræ, quod est propositum.

LXXX.

Si sphæra sphæram intersecet, communis sectio superficierum sphæricarum se intersecantium, erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphæras secundum lineam cõmunem sectionis sphærarũ qualiscunque fuerit. hæc ergo superficies ꝓpter similitudinẽ corporum se intersecantiũ plana erit, cõmunis ergo sectio illius superficiei & utriusque sphærarũ erit circulus per 69. huius. palam ergo, ꝗ cõmunis linea intersectionis superficierũ sphærarũ illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus cõmunis illi sectioni, quoniã aliàs corpus quo utræque sphæræ cõmunicãt, est corpus cõmune sphærarum intersectioni, & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphæricis contentum, & diuersis secundum dispositionem se intersecantium sphærarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

Sphærarum se intersecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet intersecantiũ se sphærarum centra diuersa esse.

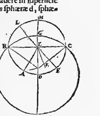
Primũ

Primum patet ex diffinitione ſphærum ſe interſecantiũ, quoniã enim interſecantibus ſe ſphæris, diameter unius per alteram abſcinditur, & maiorũ circulorum diametri ſuarum ſpærarum, diuidunt enim circuli magni ſuas ſphæras per æqualia, tunc patet, ꝙ circulus unius ſphæræ & alterius ſe interſecantium aliqua linea eſt cõmunis. Cum ergo unius circulus alium non contineat, quia nec una ſphæra aliam continet, palam, quia tales circuli ſe inuicem ſecant ex diffinitione talium circulorum, quia uero ex 5. tertij circulorum ſe inuicem ſecantiũ centra eſſe diuerſa neceſſe eſt, & idem eſt centrum ſphæræ qđ eſt centrũ circuli magni in illa ſphæra, patet corollariũ, ſcilicet, quia interſecantium ſe ſphærarum centra ſunt diuerſa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si ſphæra ſphæram interſecet linea, quæ centra illarum ſphærarum tranſit, centrum circuli periferiæ communis ſectionis tranſire, & ſuper ipſius ſuperficiem perpendicularem eſſe, neceſſe eſt.

Circulus cõmunis ſectionis ſphætarũ aut eſt circulus maior alterius ſphærarũ ſe interſecantiũ, aut minor. ſi maior, hoc erit ſolũ, cũ maior ſphæra minorẽ interſecat. Si enĩ æq̃les ſphæræ ſecũdũ circulũ maiorẽ ſe ĩterſecarẽt, nõ eſſet ſphærarũ interſectio, ſed unius ſphæræ ex duobus hemiſphærijs æqualibus cõpoſitio. ſi ergo circulus cõis ſectionis ſphærarum ſit circulus maior, non erit ille circulus maior niſi in ſphæris inæqualibus ſe interſecantibus circulus ſphæræ minoris, quoniã ipſum eſſe circulũ maiorem ſphæræ maioris eſt impoſſibile, qm̃ maior circulus ſphæræ maioris non poteſt cadere in ſuperficiẽ ſphæræ minoris. Sit itaq; circulus talis a b c, & ſit centrum maioris ſphæræ d, ſphæræ uero minoris e, erit quoq; e centrum circuli a b c ex hypotheſi, ducatur ergo linea d e, & patebit ꝓpoſitum primũ. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntq; triangulorum d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniã linea d e latus eſt cõmune, & latus d a æquale eſt lateri d b ex diffinitione ſphæræ, latus quoq; a e æquale eſt lateri b e ex diffinitiõe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales, angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a, ſimiliter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuerſaliter à quocunq; puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum ſphæræ anguli ſuper centrum e ſemper erunt æquales, & quia ſuper eandem diametrũ oppoſitis punctis ſignatis linea d e æquales angulos conſtituit, patet per diffinitionẽ ꝑpendicularis, qm̃ ipſa linea d e ſuper omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e ſuper ſuperficiẽ circuli a b c erecta eſt, & ſuper eam ꝑpendicularis.



Si uero circulus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarũ ſe interſecantium, ſed minor, intelligatur in ipſo ꝓtracta diameter q̃ ſit l f per puncta l f, & utraq; ſphærarum imaginetur recta per ſuperficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ ſunt in ſuꝑficie utriuſq; ſphæræ, erit ergo per præmiſſã quilibet illorũ circulorum circulus maior in utraq; ſphærarum ſe interſecantiũ. ſecabitq; circulũ a b c uterq; illorum circulorum maiorum per æqualia, qm̃ arcus f l eſt medietas circumferentiæ circuli a b c, tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, qđ eſt e. imaginentũ item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphætis, quorũ quilibet ſecet portionẽ circuli maioris ſuæ ſphæræ erectam ſuꝑ circulũ a b c per æqaulia, qđ fieri poterit ex 29. tertij, diuiſo arcu f l utriuſq; circuli ſphærarum ſe interſecantiũ per æqualia, & à puncto ſectionis utriuſq; circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphærarum utriuſq;, fiat itaq; ſectio arcus ſphæræ maioris in puncto g, & ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h, & ſimiliter hi circuli maiores cum illis circulis quos ſecant angulos æquales ſphærales, uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra ſphærarũ ambarum tranſeant, quoniã ambo ſecabunt circulũ a b c per æqualia, tranſibunt ergo per centrum ipſi ꝙ eſt e linea, ergo d g, q̃ per diffinitionẽ maiorum circulorum, & per 3. undecimi eſt cõmunis ſectio duorum circulorũ maiorum in ſphæra maiori ſe ſecantium, tranſeunt per centrum e,

quoniam cum centrum e sit in superficie utriusq; illorũ circulorũ, necesse est, ut sit in linea cõmuni utriusq;. Similiter etiam linea e h, quæ est cõmunis sectio circulorum maiorum in sphæra minori se intersecantiũ, transit per centrum e, sed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitionẽ circulorũ se secãtium est aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa p primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphærarum se intersecantiũ, & per centrum circuli, qui est cõmunis sectio, cũ centro in periferia cõmunis sectionis superficierum sphæricarum se intersecantium, patet ergo ppositum primũ. Secundum uero patet ex præmissis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum secant, & eorum cõmunis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc est ppositũ. potest & idem per 66. & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

.LXXXIII.

Si sphæra sphæram intersecet, lineam transeuntem centrum circuli periferiæ communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiẽ insistentem, ambarum sphærarum centra transire necesse est.

Hæc est conuersa præcedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis sectiõis sphærarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum ambarũ, uel alterius sphærarũ, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambarũ sphærarũ alia linea, quæ sit d h. patet autem per præcedentẽ, quoniã hic erit transiens p centrum e, & erit perpendicularis super superficiẽ circuli a b c, ab eodem ergo puncto superficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ppendiculares super eandem circuli superficiem a b c, quæ sunt e d & e k, qđ est contra 13. undecimi, & impossibile; patet ergo ppositum.

.LXXXIIII.

Si sphæra sphæram intrinsecus intersecet, necesse est centra illarũ sphærarum respectu situs sui contactus secundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui est communis sectio suarum superficierũ plus distare, centrũq; sphæræ continentis plus profundari.



Sphæræ datæ intersecare se debentes, si æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se intersecent, tunc ipsarũ idem erit centrum, facta uero intersectiõe ipsarum centra diuersantur per 8. huius. & secundũ q circuli periferia, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierum sphæricarũ sit maior uel minor, secundũ hoc plus uel minus distabunt centra, q si sphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinsecus cõtingere poterint, tunc in situ suæ cõtingentiæ centrorum suorũ distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphæræ maioris ad semidiametrũ minoris. Demus ergo, q centrũ maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius, intersectio uero sit secundũ circulum per 80. huius, palã, quia facta intersectione sphærarũ, abscindet sphæra a diametrum b c in puncto alio q̃ in termino suo qui est punctus c. sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponaturq; ut linea f e sit æqualis diametro sphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est æqualis semidiametro b c, q̃niam sunt diametri eiusdem sphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior q̃ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior q̃ linea a b, plus ergo distãt centra sphærarum in intersectione q̃ in situ contactu, & secundũ q periferia circuli, quæ est cõmunis sectio suarum superficierũ minoratur, secundum hoc distantia centrorũ augetur, & secundũ q illa periferia augetur, secundum

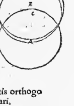
hoc

hoc diſtantia centrorum minuitur, & reſpectu partis uniuerſi ad quã ſit interſectio plus profundatur centrum ſphæræ continentis reſpectu contactus in tanto, quanto linea a e ſit maior ꝗ linea a b, & hoc eſt quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundũ circulum æqualem circulo maiori ſphæræ, intra quam ſit interſectio, ſe interſecent, utraq; illarum ſphærarum ſphæram, intra quam ſit interſectio, interſecabit, & omnium illam ſuperficierum ſphæricarum cõmunis ſectio erit periferia circuli unius.

Verbi gratia; Sit in ſphæra, cuius centrum a interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b intra ſphæram, cuius centrũ ſit c ſecundũ circulum æqualẽ circulo maiori ſphæræ c, dico ꝙ ſphæra a & ſphæra b interſecabunt ſphæram c, & omnium ſuperficierum ſphæricaꝝ illarum ſphærarũ erit cõmunis ſectio periferia circuli ſecundũ qđ ſphæraꝝ a & b fiebat interſectio, hic eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c, quoniã enim circulus maior diuidit ſphæram ꝑ æqualia, quia tranſit per centrũ eius ex diffinitione, tunc patet, ꝙ æqualis eidẽ utcunq; contingat eum in ſphæra ꝑduci, diuidet eam per æqualia, & ſic interſecabit ſecundũ illum circulũ utraq; ſphærarum.ſ. a & b ſphærã c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b, communis ſectio eſt periferia circuli per 79. huius, diuidit autẽ iſte circulus ſphæram c per æqualia, ergo interſecat, eſt ergo eius periferia in ſuperficie c, ſed & eadem periferia eſt in ſuperficiebus ſphæraꝝ a & b. In omnium ergo ſphærarũ illarũ trium ſuperficiebus eſt illa circuli periferia, eſt ergo ipſa cõmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum, quod eſt propoſitum.



LXXXVI.

Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis orthogonaliter ductam, medio abſciſæ portionis, eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra cuius centrũ a, & ſit circulus b c d cuius centrũ ſit e, abſcindens portionẽ ſphæræ, ducaturq; linea a e, & ꝑducatur uſq; ad ſuperficiẽ ſphæricam, cui incidat in puncto f. Dico, ꝙ linea a e neceſſario applicatur puncto, qui eſt medium abſciſæ portionis ſphæræ in conuexo uel concauo ipſius, & ꝙ hoc eſt punctum f. ducantur enim lineæ a b & a c, & copulentr lineæ e b, e c, e d, erunt itaq; trigona a e b, a e c, a e d omnia ſecundũ latera æquales angulos reſpicientia, adinuicem ꝓportionabilia, q̃m illa ipſoꝝ latera ſunt adinuicẽ æqualia, ut patet per ſphæræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e eſt omnibus cõmune, anguli itaq; b a e, c a e, d a e om̃es ſunt æquales per 5. ſexti, ergo per 25. tertij angulus b f, c f, d f ſunt æquales, & quoniã productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem ſemper accidit. palam, quia punctus f eſt in medio portionis abſciſæ de ſphæra, & hoc proponebatur.



LXXXVII.

Proportionem partis ſuperficiei ſphæricæ ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ, ſicut anguli ſolidi in ipſam à centro ſphæræ cadentis ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe.

Verbi gratia. Sit a b c pars ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſphæræ, cuius ſit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietq; pyramis, cuius uertex eſt punctum d, & baſis a b c. palam quoq;, quoniam angulus circa punctum d eſt ſolidus, tribus angulis ſupficialibus contentus. Dico, ꝙ quæ eſt ꝓportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum ſolidum circa centrum d, eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſupficiem ſuæ ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei,

non

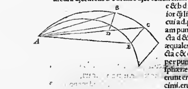
non secantes se super illam. patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius superficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est ꝓportio, sicut angulorum contentorũ sub linea à centro d ad ipsorum terminos, productis ad 4. rectos ꝑales per ultimam sexti, patet ergo propositum. & etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphæricæ, sic residuum 8. solidorum angulorũ rectorũ totali residuo superficiei illius sphæræ respondet, ergo ꝑ 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpositum.



LXXXVIII.

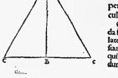
Si inter duas quartas circulorum æqualium in sphæræ superficie se secantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquedistantes, & remotior à puncto sectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in superficie alicuius se secantium, qui a b c & a d e, secantes se in puncto a, in quibus signantur arcus æquales, ita, ut arcus a b sit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d sunt æquedistantes. & ꝙ linea c e est maior ꝙ̃ linea d b, quia itaq; arcus a b est æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli transeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b sunt æquales, & similiter est de circulo transeunte puncta c & e, circumducatur ergo superficiei sphæræ per puncta d b circulus erectus super diametrum sphæræ ꝑ 69. huius, & similiter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquedistantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquedistantes ꝑ 16. undecimi, imaginata superficie plana in qua sunt puncta b c d e, circulos secundum illas lineas secante. sed & linea c e est maior ꝙ̃ linea d b, si enim sit æqualis cum sit æquedistans, palam, quia circuli a b c & a e d æquedistantes erunt, qđ est contra hypothesim, supponunt enim se secare in puncto a, aut sequatur circulum transeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo transeunti per puncta c & d, quorum circulorum polus est punctum a, qđ iterum est impossibile. & si linea c e sit minor ꝙ̃ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝙ̃ ultra lineam b d, est ergo linea b d remotior à puncto sectionis, quod est ꝓpositum hypothesis, ergo patet ꝓpositum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, sunt æquales, & cum semidiametris basis æquales, sed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ verticis pyramidis esse polum circuli suæ basis, omnemq; lineam longitudinis esse in eadem superficie cum axe, ipsam quoq; axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere.



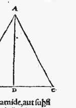
Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ suum unde incipit redeat, triangulo ipso circumducto, qui triangulus, si fuerit duorum laterũ æqualium, secundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

tium fuerit fixũ, causabit pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus, per 5. & per 32. primi. & si fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonia, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante semper 32. primi. sic ergo diuersantur formæ pyramidum secundum diuersitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, sunt æquales ei. s. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter se sunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ causans pyramidem sit a b c, cuius angulus a b c sit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti â lineis lõgitudinis & semidiametris basis sunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex ĳs, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suæ basis per 65. huius, & quoniã linea a c est in eadem superficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis sunt in eadẽ supeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu suo describit circulũ basis. patet ꝙ axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente cõmuni, omnes anguli ad centrum b constituti sunt æquales, patet ergo propositum.

XC.

Omnis superficiei planæ secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinẽ & superficiei conicæ, cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum, ex quo patet, quoniã illa superficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ superficies quæ pyramidẽ secundum lineam longitudinis per æqualia secuerit, secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter basis b c, & sit centrum basis d, & palam per præmissam, qm̃ linea a d est axis illius pyramidis, superficies itaq; plana secans pyramidẽ rotundam, secundũ axis longitudinẽ pertransit puncta a & d, erit itaq; illa superficies plana orthogonaliter erecta sup basem pyramidis per 18. undecimi, cõmunis itaq; sectio basis pyramidis & illius superficiei planæ est linea recta p 3. undecimi, qđ est diameter basis, & sit hoc b c. trigonũ itaq; a b c est in superficie secante, sed & idẽ trigonum est in superficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d est illud, ex cuius ꝑtransitu describitur pyramis a b c, & trigonũ a b c est duplum illi per 1. sexti. patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa supficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per æqualia, qm̃ transiens uerticem & conclusa diametro per æqualia diuidit & basem, in laterata uero pyramide, aut supficies plana secans transit latus aut angulum, eritq; ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis sectio semper trigonis maior uel minor, patet ergo propositum, quoniam & cõuersa per se, & ex præmissis patet.

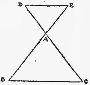


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis super axem in uertice tantũ se intersecant, productæ quoq; aliam similem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis secundum positionẽ & situm priori pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuscunq; ꝓductæ, se super axem

in uertice ſecent, euidens eſt, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes ſunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipſarum aliam interſecat, ꝙ etiã ꝑductæ aliam pyramidẽ priori ſimilẽ pi incipiant, patet, ſecet enim ſupficies plana pyramidẽ ſecundum axis longitudinẽ, erit ergo ꝑ præcedentẽ cõmunis ſectio iſtius ſupficiei & ſuperficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ cauſantis, ſed palã per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝑducta principiant aliũ trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot poſſunt imaginare planæ ſupficies trãs axem pyramidẽ ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori ſimilem, lineis longitudinis à dextra prioris prodeuntibus in ſiniſtrũ poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrum poſterioris, & econuerſo. patet ergo ꝑpoſitum.



XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit.

Hoc non indiget demonſtratiõe aliâ niſi ſimili illi, quæ fit in 89. huius. ſicut enim trigonum orthogonium altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, ꝑ reuolutionẽ ſuam cauſat pyramidẽ rotundam, ſic quadrilaterũ rectangulũ quoqꝫ ſuorum laterum fixo manente, alijs tribus quouſqꝫ ad locũ ſuum redeãt, circũductis cauſat motu ſuo figurã columnarẽ rotundam, fiet ergo ꝑtractio omniũ eorum quæ ꝑponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.



Omnis ſuperficiei planæ ſecantis columnã rotundam ſecundũ axis longitudinẽ & ſuperficiei columnæ, cõmunis ſectio eſt rectangulũ ſub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſium contentũ, ex quo patet, quoniã illa ſupficies per æqualia diuidit columnã.

Colũna rotunda ſit, cuius axis e f, ſecetq́ꝫ ipſam per e f ſuperficies plana, ſitq́ꝫ cõmunis ſectio ſecundũ puncta a b c d. Dico, ꝙ ſectio a b c d eſt quadrangula rectangula ſub lineis longitudinis colũnæ, & duabus diametris baſiũ cõtenta. ducaẽ enĩ linea e a in baſe colũnæ & in ſupficie ſecãte, hoc eſt ergo ſemidiameter circuli baſis colũnæ. Cõpleat itaqꝫ e g diametrum baſis, cadetq́ꝫ in ſupficie plana columnã ſecante. ſi enĩ linea e g nõ eſt ducta in ſuperficie plana columnã ſecante, ducatur linea b e in illa ſupficie ſecante. lineæ ergo b e & e a ſunt linea una, qm̃ ſunt in una ſupficie, ꝑductæ ambo orthogonaliter ſuper axem e f cõtinue, ſimiliterq́ꝫ linea e g cõplet diametrũ a e, nõ in ſupficie ſecãte, ſed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in ſublimi, qđ eſt contra 1. undecimi. palam itaqꝫ, quoniam linea a b eſt diameter baſis, & ꝙ punctus g cadit ſuper punctum b. Similiterq́ꝫ declarandum de linea c d, quoniã eſt diameter alterius baſis, lineæ quoqꝫ a c & b c ſunt lineæ longitudinis columnæ, qđ eſt propoſitum. ex hoc itaqꝫ patet, quoniam cum illa

illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qđ etiam diuidit p æqualia columnam.

XCIIII.

Supficiei secãtis columnã rotundã æquedistãter supficiei per axem secanti, & superficiei columnaris cõmunis sectio, est rectangulũ sub duabus lineis lõgitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diametris basiũ cõtentũ.

Sit, ut in præcedenti ,ppositione, columna secta per planã supficiem secundũ sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq́ nunc supficies plana columnã secãs, æquedistans superficiei a b c d, cuius cõmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq́ à punctis h & i lineæ ppendiculares super diametrũ a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq́ linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diametro a b, similiter quoq́ i k minor est diametro c d, ductis ppendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo ,ppositũ.

XCV.

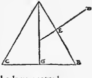
Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundũ punctũ contingit supficies plana ,pposita corpora sicut sphærã, qm̃ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphæra. sed utcũq́ contingit ipsa secundum superficiem, qm̃ cum in quolibet istorũ corpo℞ sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundũ lineas in supeficie plana contingente, ductas ad ipso℞ contactum, non contingi secundũ punctum, sed secari, qđ est contra 15. tertij, & impossibile. non ergo continget supficies plana ,pposita corpora secundũ superficiem, restat ergo, ut secundũ lineam contingat, & quia cõtingit in pyramide uerticẽ & basem & in columna ambas bases. patet, ꝙ utrunq́ illo℞ secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e ppendicularis super curuã illius supficiem. Dico, ꝙ linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est ppendicularis supet curuam supficiem ,ppositam, palam p diffinitionẽ, qm̃ linea e d est ppendiculariter erecta super superficiem contingentẽ pyramidem super aliquã lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b. palam ergo pet 2. undecimi, qm̃ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est ppendicularis super curuam superficiem pyramidis. patet, ꝙ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b. ,pducta ergo trãs pyramidẽ, secabit ipsam secundũ lineam longitudinis a b p æqualia diuidẽs pyramidẽ, & trãsibit p axem a g per 90. hui9. trigonũ a b g cum linea d e est in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qđ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cõcurret cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qđ est ,ppositum, qm̃ in columna rotunda eodem modo demonstrandũ, in illis enim, quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem supficie, patet per 2 huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc ,pponebatur.



XCVII.

Omnis superficies plana superficiei contingenti, pyramidem uel colum-

nam

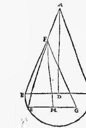
nam in loco contactus orthogonaliter inſiſtens, neceſſario ſecat pyramidē uel columnam per ipſius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat ſuperficies plana, palam ergo per 95. huius, qm̄ continget illam ſecundū lineam longitudinis. ſuperficies itaq; huic ſuperficiei orthogonaliter in loco contactus inſiſtens, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē curuam pyramidis uel columnæ, & ipſorū cōmunis ſectio eſt linea longitudinis, ſup quā in ſuperficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmiſſam tranſibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & ſuperficies illam axem tranſiens, ſecabit pyramidem uel columnam ſecundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam non per uerticem, & ſuperficiei conicæ pyramidis, communem ſectionem figuram triangularem eſſe impoſſibile.

Eſto pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, centrum baſis d, & axis a d, quā ſecundum axis longitudinē ſecet ſuperficies plana ſecundū trigonum a b c per 90. huius, ſecetq; ipſam alia ſuperficies erecta ſuper trigonum a b c, nō per uerticem ſecundū ſectionē, quæ ſit e f g, cuius ſupremus punctus ſit f, & ſit linea e g æquediſtans alteri diametro baſis pyramidis, cuius medius punctus ſit h, & ducatur linea f h à ſupremo puncto ſectionis ad medium ſuæ baſis, & quia linea e g eſt linea recta, quæ eſt æquediſtans diametro baſis pyramidis, & punctū f ſignatū eſt in ſupficie conica in ſupremo, ſupficies e f g ſecat conicā ſupficiē. Si itaq; ſectio e f g ſit trigonū, ſ. rectilineū, patet, qm̄ duæ lineæ lōgitudinis pyramidis, quæ ſunt e f & g f, concurrunt in puncto f præter uerticem pyramidis, quod eſt impoſſibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri eſt impoſſibile, quoniā ſupficies ſecās ſupponit̄ eſſe plana, & ſuperficies illius trigoni eſt curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una, cum itaq; illa ſectio ſit linea una, dicat̄ ſectio conica uel pyramidalis, ſi itaq; axis pyramidis q̄ eſt a d ſit æqualis ſemidiametro baſis, quæ eſt b d. palam, quia pyramis a b c eſt orthogonia, qm̄ angulus b a c trigoni a b c eſt rectus. Si ergo linea f h, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei e f g, & trigoni a b c æquediſtet lineæ a c, quæ eſt latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c ſit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & ſimiliter angulus h f a, tunc itaq; ſectio e f g dicetur ſectio rectangula, uel parabola, & eſt illa, quā Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquediſtant, ſed cōcurrant, ſi concurſus fiat ad partem puncti a, quæ eſt uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtuſus, & tunc ſectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uerſus punctū c, qui non eſt uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc ſectio e f g dicetur oxigonia, uel elipſis uel mukefi diminuta, & ſecundum hunc modum iſtæ ſectiones & earum paſſiones ampliſſime uariantur.



XCIX.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam lateratam trās axem, æquediſtanter baſi & ſuperficiei pyramidalis uel columnaris cōmunis ſectio eſt ſimilis periferiæ baſis, & ſi illa ſectio periferiæ baſis eſt ſimilis, ſuperficies ſecans æquediſtat baſi pyramidis uel columnæ.

Si enim illa ſectio baſis æquediſtat, om̄es trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni ſunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. ſexti, ꝙ tota periferia ſectionis eſt ſimilis baſi pyramidis, quoniā omnia latera trigonorū totalium & partialium

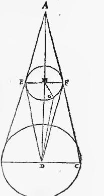
erunt

erũt ꝓportionalia, & ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis, eſt etiã baſi æq̃diſtãs, q̃m ſi nõ eſt æq̃diſtãs, erit alia ſcd̃m idẽ punctũ ſecãs per axẽ, æq̃diſtãs baſi ſimilis ꝑiferiæ baſis ꝑ p̃miſſã, ſequit̃ itaq;, ut una ſimilis, alia quoq; non ſimilis, ſecundũ idem punctũ ſecent axem pyramidis, alia uero æquediſtãs baſi fieri poterit ꝑ 31. primi, ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui lineaꝝ baſis pyramidis, & à ternis illius alijs lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis, ex hoc autem accidit impoſſibile, q̃m ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecũ ꝓpter trigonoꝝ ſimilitudinẽ æqualem fieri intrinſeco, cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cõtinentes angulis illis, qui ſunt per lineam periferiæ baſis, patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandũ eſt in columnis lateratis, & facilius ꝓpter æqualitatẽ lineaꝝ ꝑ 34. primi.

C.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam tranſaxem æquediſtanter baſi, & curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cõmunis ſectio eſt circulus, & ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi, ex quo patet, ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtãter baſi ſecans pyramidẽ uel columnã, nouam pyramidẽ conſtituit uel columnã.

Sit pyramis rotũda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrũ baſis d, ſecet'q; ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g. Dico, ꝙ linea e f g eſt periferia circuli, ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidẽ per uerticem & per axem, quæ eſt a d, cõmunis itaq; ſuperficiei & pyramidis ſectio, eſt trigonum, qd' ſit a b c per 90. huius. ſecet'q; ſuperficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d ꝑ 16. undecimi, eſt ergo per 29. primi & per 4. ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a, ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e, ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, ſicut lineæ b e ad lineam e f. Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineæ lõgitudinis pyramidũ cum ſemidiametris baſium, ſunt æquales. palam per 4. primi, quia linea d e eſt æqualis lineæ d f, & angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c, q̃m ambo ſunt recti. & angulus e d b æqualis angulo f d c, remanet angulus e d h æqualis angulo f d h, quoniã ſunt reſiduæ partes rectorũ ſuper angulos æquales. palam ergo per 4. primi, q̃m linea e h eſt æqualis lineæ h f. Similiter'q; ductis lineis h g & d g, & completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur, quoniã linea f h eſt æqualis lineæ g h, ſunt enim trigona æquiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctũ h eſt centrum circuli, eſt ergo e f g linea circũferentia circuli, qd' eſt ꝓpoſitum. Et ſi ſectio e f g eſt circulus, palam, q̃m ſuperficies plana ſecundum illum circulũ ſecans pyramidẽ, eſt æquediſtans baſi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum baſis h, erit itaq; linea longitudinis, quæ eſt e a, æqualis lineæ f a per 89. huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a, remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f, erit quoq; linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d, ergo per diffinionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet, ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiẽ e f g, ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis, cuius diameter eſt b c, ergo per 14. undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis, quod eſt ꝓpoſitum, q̃m ſimpliciter ſecundũ præmiſſum in pyramidibus modũ, in columnis'q; rotundis poteſt demonſtrari, & propter



æquedistantiã linearum longitudinis columnæ facilitas accedit demonstrationi, fiunt enĩ lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & lineæ h e, h g, h f, eritq; sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaq; patet manifeste, q̃m omnis plana superficies secans quamcũq; pyramidẽ æquedistanter suæ basi, nouam constituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscisæ, est idem cum uertice prioris, & axis abscisæ, pars axis ipsius prioris, datæ basis quoq; æquedistat basi. Similiter quoq; fit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim æquedistanter basibus secans quamcũq; columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas, s. abscisam & ipsam residuam, q̃d non accidit in pyramidibus, patet ergo totum q̃d ꝓponebatur.

CI.

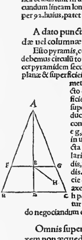
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, q̃ fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quæ superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctũ transeuntẽ per 90. huius, columnã quoq; per 92. huius, patet ergo propositum.

CII.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Esto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali superficiei conicæ circũducere. Sit itaq;, ut superficies plana secet pyramidem secundũ axem a d transpunctum e, cõmunis itaq; sectio illius superficiei planæ & superficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quæ erit diameter basis pyramidis. In hac itaq; superficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter super axem a d, quæ ꝓducta ad conicã superficiem sit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter super a d, cadatq; punctum e in conica pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e h ꝑpendiculariter super axem a d, cadatq; punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super cõmunem terminũ linearum e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palam per 5. undecimi, q̃m istæ lineæ sunt in una superficie, eritq; per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta est perpendiculariter super basem pryamidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, q̃m superficies f g h æquedistat basi pyramidis. est ergo per 100. huius f g h circulus, q̃ si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis super axem a d, quæ sit f e, per 12. primi, educanturq; à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares super axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonstratio, patet itaq; ꝓpositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



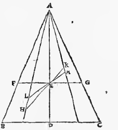
CIII.

Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquedistanter basibus, & superficiei curuæ, cõmunem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secetq; ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non æquedistanter basi, & sit cõmunis sectio huius superficiei planæ & superficiei conicæ f g, h k. Dico q̃ hæc sectio nõ est possibile, ut sit circulus, Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du

catur

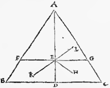
cātur circulus per præmissam, hoc itaq; æquedistabit basi per 100. huius, sitq; f g l m, & signentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, quæ itaq; oēs erūt æquales p 89. huius, ideo, ꝙ supficies æquedistans basi pyramidis, nouam pyramidē abscindit per 100. huius, & quoniã sectio f g, h k non æquedistat basi pyramidis, patet, ꝙ non æqualiter distat à uertice pyramidis, quæ est punctum a, sit itaq; punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l ꝓducta, & punctus k sit ꝓpinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaq; linea a h maior ꝙ̃ linea a l, & linea a k minor est ꝙ̃ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est æquale lateri e f per diffinitionē circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est cõmunis sectio circuli & superficiei obliquæ pyramidem secantis, inæquales itaq; lineæ ab hoc puncto e ꝓducuntur ad periferiam sectionis. non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionē. Dicemus ergo illã sectionē in pyramidibus pyramidalē, & in colũnis colũnalē, est tñ illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonia uel elipsis. & qm̃ talis sectio est figuræ oblongæ, patet, ꝙ ipsa habet diametros plurimas oēs inæquales, & per illud punctũ axis secti corporis trãseuntes ipsam quoq; sectionē per æqualia diuidentes, quorum maxima est, quæ transit longitudinem sectiõis, minima uero est, quæ pertransit latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaq; propositum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ superficierum secantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, si una æquedistanter basi, & alia non æquedistanter secuerit, cõmunis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnã orthogonalis super axem, ex quo patet, ꝙ siue circuli periferia, siue sectio alia quæcunq; non in eadem superficie, quamcunq; secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam intersecabit.

Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundũ punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet æquedistanter basi ut f g h, alia uero non æquedistanter ut f g k l.

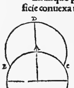


Dico, ꝙ cõmunis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem orthogonalis super axem, ut est linea f e g, ꝙ enim illæ superficies se intersecēt, patet per hoc, ꝙ aliquæ lineæ in ipsis ꝓductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo se intersecant, ut in pũcto e. Quòd enim illarum superficierũ cõmunis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi. ꝙ autē illa linea, quæ est illarum linearũ cõmunis sectio, sit orthogonalis super axem pyramidis, quæ est a d, patet p 14. undecimi, axis a d est ꝑpendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, qm̃ illæ superficies sunt ex hypothesi æquedistantes, ergo per diffinitionē lineæ super superficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est ꝑpendicularis super axem a d. linea uero quæ est cõmunis sectio istarum superficierũ secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset cõmunis sectio, palam ergo ꝓpositum primum. qm̃ cõmunis sectio superficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidē secantium, est orthogonalis super axem pyramis

ramidis, & eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineæ, fiet intersectio illarum sectionum, quia si in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiæ columnæ rotundæ semicirculo in superficie conuexa uel concaua columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per æqualia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ basis columnæ rotundæ quod sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnæ concaua uel conuexa, quæ sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitque ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per æqualia in puncto d. Dico quod linea a d est erecta super superficiem basis columnæ, quoniam enim arcus b d est æqualis arcui d c, patet, quod angulus d a b est æqualis angulo d a c per 26. tertij. est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo propositum.

CVI.

Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiusdem uel diuersæ altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptæ angulum ad basem, angulo circumscribentis maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi æquedistantem producatur, anguli productæ ad basem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunque anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

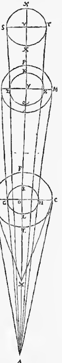
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suæ longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaque semidiameter basis quæ est d c, ut libuerit, & sit abscisa in puncto h, producatur itaque linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet que pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad quodcunque punctum lineæ d c, & hoc est quod proponebatur primum. Quod si diuersæ altitudinis pyramidem ad basem communem inscribere placuerit similem priori datæ, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producatur lineæ a puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datæ. patet autem ex præmissis, cum omnes anguli cuiuscunque pyramidis ad basem, sint æquales per 89. huius, quoniam ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur. palam, quod quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in omnibus similibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus. patet, quod omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores omnibus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus, & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Quod si linea longitudinis, quæ est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatque angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli productæ pyramidis, qui fiunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli

ad

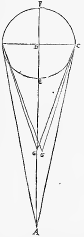
ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet.s. suo correspondenti. Eodem autē modo demōstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producatur ad basem dictæ pyramidis priori basi æquedistantem, est enim idem modus, patetq́ꝫ ex prædictis ultimum ꝓpositum.s. quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum aguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint æquales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addit̃, necesse est ut in reliq̃ minuatur, & hoc est totũ qđ ꝓponebat̃.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersæ sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.



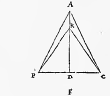
Esto pyramis data, quæ sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sitq́ꝫ axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribaturq́ꝫ ei per præcedētem ad eandē basem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrũ circuli basis ambarꝫ pyramidũ, qđ est d, & uertex datæ pyramidis, q est a, & uertex inscriptæ pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidē patet de punctis a & d, ꝙ autē punctum g in eadem sit linea, ꝓbatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquā partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterā uersus lineam a c in superficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaqꝫ p 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiusdē pyramidis sunt æquales, patet, ꝙ latera g b & g c sunt æqualia, sed & b d est æqualis ipsi c d, & axis g d cōmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c est æqualis angulo g d b uterqꝫ ergo est rectus. Sicut autē angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autē est impossibile. patet ergo, cum ubicunqꝫ extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniā punctus g



necessario erit in linea a d, hoc est ꝓpositum. Qđ si à puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim.s. ꝙ ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qđ est contra præmissa, uel sequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circūferentiā non sint æquales, qđ

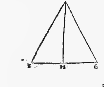
totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.



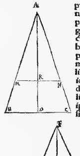
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æqualium basium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintq́ ipsarum bases b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico quod angulus b a c est minor angulo e f g. Resecetur enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ sit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g, secetq́ superficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq́ per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b k c secundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis æqualia & æquiangula, patet ergo propositum.

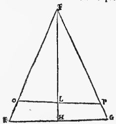


CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ basiũ, duæ pyramides æqualis inter se altitudinis abscindãtur, necesse est basem pyramidis abscisæ ab altiori base alterius abscisæ minorẽ esse.



Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscidaturq́ ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abscisæ ab axe h f. secetur itaq; pyramis altior per superficiẽ planam per axem, eritq́ per 90. huius sectio cõmunis trigonus qui sit a b c, & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquedistanter basi b d, & similiter à puncto l ducatur linea l o æquedistanter basi e h per 31. primi, eritq́ per 29. primi, & per 4. sexti proportio lineæ b d ad lineam k m, sicut lineæ d a ad lineam a k, & proportio lineæ e h ad lineam o l, sicut lineæ h f ad lineã f l, est autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior quàm linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est proportio lineæ d a ad lineam a k, quàm sit linea h f ad lineam f l. est ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k quàm lineæ e h ad lineã o l, sed linea b d est æqualis ipsi e h ex hypotesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior quàm linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineã l p esse maiorem quàm sit linea k n, & tota linea o p erit maior quàm linea m n, circũducãtur itaq; per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorum unius diameter sit m n, & alterius o p, eritq́ o p maior circulo m a, & quod circuli illi æquedistãt basibus pyramidis, patet per 100. huius, quoniam à uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quæ ex præmissis sunt æquales. Idemq́ penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis æquedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datæ pyramidis & lineis ad axes æquedistantibus, quibusdam lineis productis à trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.



Si

CX.

Si pyramis rotunda ſphæram interſecet, nec eius conica ſuperficies à ſuperficie ſphæræ interſecetur, cõmunis ſectio ſuperficierum ſphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli baſis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius ſuperficies plana ſecundũ circulum ſecat ſphæram, baſiſq; pyramidis ſuperficies plana eſt, quia circulus, palam, ꝙ illa baſis ſphærã ſecundum circulũ interſecabit, interſecat autẽ pyramis ſphæræ ſuperficiẽ ſecundum totam ſuam baſem, quia ſuperficies eius conuexa conica à ſuperficie ſphæræ non interſecatur, ut patet per hypotheſim. patet itaq;, ꝙ cõmunis ſectio ſuperficieꝝ dictarũ, erit circumferentia circuli baſis pyramidis, ſuperficieſq; illa circumferentia contenta, quæ eſt circulus, q eſt baſis pyramidis, erit ſuperficies cõmunis. & ſi aliàs corpuſculũ, qd' eſt pars ſphæræ reſectum à ſphæra per illam ſuperficiẽ, ſit corpus uterq; dictorũ corpoꝝ cõmune.

CXI.

Si pyramis ſphæram interſecet, ſit ut circulus baſis pyramidis in ſphæræ ſuperficie circulo maiori ſphæræ æquediſtet, diametrum ſphæræ ſuper illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſire neceſſe eſt, ex quo manifeſtum eſt, diametrum ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui eſt baſis pyramidis, cõmunis eſt ſphæræ, ſicut pyramidi, tunc per 68. huius patet ꝓpoſitum, quia enim circulus, qui eſt baſis pyramidis, æquediſtat circulo magno ſphæræ, & ij circuli æquediſtantes ſunt ambo in ſuperficie ſphæræ, erit diameter ſphæræ centrũ circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſiens, tranſit enim orthogonaliter centra amboꝝ illorum circulorũ, & qm̃ à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter ſuper ipſam inſiſtentes. ſ. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter ſphæræ, ut præmiſſum eſt, patet ex 14. primi, qm̃ illæ duæ lineæ coniunctæ, ſunt linea una, diametrum ergo ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam neceſſe eſt, & hoc eſt quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis productarũ, trans eius ſuperficiem unica eſt, perpendicularis ſuper ſecti corporis axem, & ipſa eſt minima diametrorum ſectionis.

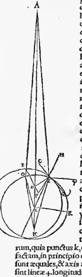
Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis ſectio ſupficiei ipſius ſectionis oxigoniæ & circuli ſecundũ idem punctum axem ſecantiũ, eſt linea orthogonalis ſuper axem ſecti corporis, in alijs autem omnibus punctis ſectionis, perpendiculares ſuper ſectionẽ ꝓductæ, oblique incidunt axi, quoniã ſi aliqua ipſaꝝ ipſi axi ꝑpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis ſuper ſuperficiẽ ſectionis ꝑpendicularis erit, qd' eſt contra naturã ſectionis, patet ergo propoſitum.

CXIII.

In ſectione pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in ſuperficie ſectionis, ductam ſuper ſuperficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionẽ contingentem ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto ſuperiori ſuper axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Eſto pyramis, cuius uertex ſit a, & eius axis ſit a c k, ſitq; in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e, quẽ ꝑtranſeat ſectio pyramidalis quæ ſit b f, e z, in qua

etiam sit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis q̃ sit punctus e, contineatq́ linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ. Dico q̀ si ducatur à puncto z linea ꝑpendicularis super lineam in illo puncto z, ipsam sectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis super superficiẽ contingentẽ pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, q̀ illæ duæ perpendiculares concurrẽt sub axe a c b, sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z æquedistanter basi, & hoc quidẽ per 100. huius, secabit eam secundũ circulum, sit ille circulus g b r z, cuius centrum sit c, cõmunisq́ sectio huius circuli & sectionis oxigoniæ sit diameter ut corda circuli, q̃ est g b t z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius, ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z lineæ lõgitudinis pyramidis quæ sint lineæ a z & a e, & ꝓducatur linea a e, donec ipsa sit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo q̀ est linea longitudinis, & quia punctus ꝓpinquior est uertici pyramidis q̃ sit punctus z, cadat ergo linea a e producta in punctũ circuli o, & à puncto dato qui est e, ducatur linea ꝑpendicularis super superficiem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius concurret cum axe pyramidis qui est a c k, concurrat ergo in puncto d, & sit illa perpendicularis e d, copuletur quoq; linea z d, continens angulũ acutum cum ꝑpendiculari e d, qui sit angulus z d e, & q̃m linea d z est in superficie sectionis per 1. undecimi, sicut & puncta d & z, tunc à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur ꝑpendicularis super lineam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, qd' est c semidiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a est acutus, patet, q̀ perpendicularis super lineam a c ducta à puncto o, cadet sub centro circuli qd' est c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat cum axe in puncto k, & sit o k æquedistans lineæ e d per 6. decimi, & ducatur linea k z, & ducatur linea contingens sectionẽ in puncto z quæ sit t q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per 16. tertij, quæ sit z u, & ducatur diameter circuli quæ sit b c z, & à centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diametrum b c z, quæ sit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur super centrum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis super axem a c k, q̃m est semidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea c r est perpendicularis super superficiẽ a c z secantem pyramidem per axem. Sed & linea c r est æquedistans lineæ contingenti circulũ in puncto z, qui est y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z y est perpẽdicularis super superficiẽ a c z, linea ergo t q contingẽs sectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. patet q̀ linea t q non est ꝑpendicularis super illam superficiẽ a c z, uerum, quia punctus k, qui est punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poli factam, in principio est polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z sunt æquales, & axis a k cõmunis, sed & linea a o est æqualis lineæ a z per 89. huius, cum sint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmissa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k sunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & q̃m angulus a o k est rectus, ideoq́ linea o k ducta est perpendiculariter super lineam a e, ut patet per præmissa, erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpendicularis super lineã a z, quæ est linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis super superficiem contingentem pyramidẽ secundum lineam a z lineam longitudinis. sed linea t q est in superficie illa contingente, quia est cõmunis sectio superficiei contingentis, & superficiei sectionis b f e z, q̃m est in superficie contingente pyramidẽ ducta, contingens sectionem, est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per diffinitionẽ



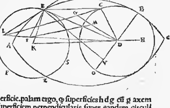
lineæ

lineæ super superficiem erectæ, ducatur quoq; à puncto z in ipsa superficie sectionis per 11. primi, ꝑpendicularis super lineã t q, quæ sit linea z h. Cum itaq; linea k z sit extra superficiem sectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam ꝙ ipsa secabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaq; lineæ k z & h z in una superficie per 2. undecimi, superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineã eis ambobus cõmunẽ, quæ est h z, & per 19. huius, & secat lineam t q in puncto z, & superficies h z k secat superficiem d z h super lineam cõmunem ambobus illis superficiebus, q̃ est linea h z p. Verum linea d z e est in superficie sectionis, ut supra patet, & secatur à linea k e in puncto z, & punctus t est supra superficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita superficies k z h secat superficiẽ d z q super lineam cõmunẽ, quæ est ꝑpendicularis super lineam t q, & est linea z h, quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendicularis linea t q, ut patet ex præmissis, & qm̃ superficies h z k secat superficiẽ d z q. & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, fit ex parte semidiametri z c, erit linea quæ est cõmunis sectionis illarum superficierũ, & est linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ est à puncto z ducta perpendiculariter super lineam sectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝑpendiculari e d sub axe a c b, qm̃ perpendicularis e d secat axem pyramidis, quæ est a c k in puncto d, ꝙ autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra sectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d sub puncto d, & sit cõcursus punctum p, patet ergo propositum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in sectione columnari signatorũ ducta perpendicularis super axem columnæ in ipsa superficie sectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari super axem columnæ continente, si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis super ipsam sectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari sub axe, & sub puncto concursus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit sectio columnaris quæ a e, b e, in qua signata sunt duo puncta, quæ sunt b & e, sitq; columnæ, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k, & ab altero signatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculariter super axem incidens puncto d, & ducatur item in superficie sectionis à reliquo datorum punctorũ qd' est e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, qui sit e d b, sitq; linea contingẽs sectionem in puncto e, quæ sit exempli causa linea l e q. Dico ꝙ perpendicularis à pũcto e ducta super lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d sub axe b k, & sub puncto d, q est punctus concursus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius super pũctũ sectiõis qd' est b circulus æquedistans basibus columnæ, qui sit b c o, cuius centrũ sit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ sit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis super lineam b d in ipsa circuli superficie. palam ergo, ꝙ superficies h d g cũ ꝑ axem transeat, quæ erecta est super circuli superficiem, perpendicularis super eandem circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



æquedistans superficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à puncto b est æquedistãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs super punctum b, est æquedistans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus ex præmissis, & angulus contentus sub linea d b, & sub linea contingente in puncto b est rectus per 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 15. undecimi, igitur superficies in qua sunt lineæ l e & e c, non est æquedistans superficiei h d g per 24. huius, quõ superficies contingens sectionẽ oxigoniam in puncto b, non est æquedistans superficiei contingenti eandem sectionẽ in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionẽ, & linea longitudinis quæ est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d g non æquedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g per 3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ necessario erit contingens circulum b c o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur columna, fit contingens. ducta autem linea c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d est semidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius super e punctũ sectionis circulus æquedistans basibus columnæ qui sit e s z p, & centrũ huius circuli sit punctus axis qui k, & ducatur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ secabit superficiẽ e s p, secet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctũ d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hypothesi, & punctũ l, qđ est punctum lineæ contingentis sectionẽ, est in eadem superficie sectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l est in superficie sectionis, punctum ergo f est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e est in ambabus superficiebus, ergo per 1. undecimi linea e f producta erit in ambabus illis superficiebus, ergo per 19. huius secundũ lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p. ducatur itaq; linea k f, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super superficiẽ circuli b e o per 11. undecimi, quæ sit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet ex præmissis, & ducatur linea t m. palam ergo, quõ linea k d æqualis, & æquedistans est lineæ f m per 25. huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ perpendiculares super superficiem circuli b c o & super superficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquedistant per 32. huius, utraq; enim ipsarum æquedistat ambabus basibus columnæ per 100. huius, quia itaq; linea f m est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit linea f m æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t per 30. primi, quoniã linea t e est æqualis & æquedistans axi k d per 92. huius, cum sit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquedistans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquedistãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam superficies k d l s, quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super superficiem sectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ superficiei erectæ super superficiem, & eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, quõ enim illa superficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super superficiem circuli e s p, æquedistans basibus e a, est eadem superficies k d f, quia itaq; dicta superficies k d l est erecta super superficiẽ sectionis oxigoniæ & circuli e s p, ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam cõmunem dictæ sectioni & circulo quæ est linea e f, quia linea e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ super superficiem erectæ, angulus e f k est rectus, ergo angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neq; in æquedistantibus circulorum superficiebus protracta, æqualia sunt & æquedistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. tertij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem perpendicularis quæ t m, ergo per 8. & per 16. sexti illud qđ fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, est æquale quadrata lineæ m t, & quõ linea g t contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiæ qđ est t, palam, quoniam linea l g est æquedistans axi k d, quõ enim superficies secundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ est l e t g, & superficies secans columnã trans axem quæ est h d g l sunt erectæ super basiũ columnæ superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com

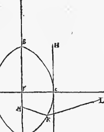
munis

munis sectio, quæ est in ꝑposita linea l g super easdem sup̃ficies basium, ꝑpendicularis erit. æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono l d g linea f m æquedistat basi l g, patet per 2. sexti, ꝙ linea f m secat illa latera ꝓportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ d m ad lineam m g, ergo ꝑmutatim per 16. quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est ꝙ̃ linea d m per 19. primi, q̃m in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l est maior ꝙ̃ linea m g, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qđ fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratũ lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum linea e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud qđ fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. restat ergo ut linea sit perpendicularis super lineam cõtingentem sectionẽ a e b c, quæ est q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniet in puncto d, sit ergo illa ꝑpendicularis linea e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, q̃m angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum linea b d, qđ est euidens, patet ergo ꝓpositum. perpendicularis enim super lineam sectionẽ contingentem, est ꝑpendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter diuidet sectionem, ut in unaquaqꝫ illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.

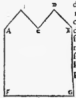
Esto oxigonia quæ a b c d, quã ꝑpendicularis e b d secet in duas partes quæ sint b c d & b a d. Dico ꝙ unaquæqꝫ illarum partium est unicus tantum punctus, à quo ducta contingens æquedistat ꝑpendiculari e b d, quoniã enim ꝑpendicularis e b d diuidit sectionẽ, diuidatur eius pars b d, cadens intra sectionẽ per æqualia per 10. primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat per 11. primi, ꝑpendicularis super lineam b d, quæ ꝓducta ad periferiam sectionis in punctũ c sit f c, & à pũcto c ducatur ꝑpendicularis super lineam f c quæ sit g c h, eritqꝫ linea g c h contingens sectionẽ, quoniã ad utranqꝫ partem ꝓducta, non secabit illam. palã itaqꝫ q̃m linea g c h æquedistat ꝑpendiculari super sectionem quæ est e b d per 28. primi. Qđ si ab alio aliquo puncto partis sectionis quæ b c d, ut à puncto k producatur linea contingens sectionẽ quæ sit k b, patet, quoniã illa concurret cum linea g c h per 14. huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctũ k, fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis, ideo, ꝙ angulus f c g est rectus, & linea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet angulũ rectum, ut forte cum linea k m, quia itaqꝫ anguli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo p 2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ꝑpendiculari e b d. similiter quoqꝫ in parte sectionis quæ est b a d facta deductione, patet ꝓpositum.



CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales sectiones ampliantur ex parte basis pyramidis, qđ non accidit in columnis.

Hoc

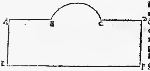


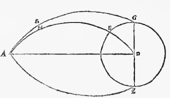
Hoc qđ ꝓponitur accidit ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundũ punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis super sectionem pyramidalẽ ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imaginetur columna, cuius basis sit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit superiorẽ partem pyramidis, & sic inferior pars sectionir pyramidalis continebit inferiorẽ partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorẽ sectionis partem pyramidalis. Partes autẽ sectiõis columnaris sunt æquales propter æqualitatẽ corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.

CXVII.

Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similẽ, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis motæ lineæ illã superficiẽ causante.

Qđ hic ꝓponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum lineaꝝ circa axem aliquã mota describit superficiẽ, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ, causante motu suo illam superficiẽ, hoc enim patet in superficie rectangula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnã rotundam, cuius superficiẽ & superficiei planæ columnã per axem secantis, cõmunis sectio est linea similis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duoꝝ laterum fixo tertio efficit pyramidẽ rotundam, ut patet ꝑ 90. huius, omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidẽ per axem, & supficiei conicæ pyramidis, cõmunis sectio est triangulus continẽs lineas similes prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiã in semicirculo motu, cuius diametro fixa describit sphæra, & omnis supficiei planæ secantis sphærã per axem, quæ est diameter, & superficiei sphæricæ cõmunis sectio est circulus, ut patẽt hæc om̃ia ex principijs lib. 11. Qđ si linea mota circa axem fixum, quæ sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis a ctu, ut si a b & c d sint rectæ, quarum media b c utramqꝫ rectaꝝ illarũ copulans sit curua, fiatq́ꝫ motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc supficies corporis describi similes habens lineas ipsis lineis causantibus illam rotundam supficiẽ motu suo. ꝙ si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectaꝝ & curuarũ, ut sunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, ucrbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis ꝑabolæ medietas quæ mouetur sit a b g, cuius axis a d, & sit linea g d ꝑpendicularis super ipsam axem a d, figatq́ꝫ axis a d, & reuoluatur a b g, donec redeat ad locum à quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cõcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus ꝓueniẽs ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sitq́ꝫ ille circulus g e z, & eius centrũ est punctũ d, qm̃ punctum g motu suo illius circuli periferiã describit, eritq́ꝫ uertex illius





illius causati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana, utcunq; illius sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem, palam itaq; per 3. undecimi, qm̃ illius superficiei & superficiei corporis cõmunis est linea quæ sit a h e. Dico q̃ linea a h e est sectio pabola æqualis & similis sectiõi a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctũ g peruenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam lineã a h e d, & fient superficies una, & quoniã sectio a b g d facit euenire superficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d semper ubicunq; reuoluatur sectio, est cõmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantẽ. Cũ itaq; supponit̃ sectio a b g d sectiõi a h e d, erit cõmunis sectio inter superficiem secantẽ & superficiẽ corporis linea a b g d, sed & eadem cõmunis sectio est linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una, linea ergo a h e est periferia sectionis pabolæ æqualis & similis lineæ a b g, superficies ergo a h e d est sectio pabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt cõmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis, patet ergo ppositum in illis sectionibus conicis quibuscunq;. patet etiam eodem modo ppositum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc est propositum principale.

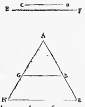
CXVIII.

Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus uero motu suo facit sphæram, quoniã sphæra est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu suo nõ potest causare nisi pyramidẽ, cum est latus trigoni, uel columnã, cũ est latus quadranguli, qm̃ in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatẽ formæ in superficie figuræ pductæ, non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularẽ, patet ergo, q̃ omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis, ut proponitur.

CXIX.

Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.



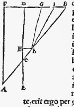
Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum pportionem duarum datarũ linearũ c d & e f, & à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ sit a g, & à puncto g incipiendo, abscindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducat̃ linea æquedistanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaq; pducta secabit lineam b per 2. huius secet ergo in puncto k. linea itaq; a b indiuisa pposita erit diuisa secundũ modum diuisionis lineæ a h diuisæ, erit enim per 2. sexti pportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h, ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc est propositum.

CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam secundũ datam proportionem partium illarum linearũ secante, ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci, est impossibile.

Verbigratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundũ aliquã datã pportionẽ. Dico q̃ à puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e, quæ ipsam secet secundum eandẽ datam pportionẽ, ita, ut denominato pportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e, si enim à puncto a lineam aliam duci taliter sit pos

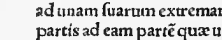
ſsibile, fiat ſuper punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uerſus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq́; angulus c d b obtuſus, & producatur linea d b in continuũ uerſus punctũ a, & à puncto a ducatur linea perpendicularis ſuper lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ proportionem prius datam, quæ eſt lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquediſtans lineæ c b per 31. primi, erit itaq; linea h i maior quàm linea h s per 18. primi, angulus itaq; i g h eſt maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h eſt per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h eſt maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h eſt maior quàm linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquediſtans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, ſed linea b c eſt maior quàm linea k b, ergo linea c b eſt maior quàm linea h i, ergo c b eſt maior quàm linea h g, ſed & linea h e maior eſt quàm linea c e, quoniam totum maius eſt ſua parte, erit ergo per 9. huius maior proportio b c ad lineam c e, quàm lineæ g h ad lineam h e, non eſt ergo eadem proportio quod eſt cõtra hypotheſim, aut ſequitur lineam e c eſſe maiorem quàm ſit linea e h per 14. quinti, quia totũ eſt impoſſibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h ſit minor quàm linea d c, & a e ſit maior quàm c e, per 9. ergo huius concludatur ut prius, non eſt ergo poſſibile à puncto a duci aliam lineam ſecantem lineam d e ſecundum datam proportionem, quod eſt propoſitum.



CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter ſecare, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſimilis proportiõi alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

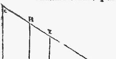
Eſto data linea a b, quã ſecundũ modũ propoſitum debemus diuidere, diuidatur itaq; ſecundum proportionem quam libuerit per 119. huius, quod ſit diuiſa in puncto c, & ſit pars eius a c maior quàm pars eius c b, quia itaq; propoſitæ ſunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c ſecundũ proportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq́; diuiſio in puncto d, ita, ut ſit proportio lineæ a d ad lineam d c, ſicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, quod linea a b eſt modo propoſito diuiſa, eſt enim proportio totius lineæ a b ad unam extremarum ſuarũ partium quæ eſt c b, ſicut reliquæ ſuæ partis extremæ quæ eſt a d ad partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones quæ eſt d c, patet ergo factũ eſſe quod proponebatur.



CXXII.

Diuiſa linea recta taliter, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarum partium ſit ſimilis portioni partis alterius extremæ ad eam ſui partem, quæ utraſq; interiacet ſectiones, ſi fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis ſectionũ æquediſtantes inter ſe, à termino'q; reliquo datæ lineæ producatur linea ſecans illas tres æquediſtantes, erit linea producta ſecundum eandem proportionem diuiſa.

Sit linea diuiſa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b ſit proportio, ſicut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui eſt b, & à punctis ſectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquediſtantes quæ ſint b c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ eſt a, producatur linea ſecans illas æquediſtantes in punctis z h c, quæ ſit a z h c. Dico quod linea a c ſecundũ hanc proportionem cum linea d h ſit æquediſtans lineæ g z ex hypotheſi, erit ex 2. ſexti proportio lineæ a z ad lineam z h, ſicut lineæ a g ad li-



ad lineam d g,& cum linea b c sit æquedistans lineæ d h,erit per eandem 2. sexti, & per 5.proportio lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ a c ad lineam c h.Sed ex hypothesi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ h g ad lineam d g,erit ergo per 11.quinti,ꝓportio lineæ a c ad lineam c h,sicut lineæ a z ad lineam z h,linea ergo a c quæ producitur à puncto h termino lineæ datæ,secat ductas lineas æquedistãtes b c,d h,g z,& secatur ꝑ illas secundũ ꝓportionẽ partium diuisionis lineæ datæ a b,& hoc est propositum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuisa,ut sui totius proportio ad unam suarum extremarũ partium similis sit proportioni alterius extremæ partis ad eam sui partem,quæ utrasq; interiacet sectiones.si ab uno termino unius lineæ,& à punctis sectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum,& ab alio termino producatur linea secans illas tres ductas,erit linea producta secundum prædictum modum proportionabiliter diuisa.

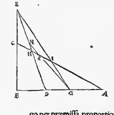
Esto linea ꝓposita a b taliter diuisa in punctis g & d,ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,sicut lineæ a g ad lineam g d,& à puncto b,& à punctis sectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e,quæ sint g e,d e,b e,& à puncto a ducatur linea quæ sit a c,secans illas tres lineas.s.g e in puncto z,& d e in puncto h,& b e in puncto c.Dico quod erit proportio lineæ a c ad lineam c h,sicut lineæ a z ad lineam z h.ducatur enim à puncto h lineæ æquedistans lineæ a b per 31.primi,quæ sit q h,palam ergo per 13. huius,quoniam proportio lineæ a b ad lineam b d,constat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q,& lineæ h q ad lineam b d. Sed quoniam linea q h æquedistat lineæ a b,erit per 29.primi angulus c q h æqualis angulo c b a,sed angulus c b a est cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c,ergo per 32.primi illa trigona sunt æquiangula,ergo per 46. sexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h,sicut lineæ a c ad lineã c h.similiter quoque trigona q e h & b e d sunt similia.est ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d,sicut lineæ h e ad lineã e d.Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13.huius cõponitur ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã c h,& lineæ h e ad lineã e d,ꝓducitur itaq; in directũ linea q h ad lineã g e, quã secet in pũcto m,ꝓportio itaq; lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13.huius,cõstat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d,& lineæ h m ad lineã g d.Sed cũ angulus e m h sit æqualis angulo z g d per 29.primi,erit per 13.primi ꝑ eandem 29.primi angulus h m z æqlis angulo z a g,ergo per 15.& 32.primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4.sexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z,sicut lineæ a g ad lineam h m,sed triangulus h e m,ut supra patet,similis est triangulo g e d,erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,sicut lineæ h e ad lineam d e,ergo proportio lineæ a g ad lineam d g constat ex ꝓportione a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineã e d.Sed ex hypothesi eadem est proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam d g,proportio lineæ a b ad lineam b d constat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d. constat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d,ablata ergo utraq; ꝓportione lineæ h e ad lineam d e.Restat,ut si eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, quæ lineæ a z ad lineam z h,& hoc est propositum.Non tamẽ oportet,quod lineæ a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarum partium,quoniam cum ex præmissis lineæ a b ad lineam q h sit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q h sit maior quàm linea b d ꝑ 4.sexti,palam per 8.quinti,quoniam minor est proportio lineæ a b ad lineam b d quàm sit lineæ a c ad lineam c h.Sunt ergo proportionabiles secundũ generalem similitudinẽ proportionis.Eadem quoq; demonstratio est,quæcunq; lineæ ducantur à puncto a , secantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas,ut supra e,uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b , semper enim linea ducta à puncto a , secans illas tres lineas,secabitur modo dicto,patet ergo propositum.



CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuisisq́ sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarũ partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utrasq́ interiacet sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq́ basi, necesse est productas lineas ambas cõcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g. s. ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́ sibi angulariter linea a c, eodem modo diuisa in punctis h z, ita, ut sit ꝓportio lineæ a c, ad a h, sicut lineæ a z, ad z h, si producatur basis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis sectionũ unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́ omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sunt æquedistantes, ex hypothesi patet, ꝙ necessario concurrent, cõcurrant ergo in puncto q̃d sit e, linea quoq́ g z necessario concurret cum illis. Cum non æquedistet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, sic habemus propositum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, sit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq́ linea e g, secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto q̃ in puncto z, quoniã in puncto z secat ipsam linea n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, q̃d est impossibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, q̃m à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto q̃ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonstrandũ, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.



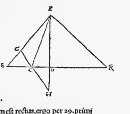
CXXV.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarũ partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partẽ, quæ utrasq́ interiacet sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq́ proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producaturq́ à punctis b c d lineæ nõ æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq́ angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineã z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

bk ad

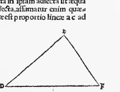
bk ad lineam bc, sicut lineæ kd ad lineam cd, sed per 29. primi trigona bzk & bgc sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ bk ad lineam bc, quæ est lineæ zk ad lineam gc, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ zb ad lineam gc, sicut lineæ kd ad lineam dc. Sed quæ est proportio lineæ kd ad lineam dc, eadem est lineæ kz ad lineam ch per 15. & per 29. primi, & per 4. sexti, quia trigona kdz & cdh sunt æquiangula, habet itaque linea zk ad ambas lineas gc & hc eandem proportionẽ, ergo per 9. quinti linea gc est æqualis lineæ ch, sed per 3. sexti est proportio lineæ gc ad lineam ch, sicut lineæ gz ad lineam zh, cum linea zc diuidat angulum gzh per æqualia. est ergo linea gz æqualis lineæ zh, & quoniã linea gc est æqualis lineæ ch, & linea gz æqualis lineæ zh, & latus cz est cõmune ambobus trigonis gzc & hzc, erit per 8. primi angulus zch æqualis angulo zcg, uterque ergo ipsorum est rectus, ergo per 29. primi kzc est rectus, lineæ zk & ck sunt æquedistantes, patet ergo propositum.

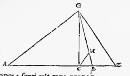


CXXVI.

Diuisa linea per inæqualia, possibile est minori suæ parti lineã adiungi, ita, ut si illud quod fit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea ab diuisa per inæqualia in puncto c, sitque linea ac maior quam linea bc. Dico quod est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ bc, id efficiat, ut hoc quod fit ex ductu lineæ compositæ ex linea ab, & ex adiecta in ipsam adiectã sit æquale quadrato lineæ quæ constat ex bc parte minore, & ex adiecta, assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea ab, quæ sit de, & quæ est proportio lineæ ac ad lineam bc, eadem sit proportio lineæ de ad quandã aliam lineam per 3. huius, quæ sit ef, assumaturque linea df æqualis lineæ ab, & quoniam ex lineis de, ef, df quæcunque duæ simul iunctæ maiores sunt tertia, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulũ per 25. primi, constituatur ergo & sit def, super terminũ itaque lineæ ab quæ est a, constituatur angulus æqualis angulo edf per 23. primi, qui sit gab, & resecetur linea ag ad æqualitatẽ lineæ de, & ducatur linea gb, ergo per 4. primi, cum linea df sit æqualis lineæ ab, & linea ag æqualis lineæ de, & angulus gab sit æqualis angulo edf, erit linea gb æqualis lineæ ef, & reliqui anguli trigoni agb æquales erunt reliquis angulis trigoni def, ducatur itaque linea gc, & quoniam proportio lineæ de ad lineã df, sicut lineæ ac ad lineam cb, erit proportio lineæ ag ad lineam gb, sicut lineæ ac ad lineam cb per 7. quinti, ergo per 3. sexti angulus agb diuisus est per æqualia; palam autẽ, quod angulus gcb est acutus, si enĩ sit rectus, tũc trianguli agc & gcb æquianguli per 32. primi, quoniã ad punctum g duorũ ipsorum anguli sunt æquales, ergo latera eorum sunt proportionabilia per 4. sexti, erit ergo proportio lateris ac, ad cb, sicut lateris gc ad seipsum; æqualis est ergo linea ac lineæ cb, quod est contra hypothesim & impossibile. Si uero angulus gcb detur esse obtusus maior angulo gch, palam per 32. primi, quoniam angulus gbc est minor angulo gac, ergo per 18. primi in trigono agb latus gb maius est latere ag, & quia est proportio lineæ lg ad lineã ga, sicut lineæ bc ad lineã ca, erit per 5. huius per proportionẽ. s. econtrario latus bc maius quam latus ac, quod est contra hypothesim, palam ergo, quoniam angulus gbc est acutus. ducatur itaque



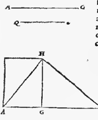


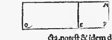
per 31. primi à puncto c linea c h æquedistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29. primi angulus g c b æqualis angulo c g a, ergo & angulus c g h, erit quoque angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctũ itaque g terminũ lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui sit b g i, & quia angulus g c b est æqualis duobus angulis c g a & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b, & quoniam angulus g c b est acutus; palam, quia ergo per 14. huius, quòd lineæ g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i æquale lateri c i, quia itaque angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulus g i a cõmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g, sicut lineæ i g ad lineam b i. Sed linea i c est æqualis lineæ g i, ergo per 7. quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i, sicut lineæ c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i, est autẽ linea b i lineæ b c adiecta, palam ergo propositũ.

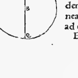
CXXVII.

Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia: Proponantur duæ lineæ q e & a g, dico quòd possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandã aliam lineam cuiuscunque sit quantitatis, ita quòd id quod fit ex ductu lineæ q e, cũ adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadretur ergo linea a g per 45 primi, & sit eius quadratũ a h, & linea a g producta resecetur in puncto f, ita, ut linea g f sit æqualis lineæ a g, ducaturque linea b f, palam, quoniam triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h, est ergo paralellũ a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, hac ergo triangula superficie proposita, & linea q e, possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datæ superficiei trilateræ a b f æquum paralellum constituere, quod addat super cõpletionẽ datæ lineæ q e superficiem quadratã dato quadrato a h simile, sit ergo constituta, & paralellũ sit q m æquale trigono a h f constitutũ super lineam q e, addens super completionem datæ lineæ q e quadratũ e m simile quadrato a h. palam ergo, quòd illud quod fit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f, ergo & eius æquali, s. quadrato lineæ a h & hoc est propositum, quoniam lineæ e z est lineæ q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter: describatur enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturque linea contingens circulũ, ut contingit in puncto g per 16. tertij, referent ad æqualitatem lineæ a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur linea per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id quod fit ex ductu lineæ q e in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 35. tertij, patet quòd lineæ q e est adiecta linea e a, ut proponebatur.







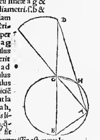
CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri, possibile est ab eodem puncto ad diametrum eductam, extra circulũ ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulũ usque ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Esto data linea q e, sitque g b diameter dati circuli quæ sit a b g & sit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b. Dico ꝗ possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq; ad eductã diametrũ g b, quæ sit æqualis datæ lineæ q e, ducant̃ quoq; duæ lineæ a b & a g, illæ ergo necessario erũt æquales ex hypothesi, qm̃ punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qđ fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximæ, & sit adiuncta e z. Cũ ergo id qđ fit ex ductu q z in e z sit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a g in seipsam, erit linea q z maior ꝙ̃ linea a g, & linea e z minor illa, si enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc est impossibile, ut id qđ fit ex ductu q z in lineam e z, sit æquale quadrato lineæ a g, qm̃ linea q z est maior ꝙ̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z sit minor ꝙ̃ linea a g, palã, quoniã linea q z est maior ꝙ̃ linea a g, ꝑducat̃ ergo linea a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & sit a g e, posito ergo pede circini super punctũ a, fiat circulus secundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus secabit diametrum b g eductã, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ necessario secabit circulũ, ꝗa iã concurrit cum diametro; si enim non secet circulũ, contingens erit & æquedistans diametro g b, nunq; concurrens cum eadem, quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales, & punctum a æqualiter distat ab utrisq; terminis diametri. s. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam ergo, ꝙ cum superficies a b g h sit quadrãgulum super circulum descriptum, ꝙ duo eius anguli oppositi. s. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b æqualis est angulo a b g per 6. primi, angulꝰ ergo a g b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triãgulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsoꝛum æquos angulos respiciẽtia sunt proportionalia, est ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed linea d a est æqualis lineæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a est æqualis lineæ q k a; ꝗ-niam linea c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qđ fit ex ductu lineæ d a in lineã h a est æquale quadrato lineæ a g, qđ ex præmissis est æquale ei qđ fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, ꝗd fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a, est æq̃le ei ꝗd fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a est æqualis lineæ q z, reliquit̃ ergo ut linea a h sit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipsi lineæ q e, q̃ est data linea, est aũt à dato in ꝑiferia circuli pũcto a ad cõcursum diametri b g sic ꝑducta, patet ergo ꝓpositũ.

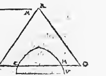




CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuicunq; datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniunganrur, quæ sunt f r & c r concurrẽtes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data linea m c, proponit̃ nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ a c, & insuper reliquæ suæ parti quæ est m o, ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandũ, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imagina



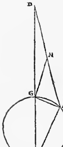
tione

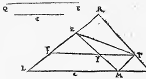
tione mœchanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ sint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imaginet̃ mœchanice quusq; nobis accidat res quæsita, hoc tñ Apollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullã earum linearum secante demonstrauit, cuius nos demonstrationẽ, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

CXXX.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

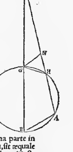
Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi q̃ punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo q̃ punctũ a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahat̃ ergo à puncto g linea æquedistans lineæ a b ex 31. primi, quæ sit g n, & sumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat super punctũ eius z angulus æqualis angulo a g d per 23. primi, qui sit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquedistans lineæ z f ut prius, quæ sit c m, & ex angulo c z f, secetur angulus æqualis angulo a d g per 27. huius, qui sit c z m, ducta linea z m, quæ per 2. huius necessario concurret cum linea c m, cũ sit ducta inter æquedistantes, sit ergo punctũ concursus m, restat ergo ut angulus m z f sit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquedistans lineæ z m quæ sit c o, & quoq; necessario concurrent cum linea f z per 2. huius, sit ergo earum concursus in puncto r, sumat̃ quoq; per 3. huius linea, cuius proportio ad lineã z c sit sicut diameter g b ad lineam q e lineã datam, & hæc sit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmissam linea quæ sit l c m e, secãs lineã l r in puncto l, & lineã r o in puncto o, ita, ut eius pars c m sit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l e sit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducat̃ linea c f æquedistans lineæ l o per 31. primi, hic quoq; per 29. primi huius secabitur a linea z m, sit ergo punctus sectionis y, fiat ergo supra punctũ a terminũ lineæ g a punctũ s, qđ est in circũferẽtia circuli, angulus d a g æq̃lis angulo z f c p lineã a n d, palã aũt, q̃ hæc linea cõcurret cum pducta diametro g d, cũ enĩ angulus d a g sit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æq̃lis angulo f z m, & angulus n d g est æq̃lis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cũ lineæ f c & z c cõcurrãt, ergo & lineæ a d & g d cõcurrẽt, ergo linea a d cõtinget circulũ aut secabit ipsum. Sit ergo linea a d primo cõtingẽs circulum in puncto a, cũ ergo angulus g a n sit æqualis angulo z f c, & angulus g a n sit æqualis angulo f z m, palam per 32. primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4. sexti proportio lineæ a n ad lineam a g, sicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d sit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d similis triangulo f z c, ergo ut prius quæ est proportio lineæ a g ad lineã g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ est proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem est lineæ f y ad lineam f z, & quæ est pportio lineæ a g ad lineam g d, eadem est lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. quinti, ut quæ est pportio





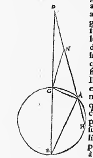
portio

portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m est æquedistans lineæ f l, & linea f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f t m æquedistãtibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, quõ linea f t est æqualis lineæ l m, quasi erit linea f r æqualis lineæ c d, quoniã linea m o est æqualis ipsi l c per præmissam, linea ergo c m addita utrinq;, adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed linea m o est æqualis lineæ y r per eandem 34. primi, & linea y m est æqualis lineæ t o, restat ergo, ut linea f y sit æqualis lineæ c m, sicut linea c m ex præmissis est æqlis lineæ i, est autem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad lineam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam r z, sicut diameter b g ad lineam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t, ergo per æquiproportionalitatẽ per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ g b ad lineã e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquedistat lineæ b a, igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cõmunis ambobus trigonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g d ad n d, ergo p 16. sexti erit id qđ fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed id qđ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratũ uero lineæ d a est æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi, & id qđ fit ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qđ fit ex ductu b g in d g p 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratũ g d & rectangulũ a d n, restat id qđ fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ b g in d g, eritq; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundã, sicut lineæ b g tertiæ ad lineam a d quartã, ostensum est autem supra, q est proportio lineæ a n ad lineã g d, sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis lineæ a d, qđ est propositum, quõ ipsa linea a d est datæ lineæ æqualis, interiacet autẽ periferiã circuli & eductã diametrum, eo, q est contingẽs circulum. Qđ si linea a d non sit contingens, sed secans circulum, aut igitur linea a g est maior q̃ linea a b, aut e contrario. Sit autem nunc linea a g maior q̃ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrũ b g extra circulum ducta, secabit circulũ in arcu a g, sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ductam lineã h g, palam itaq;, cum quadrangulũ a b g h sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, ducatur quoq; linea g n æquedistans lineæ b a, erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angulus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis angulo n h g, angulus uero n g d est cõmunis ambobus trigonis g d n & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo p 16. sexti illud qđ fit ex ductu h d in d n est æquale quadrato g d. & illud qđ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij. Item illud qđ fit ex ductu a d in d h est æquale ei qđ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod fit ex ductu b d in d g, est æquale ei qđ fit ex ductu b g in g d, & quadrato g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utrisq;, s. quadrato a g ex una parte in illo qđ fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qđ fit ex ductu d h in a n, sit æquale ei qđ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundũ, sicut b g tertij ad d h quartũ, sed probatum est in præcedentibus, q proportio lineæ a n ad lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h est æqualis lineæ e q, qđ est ꝑpositum. Si uero linea a g a g sit minor q̃ linea h a, secabit linea d a circulum in arcu a b, Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,



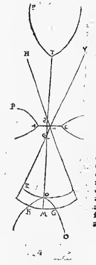
i æque

æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiã circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quõ ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiam circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei ꝙ fit ex ductu h d in d a. Illud autem qđ fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundi æquale ei qđ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secũdi, ualet illud qđ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qđ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam ostensum est supra qđ est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est propositum, qm̃ à puncto a dato, ducta est linea secans circulum, cuius pars à puncto sectionis usq; ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.



CXXXI.

Inter duas rectas sesecantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, ꝙ cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam sectionum, & reliquã lineam æqualis suæ parti aliam sectionũ, & reliquã lineam interiacenti.



Quod hic proponitur, demõstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autẽ sectiones ampligoniæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarũ sequit̃ gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambæ diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l, & z n secẽt se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n à dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonia quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, ꝙ diametri quarumlibet oppositarũ ambarũ sectionum illarũ sint in una linea quæ sit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ necessario est minima omniũ linearum inter illas duas sectiones productarũ, & ex ijs declarauit Appollonius illud qđ correlatiue proponitur. s. ꝙ si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, ꝙ linea t q erit æqualis lineæ c f, & si linea t c pertranseat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonstrato, & propter conformitatẽ portionis sectionum respectu linearum se intersecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

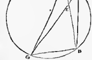
In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circini

cini immobili, secundum quantitatẽ lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquã continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

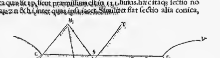
Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽti propositione duæ sectiões conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices. s. ambarũ sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in altero punctorũ t uel c pede circini, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores q̃ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in pũcto c, patet ergo primũ propositorũ, ꝙ si linea t g semidiameter circuli sit maior q̃ linearũ minima, sunt oppositas sectiones productarũ ut est t c, patet, q̃m illa minima linea inter superficiẽ sectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies cõmunis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaq; sectio nõ erit nisi in duobus tantũ punctis g & k, qđ per modũ 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmisso modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

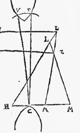


Esto circulus a b g, cuius diameter sit b g, & pũctus dat9 i sui circũferẽtia sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, p̃missõ modo possibile inscribi circulo. Dico, ꝙ à puncto a possibile est ducere lineã trãseuntẽ p diametrũ b g, cui9 pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã sit æq̃lis lineæ datæ q̃ h z, ducant̃ enĩ in circulo lineæ b a & a g, & sup punctũ h lineæ datæ h z, fiat angulus æq̃lis angulo a g b, q sit m h z, ducta linea m h sup idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q sit l h z, ducta linea h l, & à pũcto z ducat̃ linea æquedistãs lineæ h m q̃ sit z n, q̃ qdẽ secabit lineã h l. sit ut secet ipsam in pũcto x, & à pũcto z iterũ ducat̃ alia linea æquedistãs lineæ h l quæ sit z c, secans lineã h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 131. huius. hæc itaq; sectio nõ contingit aliquã linearũ z n & h i, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictarũ omniũ linearũ minima ducta à puncto t ad sectioem c u sit



linea t c, hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundũ semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundũ quantitatẽ lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam. sit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad sectionem co

nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, necessario secabit linea t c illas ambas lineas, quas si in puncto x, qui est punctus cõmunis sectionis illarum linearum secauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, quod si ipsas in alijs punctis secuerit, secet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquedistans ipsi lineæ t c, quæ per 2. huius secabit lineas h m & h l, sicut etiã sua æquedistans t c, secet ergo eas in punctis l & m, & sit ipsa linea m z l, super diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui sit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b sit rectus per 30. tertij, quod alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis est illis duobus angulis, est rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m est æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonorum g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. s. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h. sit autẽ punctus in quo linea a d secat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b est æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmissis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, quod angulus d b g est æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. s. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h sunt æquiangula, erit per 4. sexti proportio lineæ b d ad d e, sicut lineæ m h & h z, ostensum est autẽ superius, quod est proportio lineæ g b ad b d, sicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ proportio lineæ b g ad d e, sicut lineæ l m ad h z. Sed sicut per 131. huius declaratum est, patet quod linea q t est æqualis lineæ f c, sed linea t q est æqualis lineæ m z per 32. primi, cum parallelũ m t q z sit æquedistantiũ laterum, ut patet ex præmissis. est igitur linea m z æqualis lineæ f c, sed per eandem 34. linea z l est æqualis lineæ t h, est igitur totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti est proportio lineæ t c ad h z, sicut lineæ l m ad h z, est ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, sicut lineæ t c ad h z, & permutatim, Cum ergo linea t c sit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipsi h z datæ lineæ, quod est propositum. Si autem linea t c sit minor diametro b g, producatur ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro b g, & secundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmissam, quod ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint c & u, à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, sunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquedistans alteri illarum, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.



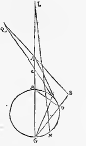


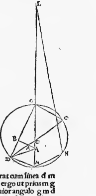
CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentiũ, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam secantẽ basem, ita, quod pars ductæ lineæ interiacens punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto

Esto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g sit rectus, & in latere illius b g sit punctus datus qui sit d extra angulum aut intra, sintq; datæ lineæ duæ e & z. Dico q à puncto d possibile est ducere lineam secantē basem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, q pars lineæ secantis interiacens latus a b & basem a g, sit eiusdem proportionis ad partem basis a g, quæ est ab illa linea usq; ad punctum g, cuius est data linea e ad datam lineā z. Sit enim primo pūctus d in ipso trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ sit d m, & fiat circulus super tria puncta g d m per 5. quarti, eritq; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, supertenditur enim angulo recto per 29. primi, protrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d est æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b sit maior angulo g a d, secetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, sitq; angulus d m n, quæ autem est proportio lineæ e ad lineam z, eadem sit per 3. huius proportio lineæ a d ad lineā b, & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrū g m quæ sit n l, secans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiā circuli & diametrum quæ est c l, sit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q̄ sunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, si producatur necessario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d est æqualis angulo g c d, & angulus g m d est æqualis angulo g a b per 29. primi; palam, q angulus g c d est æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi est æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q est æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q secat lineā a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g sunt æquianguli, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ q t ad t g, sicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmissis est æqualis angulo t a d, qm̄ enim anguli g m d & t a b sunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij est æqualis angulo n m d, quia angulus n c d est æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui est contrapositus angulo n c d, est æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l est cōmunis duobus trigonis. s. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d sunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ t a ad lineam t c, sicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autē ostensum superius, q est proportio lineæ t q ad lineam t g, sicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, sicut lineæ q c ad t g, sed linea l c est æqualis lineæ h, & proportio lineæ a d ad lineam h est sicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineā t g, sicut lineæ e ad lineā z, quod est propositum. Si uero d punctus datus in latere trigoni q est b g extra triangulū producto, ducatur prius à puncto d linea æquedistans lineæ a b, & sit d m, & ducatur linea a g donec cōcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter istius circuli, & ducatur linea a d, erit quidā angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius super punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



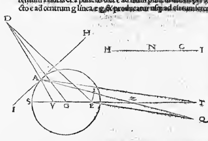


a d per lineam m n qui sit angulus d m n, & à puncto n, qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea ad eductū diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l, & secans periferiā circuli in puncto c, ita, ut lineæ c l sit æqualis lineæ h assumptæ ut prius. sit ut per 3. huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datum z, & ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t, & lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13. primi, q̃m erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d p 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. sexti, ꝓportio lineæ d a ad lineā c l, sicut lineæ t a ad lineā t c, cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales, q̃m cadūt in eodem arcum qui est d g, angulus uero t a q per 29. primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, sed & anguli q t a & g c t sunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a c ad lineā c l, sicut lineæ q t ad lineā t g, est ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, sicut lineæ q t ad lineam t g, quod est propositum.

CXXXV.

Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulū, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

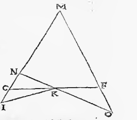
Esto duo puncta data quæ e & d, quorum unum qui sit e primū sit in circulo, & reliquū extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico ꝙ possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulū contentum à lineis & à punctis d & e ad illum punctū ductis per æqualia, ducat̃ enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producatur usq; ad circumferentiā, & sit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmissis linea e g minor q̃ linea d g, assumatur quoq; linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut ꝓportio lineæ l c ad lineam c m, sit sicut lineæ d g ad lineā g e per 119. huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n, à quo super lineā m l ducatur perpendicularis per 11. primi q̃ sit n o, & super punctū m per 23. primi fiat an-



gulus æqualis medietati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m o; palam autē, ꝙ angulus i m o erit minor recto, q̃m angulus d g s est minor duobus rectis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. sit autem punctū concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulū m n o qui sit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineā f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineā g s, q̃d fieri potest per præcedentē. ducatur quoq; linea m k, & super punctū g terminū lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineā usq; ad circumferentiā productam, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico ꝙ a est q̃situs punctus, ducātur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineā f m, est sicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineā f m, sicut lineæ e g ad lineam g a

æqua-

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis triãgulo m f k per 6. sexti igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igitur à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k, & sic linea a z quæ necessario concurrat cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f, sic cõcurret linea a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & producatur linea a z usq; ad punctũ q, donec linea a c se habeat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 31. primi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. primi, & quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duobus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos, concurret linea a c necessario cum linea e z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z per 4. primi quæ sit e l, erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32. primi, erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, q̃a uterq; est rectus, sed etiam angulus a e g est ex præmissis æqualis angulo m k f. Restat ergo per 13. primi, ut angulus l e z sit æqualis angulo n k c, & angulus e l z rectus est æqualis angulo k n c recto, erit ergo per 32. primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13. primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i: palam ergo ex præmissis, q̃ angulus a e g est æquiangulus triangulo f m k, & triangulus e a l æquiangulus est triangulo k z n, & triangulus c l z æquiangulus triangulo k n c, & triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c, est igitur per 4. sexti proportio a z ad e z, sicut m c ad c k, est autem proportio q z ad z a, sicut proportio i c ad c m, ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti proportio q z ad z e, sicut i c ad c k, est ergo triangulus q z e per 6. sexti æquiangulus triangulo i c k. Cum ergo triangulus e l z sit æquiangulus triangulo k n z, erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n, est ergo per 4. sexti proportio e l ad l q, sicut k n ad n i. & similiter est proportio a b ad l e, sicut m n ad m k, erit ergo per 22. quinti proportio n m ad n i, sicut a l ad l q, sed linea n m est æqualis n i ex hypothesi, ergo linea a l est æqualis l q, ergo per 4. primi linea e q erit æqualis e a, & angulus l q e æq̃lis angulo l a e. Sed & angulus e q z per 29. primi est æqualis angulo t a l, angulus ergo e a l est æqualis t a l, quia angulus e q z est æqualis angulo t a l, & angulus e z q est æqualis a z t per 15. primi, igĩ tertius tertio, eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, est ergo per 4. sexti proportio q z ad z a, sicut e z ad z c, & sicut e q ad a c, est autem ex præmissis linea e q æqualis lineæ e a, ergo per 7. quinti est proportio q z ad z a, sicut a e ad a t, sed q z ad z a est ex præmissis sicut e g ad g d, igitur per 11. quinti est proportio lineæ a e ad a c sicut e g ad g d. Fiat autem super punctũ a angulus æqualis angulo g a e, qui sit u a g, producta linea a u, si possibile fuerit, usq; ad lineã g l: palam ergo ex præmissis, q̃m angulus g a l est medietas anguli u a t, cum enim angulus e a q ex præmissis & per 5. primi, ideoq; lineæ a e & e q sunt æquales, angulus e q c, qui per 29. primi est æqualis angulo q a t: patet q̃ angulus e a l est æqualis angulo l a t, sed angulus g a e est æqualis angulo u a g est ergo angulus g a l medietas anguli u a t, sed angulus g a l, cum sit ex præmissis æqualis angulo f m c, qui cõstitutus est æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n, angulus uero u a t est æqualis angulo d g u, sed anguli t a u & t u a sunt minores duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t, quia duo anguli t u a, d g b sunt minores duobus rectis, igitur linea a b concurret cum linea d g per 14. huius. Dico autem, q̃ concurrent in puncto d, efficiet enim linea u a producta ad li-



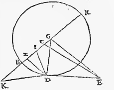
ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum similem triangulo a b t, quoniam isti trigoni habent angulum a u g cõmunem, & angulus t a u est æqualis angulo d g u, erit ergo tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio a u ad a c, sicut u g ad lineã, quã secat a u ex g d, & proportio e a ad a u, est sicut e g ad g u per 3. sexti, qui angulus u a g est æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio e a ad a t, quæ e g ad g d, & proportio e a ad a t sit composita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, qm̃ p 13. huius proportio extremorum componitur semper ex proportione cuiuscunq; mediæ ad ambas extremas, erit proportio e g ad g d composita ex eisdem proportionibus, quia erit composita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineã quã secat u a ex linea g d, sed est composita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quã secat a b ex g d, est linea g d, ergo a b secat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a linea contingens circulũ quæ sit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed angulus g a l est medietas anguli a g b, ut patet ex præmissis, igitur angulus l a h est medietas anguli d g e, ideo, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi triangulus g a h est rectus, sed cum angulus t a u sit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æqualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h est medietas anguli t a d, & angulus e a l est medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h est medietas anguli e a d, quia patet, q; linea a h contingens circulũ diuidit angulum e a d per æqualia, quod est propositum. Cum uero angulus u a g super punctum a terminũ lineæ g a factus sit æqualis angulo g a e, tunc si linea a u non cadit super lineã e s extra circulum uel intra circulum: palam, quia linea a u est æquedistans lineæ e s, quia in infinitũ protracta cum illa non concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, sed per præmissa angulus g a e est æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo per 6. primi in trigono a g e latus a e est æquale lateri e g. similiter angulus t a d erit æqualis angulo a t g per 29. primi, sunt enim coalterni linearum æquedistantiũ ex hypothesi. Sed iam ostensum est, q; angulus t a d est æqualis angulo d g t, sed angulus a t g est æqualis angulo d g t. & similiter duo anguli a d g & d g t sunt æquales per 28. primi, ergo duo anguli a d g & a t g sunt æquales, sed & duo anguli t a d, a g t p 29. primi sunt æquales, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipsorum sunt proportionabilia, sed a g est cõmune, æquale sibijpsi, ergo latus a d est æquale lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, q; linea quã secat a b ex linea g d sit æqualis lineæ a t, & iam præostensum est, q; linea e g est æqualis ipsi a e. est ergo per 7. huius ꝓportio lineæ e g ad lineã quam secat a b ex d g, sicut a e ad a c. Etiam ostensum est, q; a e ad a t est sicut e g ad d g, igiť linea quã secat a b ex d g est g d. & cum ex præmissis angulus e a d sit æqualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut supra patuit, & angulus e a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod est propositum. Eodemq; modo demonstrandum, si ambo puncta e & d data sint extra circulum, patet ergo propositum totum.

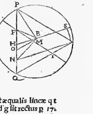
CXXXVI.

Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, possibile est à dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, q; pars ductæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti ipsam & centrum.

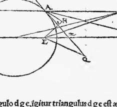
Esto datus circulus, cuius centrum sit g, & in eo data diameter sit x g b, sit quoq; punctus e punctus extra circulum. Dico q; possibile est duci à puncto e ad diametrũ x g b lineam secantem circulũ secundum prædictũ modum. ducatur enim à puncto e perpendicularis super diametrũ x g b per 12. primi, quæ sit e c, & sit exempli causã ut cadat illa perpendicularis super semidiametrũ b g, & ducatur linea e g, & assumatur linea q t æqualis lineæ e t, & fiat per 32. tertij super lineã q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadẽs in hanc portionem, sit æqualis angulo e g b, & compleatur circulus, & à medio puncto q t lineæ qđ sit i super ipsam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex utraq; parte usq; ad circumferentiã circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter circuli

culi illius per 1.tertij,& à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ,secans ipsam in puncto f,& producatur usq; ad p punctũ circũferentiæ,ita,ut eius pars quæ s p sit æqualis medietati lineæ g b semidiametri dati circuli,q; fiet per 133.huius,& ducanẽ lineæ p t & t f,& ducatur à puncto p linea p b æquedistans diemetro concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per 2.huius,& à puncto u ducatur linea æquedistans lineæ q t, q̃ sit u o,secans diametrum f l in puncto m,& lineã p q in puncto o,& à puncto t ducatur perpendicularis super lineã p q per 12.primi,quæ sit t n,& à puncto t ducatur linea æquedistans lineæ p q per 31.primi quæ sit t s,& à puncto u ducaẽ perpendicularis super lineam p q,quæ sit u h,deinde ex angulo b g e secetur angulus æqualis angulo q p u per 27.huius. qui sit b g d,ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto e ducatur linea e d z.Dico q; linea d z est æqualis parti diametri quæ est z g,sicut proponitur,ducatur enim à puncto d perpendicularis super lineam b g, quæ sit m, & ducatur à puncto d linea contingens circulum per 16.tertij,quæ sit d k:palam itaq;,cum ex præmissis diameter f l sit perpendicularis super lineam q t,& super eius æquedistantem o u per 29.primi,linea uero p u sit æquedistans illi diametro,q; angulus o u p erit rectus per eandem 29.primi, & cum linea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales,& orthogonaliter per 2.sexti, & per 29.primi,eo q; linea q t sibi æquedistans similiter est diuisa, erunt per 4.& per 29.primi trianguli o f m & u f m æquianguli, ergo per 4.sexti cum latus f m sit æquale sibijpsi, erit d m æquale m u,& f o æquale f u.Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant unum rectum per 32.primi,ideo q; angulus p u o est rectus, ut patet ex præmissis & 29.primi,erit angulus æqualis angulo f p u,ideo,quia ut præmissum est,angulus k o u æqualis est angulo f u o.Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut præostensum est,& angulus f u p cum angulo f u o ualet unum rectum,est ergo angulus f u p æqualis angulo f p u,quia si ab æqualibus æqualia demas,quæ relinquuntur &c.est ergo per 6.primi latus f p æquale erit lateri f u,erit ergo f p æquale ipsi f o, sic ergo erit linea p o æqualis semidiametro g u,ergo & ipsi g d per diffinitionẽ circuli,& ita erit per 7.quinti proportio lineæ e c,quæ est æqualis lineæ q t ad lineam g d,sicut lineæ q t ad p o æqualem g d.Sed cum angulus k d g sit rectus p 17. tertij,æqualis est ipsi angulo recto g i d,& angulus i g d est cõmunis,erit ergo p 32.primi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d,erit ergo per 4.sexti proportio lineæ g d ad d i,sicut lineæ g k ad k d,sed angulus k g d est æqualis angulo q p u,& angulus g d k qui rectus est per 17.tertij,est æqualis angulo recto o u p,erit ergo per 32.primi tertius tertio æqualis,& triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p,est ergo per 4.sexti proportio lineæ b g ad k d,sicut lineæ o p ad o u,& q̃m ex præmissis est proportio lineæ g d ad d i,sicut lineæ o p ad o u,& quoniã ex præmissis est proportio lineæ g k ad k d,sicut lineæ g d ad d p,ergo per 11.tertij est proportio lineæ g d ad d l,sicut lineæ o p ad o u.Fuit autem ex præmissis proportio lineæ e c ad g d,sicut lineæ t q ad p d,ergo per 22.quinti erit proportio lineæ e c ad d i,sicut lineæ q t ad o u,sed proportio q t ad o u est sicut t f ad f u per 29.primi & per 4.sexti,cum triangulus t f q sit æquiangulus triangulo o f u, uerum angulus u t s est æqualis angulo h f u per 29.primi,est enim coalternus illi inter lineas æquedistãtes,q̃ sunt h q & f c.Sed & angulus u s t est rectus æqualis angulo f h u recto,& angulus f u h æqualis est angulo s u t per 15.primi,erit ergo triangulus u s t æquiangulus triangulo h u f,ergo per 4.sexti erit proportio lineæ t u ad u f, sicut lineæ s u ad u h,ergo per 18.quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, sicut s h ad h u, sed linea t u æqualis est lineæ s h per 34.primi,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ t n



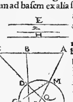


ad lineam h u, sicut lineæ e f ad f u. Sed sicut patuit ex præmissis, quæ est proportio lineæ c k ad f u, eadem est lineæ q t ad u e per 4. sexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o est sicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e c ad d i est sicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u sit rectus, est æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmissis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, est ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, est ergo per 4. sexti ꝓportio lineæ i d ad d g, sicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, sicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e sit æqualis angulo e p c ex hypothesi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ e g ad e c, sicut lineæ p t ad n t, est igitur proportio lineæ g e ad g d, sicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, sed & angulus d g e æqualis est angulo u p c ex hypothesi, quia enim angulus q z t est æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p r æqualis angulo d g e, *igitur* triangulus d g e est æquiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x æqualis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit æqualis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo ꝓportio per 4. sexti lineæ d z ad z g, sicut lineæ u f ad f p, sed linea u f est æqualis ipsi f p, ex præmissis igitur linea d z æqualis est ipsi z d, qđ est ꝓpositum. Est autem uniuersalis hæc proportio siue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, sit ꝙ linea à puncto quo tangit circuli periferiam sit æqualis parti diametri quã abscindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt secundum quantitatem angulo k g d, hoc est propositum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoq́ꝫ aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium, possibile est à dato puncto ducere lineam ad basem ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ se habeat ad inferiorem partem abscisam basis, sicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & sit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g sit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ possibile est à puncto d ad basem g a ducere lineam secantem basem a g cum puncto q, & ex alia sui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, sit ut ipsa toralis linea r q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquedistans lineæ d a per 31. primi, quæ sit d n, & fiat circulus transiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & qm̃ angulus g d m est rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g est rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, sit quoqꝫ h quædam linea a d, ad quam se habeat linea d a sicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g sit æqualis angulo b a g, secetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius; & sit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiã in puncto c, & à puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq; ad circumferentiã quæ sit linea c n, secans diametrũ m g in puncto l taliter, q̄ linea l n sit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l est æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineæ a q ad q n, sicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g sit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, est autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo linea d m cõcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, sicut lineæ a d ad lineam n l, sed linea n l est æqualis h assumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, est sicut lineæ e ad lineã z, est ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, sicut lineæ e ad lineam z, q̃d est ꝓpositũ. Et si cõtingat q̄ à pũcto c possint duci doæ lineæ similes lineæ c l n, erit possibile à pũcto d duci duas lineas similes lineæ t q, ita similiter, ut utriusq; ad partẽ quã secet ex base a g sit ꝓportio sicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõstratio. Plures autẽ huius lineas q̃ duas nõ est possibile duci, ut patuit ꝑ 133. huius, patet ergo ꝓpositũ, & licet hoc q̃d hic ꝓponit̃ nõ uideat̃ penitus uniuersale quantũ ad quælibet pũcta data, & quaslibet lineas datas, ad quarũ ꝓportionẽ fieri debeat ipsius basis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓposito theoremate nisi modo cõuenienti & possibili in sequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

VNiuersalibus huius scientiæ axiomatibus mathematicis præmissis, in hoc secundo libro, ut præmisimus, uniuersali actioni sensibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de proiectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in processũ postmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota sensui sunt ista.

DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus q̃d est sui luminis diffusiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet transitus. Corpus umbrosum dicitur corpus, per quod lumini non patet transitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit secundã, sicut lux intrans domum per fenestrã, & illuminans domum residuam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quæ si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarũ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

Petimus autem hæc, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiorem esse luce dis-

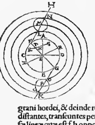
 gregata

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare, & longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucem ad omnē positionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illarum coloribus colorari, ut patet de luce transeunte uitrias fenestras, quæ illorum uitrorum coloribus informantur, secum formas illorum colorū super obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

THEOREMA I.

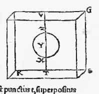
Radij quorumcunq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

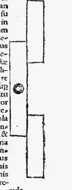
Hoc qđ hic proponitur, nō demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari, diuersitas tamen antiquorum ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qđ hic subscribimus, ꝙ regularius huic ꝓposito credimus cōuenire. Assumatur itaq; uas æneum rotundum conuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius sit æqualis latitudini duorū digitorum perpendicularis super basem uasis, & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgitudo sit æqualis latitudini trium digitorum, latitudo uero eius sit minor uno digito, & ponatur hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio, & torneтur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ superficies ipsius, & corpus columnare qđ est in medio dorsi, fiat rotundum. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes, quæ sint a b & c d: palam, quoniam illæ diametri transeunt per centrum circuli fundi ꝙ sit e, deinde signetur in basi oræ istius uasis, qui est circulus a c d, in distantia extremitatis alterius diametrorum productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qđ sit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quæ sit f g, & à duobus terminis istius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinseca superficie oræ uasis, quæ necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi lamine, ideo, ꝙ superficies oræ, in qua perpendiculares istæ producantur, sunt erectæ super superficiem fundi, ut patet supra. Illæ quoq; perpendiculares sint f h & g k, & in altera istarum linearū ut in f h signentur tria puncta æquedistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei, quæ sint l m n, quorum primū qđ est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, à quo distet per quantitatē medietatis grani hordei, & deinde reducatur uas ad tornatoriū, & signentur in ipso tres circuli æquedistantes, transeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, istæ diuisæ lineæ quæ est f h oppositam proportionaliter prius diuisæ per 17. undecimi, sintq; diuisiones lineæ g k puncta o p q, & fient in unoquoq; istorū trium circulorum duo puncta opposita, quæ sunt extremitates alicuius diametri illorū circulorum in puncto diuisionis lineæ f h, qđ est punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & sit linea l o diameter circuli æquedistantis circulo a b c d. & similiter linea m p sit diameter alterius circuli, & linea n q sit diameter circuli tertij, diuidatur itaq; medius istorū circulorum in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta, deinde super lineam f h alteram duarum linearū ꝑpendicularium quæ sunt f h & g k punctū medium qđ est m, ꝑforetur foramen rotundū, & sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiæ circulorum quæ est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circulorum diuidet circulum foraminis per æqualia, quoniam transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulū spissa, & sit eius spissitudo sicut horæ ipsius instrumenti, & eius longitudo sit duorū digitorum sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit æquedistantiū superficierum, planeturq; adeo, ut cōmunis sectio superficierum suæ latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quæ sit e s, diuidaturq; in duo æqualia per 10. primi, &



ab

ab eius medio puncto qđ sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quæ sit t u,& hæc,ut patet ex præmissis & per 29.primi,necessario æquedistabit ambabus lineis longitudinis,diuidens superficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ est t u,& à parte lineæ r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta æqualiter distantia ab inuicem secundũ quantitatem medietatis grani hordei quæ sint x y z,& à medio istorũ punctorum quæ est y perforetur lamina foramine rotundo,sicq; foraminis periferia ad alia duo puncta ptingat,eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo æqualia diuidatur semidiameter uasis fundi quæ est f e,cuius extremitati in hora uasis superstat una linearum ꝑpendicularium quæ est f h,sitq; punctus diuisionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis super eãdem diametrũ quæ sit k t s,deinde ponatur basis paruæ laminæ super hanc lineã,donec linea quæ est differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ est r t s, supponitur lineæ isti ꝑpendiculari ductæ super diametrũ quæ similiter est r t s,sitq; punctus diuidens lineã laminæ,quæ est cõmunis differentia superficierum latitudinis & profunditatis,qui est punctus t,superpositus puncto t,signato in linea f e semidiametro uasis,deinde consolidatur parua lamina fundo uasis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ est in parua lamina,quæ est r u s, directe oppositum foramen l m a,quæ est in uasis ora , & erit linea recta m y,copulans centra istorum foraminum in superficie circuli medij trium circulorum prius signatorũ,cuius diameter est linea m p,eritq; linea m y æquedistans diametro uasis quæ est f e,deinde resecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter sesecantes,quæ sit pars 4. proxime sequens quartã illam in qua est foramen,cui foramen laminæ opponitur , & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d,& planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis,& ducta 4.circuli quæ sit a d,secundũ quantitatem circuli horæ diuidatur per 90.grad.& diuidantur grad. in minuta,& isti uasi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipitur regula ænea quadrangula,cuius longitudo sit unius cubiti,& sint 4.superficies ipsam continentis latitudinis duorũ digitorum ,& adæquatur superficies eius,donec fiant æquales rectan gulæ.Deinde in medio puncto longitudinis regulæ , & in medio alicuius illarũ superficierum fiat foramen rotundũ,cuius amplitudo sit capax corpis,qđ est in dorso instrumenti,& sit foramen perpendiculare super superficiẽ regulæ transiens ad aliam partem superficiei oppositæ,fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipso instrumentũ non leui reuolutiõe,ponaturq; instrumentũ super regulam immisso corpore,ꝙ est in eius dorso in foramen regulæ,donec superficies instrumenti coniungatur superficie regulæ,eritq; longitudo regulæ æqualis diametro instrumenti,fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & spissitudinis regulæ,sed longitudinis plusq; unius digiti,quæ consolidentur super extremitates regulæ,ita,ꝙ ipsorũ præeminentia super extremitates regulæ sit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ consolidatæ sint sup superficiem regulæ non perforatã,& quia latitudo regulæ est duorũ digitorum, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorum,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,sicut in astrolabio ,& imittatur cuspis continens regulã cum instrumento. Deinde assumatur alia regula ænea,cuius latitudo sit dupla suæ spissitudini , spissitudo uero sit æqualis diametro foraminis qđ est in ora instrumenti,& longitudo eius sit æqualis medietati cubiti,fiatq; hæc regula recta & uera,& eius superficies æquales & æquedistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique,donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ,ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto sectionis ducatur linea æquedistans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29.primi. Cum itaq; hæc regula





gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instrumenti protractorũ, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiẽ planam instrumenti, quæ est linea m s, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaqꝫ propositam conclusionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentũ præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuicunqꝫ, uel etiam candelæ, & applicetur centrũ foraminis instrumenti qđ est punctũ m, opposito corporis luminosi secundũ qđ melius fuerit possibile, transibitqꝫ radius luminosus centra amborum oppositorũ foraminũ unius in ora instrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ sunt m & y, describeturqꝫ circulus luminosus ex parte horæ instrumenti opposito foramini l m n directe per diametrũ m p, eritqꝫ centrum illius circuli luminosi in puncto p. qđ faciliter patere potest, si à puncto p ad utranqꝫ partem periferiæ circuli medij illorũ trium circulorũ, secundũ gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiã computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaqꝫ m p, secundũ quã incidit radius, transiens per centrũ circuli utriusqꝫ foraminis, & per centrũ circuli luminosi, rota est in superficie plana circuli medij illorũ trium circulorũ, & est diameter illius circuli, est ergo linea recta. & si aliqđ corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiẽs per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionũ, circa punctum p in ora instrumenti describet circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtũ cum lumine diffudit formã suam secundũ lineas rectas, sicut & ipsum lumen: patet ergo, ꝙ radij quorumcunqꝫ luminum & multiplicatiões formarũ secundũ lineas rectas ꝓtenduñt, & hoc est ꝓpositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea ꝓporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a. si ergo dicatur, ꝙ lumen in tempore desertur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis desertur per lineam a b, & in minimo tẽpore sensibili feretur per minimã partem sensibilẽ lineæ a b, quoniã si in tempore sensibili feretur per spaciũ insensibile, contingeret spacium sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratũ post illud spaciũ compositũ ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimũ spacium sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spacium forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, qm̃ minimo spacio sensibili non est aliq̃d spaciũ sensibile minus, etiã minimo tempore sensibili non est aliqđ sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, ꝙ est impossibile, qm̃ implicantur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tẽpore per ꝓportionatũ sibi mediũ diffundi. necesse est ergo ꝙ illa diffusio fiat in instanti, qđ est ꝓpositum. Ad hoc etiam aliquæ deseruiunt naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositũ, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, qm̃ non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: qm̃ minimã lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed utraqꝫ pars extinguetur,

quia

quia neutra pars eiꝰ erit lux, neq; apparebit ſenſui. Eſt ergo in linea radiali, ſecundũ quã fit diffuſio luminis, aliqua latitudo ꝓpter quã ineſt ei ſenſibilitas, & in medio illius lineæ eſt linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquediſtantes erunt, & qm̃ lux minima ꝓcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare poteſt, neceſſe eſt, ꝙ ꝓceſſus eius ſit ſecundũ lineam mathematicã, quæ eſt in medio lineæ ſenſibilis, & ſecundũ lineas extremas æquediſtãtes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppoſiti, ſed in punctum ſenſibilem correſpondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuiſibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipſius lineæ poſſunt terminari, & ob hoc utemur in demonſtrandis paſſionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in proceſſu.

IIII.

Corpora diafona ſunt apta penetrationi luminis & coloris ſine eſſentiali ſui traſmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris ſe penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed fit per illa diffuſio lucis & coloris ſecundum lineas rectas per primã huius, quaꝝ aliquæ ſunt æquediſtãtes, aliquæ ſecantes ſe, & quædã diuerſi ſitus, & omnium iſtarũ lineaꝝ diſtinctio fit per diſtinctũ ſitum corporis luminoſi, à quo fit diffuſio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extenſæ à coloribus diuerſis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipſaꝝ ſecundũ lineam rectam, & pertranſibunt ad corpora oppoſita. Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores, ſed ſolum penetratur, neq; enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt ſuas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris poſt receſſum lucis uel coloris ab ipſaꝝ oppoſitione, nõ ergo tranſmutantur illa corpora eſſentiali tranſmutatione per luces & colores, quod eſt propoſitum.

V.

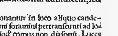
Luces & colores in corporibus diafonis non admiſcentur adinuicem, ſed penetrant diſtincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ cauſa, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter diſtinctæ, & ſint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurũ, & opponatur foramini in loco obſcuro aliqđ corpus non diafonũ, Luces itaq; candelaꝝ apparent ſuper illud corpus diſtincte ſecundũ numerũ candelaꝝ, & quælibet illarũ apparet oppoſita uni candelæ ſecundũ lineam rectam tranſeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ, & ſi cooperiatur una candela, deſtruetur unum lumen oppoſitũ illi candelæ tantũ, & diſcooperta candela, reuertitur lumen; palam itaq; ꝙ luces in medio foraminis, ubi ſe interſecant omnes uel plures in puncto uno, non admiſcentur in eodem puncto, ſed ſunt diſtinctæ per ſui ipſaꝝ eſſentias, & ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur, tunc ſecundũ locoꝝ, quibus incidunt, diuerſitatẽ localiter diſtinguuntur, & qm̃ lux res coloratas pertranſiẽs, illarũ coloribus coloratur, ut ſuppoſitũ eſt: palã, ſi lumen penetrat diſtinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt diſtincti, patet ergo propoſitum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminoſi ad totũ corpus luminoſum, eſt ſicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis ſibi ꝓportionabilẽ.

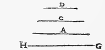
Sit corpus aliqđ luminoſum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, eſt ſicut ꝓportio partis uirtutis q̃ eſt a, ad partem corporis quæ eſt a. Si enim nõ eſt iſtorũ eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: ſit primũ maior, & ſit uirtus totius corporis a b ſignata per lineam g d, ſitq; g uirtus partis corporis quæ eſt a & d, ſit uirtus partis corporis quæ eſt b: quæ eſt ergo ꝓportio g ad a, eadem eſt d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctim g d ad a b, ſicut g ad a. Si ergo ꝓportio g ad a eſt maior ꝓportione g d ad a b,



erit quoq; maior ꝓportio g d ad a b, q̃ g d ad a b, qđ est impossibile, non enim potuerint esse unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarũ una maior alia, idem quoq; accidit impossibile danti, ꝙ minor sit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ est a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor est ꝓportio g ad a q̃ g d ad a b, & quæ est g ad a, eadem est d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ est g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ est impossibile, est ergo ꝓportio g ad a, sicut g d ad a b, & hoc est ꝓpositum, & est uniuersale, nisi forte aliqd conferat unio uirtuti, qm̃ uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa: unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisæ à toto agunt in ipso toto non actualiter distinctæ, cum enim distinctæ sunt à toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit signat potentiã non actum, & de hoc complerius in alijs sermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio æqualis & uniformis.



Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus a, & sit corpus æquale & omogeneũ eidem oppositũ b g, & sit impressio uirtutis a in b g corpora signata per c. Dico ꝙ a semper imprimit in corpus b g impressionem c, quæ est semper æqualis sibiipsi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoq; imprimit in b g impressionem quæ est c, qñq; uero nõ imprimit c, sed aliud maius uel minus ipso c, ut d, tunc cum corpus obiectum sit omogeneũ & uniforme, erit diuersitas impressionis non à corpore b g patiente, sed à uirtute a diuersificata in se, hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positũ sit intransmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est ꝓpositum.

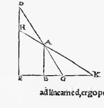
VIII.

Necesse est terminũ lõgitudinis cuiuslibet umbræ radiũ lumiosum esse.

Quod hic ꝓponitur, satis patet per præmissa principia, quoniam enim per tertiam suppositionem solum in absentia luminis fit umbra, & p 4. suppositionẽ in assatione luminis umbra deficit, tunc necessario oportet in tanto spacio umbram causari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea sit luminosa, est ergo illa linea radius luminosus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpositum.

IX.

A terminis æquedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori.



Sit altitudo corporis umbrosi cuiuscũq; linea a b, & sit altitudo alia illi æquedistãs ipsius corporis luminosi, quæ sit d e, sitq; linea d e maior q̃ linea a b, ꝓducanturq; lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquã partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineã g d, sicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquedistat lineæ d e ex hypothesi: palam ergo per 29. primi, qm̃ angulus g b a est æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoq; b g a cõmunis est ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. sexti est ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, sicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. primi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut li-

cut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo est ꝓpositum, quoniã eodem modo demonstrari potest de lineis g a & g d, & ex hoc patet, q̃m eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori. Esto enim ꝙ aliq̄d corpus luminosum sit in puncto h, cadatq; radius h a in punctum lineæ e g, q̄d sit k, eritq; ꝑ præmissum modum proportio e k ad b k, sicut h e ad a b, sed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b est minor q̃ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k est minor q̃ e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k respectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, ꝙ umbræ lunares semꝑ sunt lõgiores q̃ umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunq;, patet ergo ꝓpositum.

X.

Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.

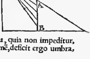
Remaneat toralis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus g finis umbræ, q͂a utiq;, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in ꝓposita figura linea d a g, si enim non est recta linea d a g, tunc d a linea fit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet causam impedimenti in progressu, & linea a g similiter est recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulariter in puncto a; subtendatur illi ergo angulo utcunq; contingat basis à punctis d & g, & sit linea d u g recta, & protrahatur uel abscindatur linea a b, trigonum itaq; e d b g diuiditur per lineã d u æquedistantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. sexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u, sicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmissam est ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, sicut lineæ d e ad lineam b a, est ergo ꝑ 11. quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, q̄d est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor est proportio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori ꝑ 9. quinti, hoc autẽ est impossibile. Oportet ergo ut radius d a g sit linea una recta, quod est propositum.



XI.

Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbrã proijciũt usq; ad incidentiã radij per rei densæ uerticẽ ꝓducti.

Quia enim in corporibus densis nõ diafonis natura diafoneitatis & transparentiæ est impedita per admixtionẽ corporũ opacoꝝ terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, necesse est ergo, ut transitum luminis impediant, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliq̄d talium umbrosoꝝ corporũ, cuius altitudo ab horizonte sit a b, & eius uertex a, & sit corpus luminosum altius q̃ linea a b, cuius aliquis supremus punctus sit d, radij itaq; in tota linea a b incidentes, impediuntur à transitu ꝓpter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus suꝑ radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus a b, in sua ergo incidentia quæ sit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propositum.

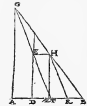


XII.

Aequalium altitudinum corporum umbrosorum, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit supremus punctus corporis luminosi g, ꝙ sit altius duobus corporibus umbrosis, cuius altitudo à superficie horizontis sit linea a g, sintq; duorum corpoꝝ umbrosorũ æquales altitudines erectæ suꝑ lineam a b, productam in ipsa superficie horizontis quæ

sint d e & z h, quarum d e sit propinquior corpori luminoso a g & z h remotiore, ducaturq; per uerticē corporis d e radius g e t, qui erit linea una ꝑ 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquedistans lineæ e t ꝑ 31. primi, quæ sit h k: palamq; per 2. primi huius, quoniā linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniā lineæ h b & e t concurrūt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctū k ꝑ 2. & ꝑ 14. primi huius inter duo pūcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ ꝑ 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed ꝑ 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo linea z t, utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo ꝑ primam sexti umbra z h k est æqualis umbræ d e t, quoniā sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q̃ umbra z h b, q̄niam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q̃ umbra z h b, patet ergo propositum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori densi nulla est, eleuatæ uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionē 3. in absentia luminis sit umbra, tunc patet, q si lineā mathematicam naturalis corporis sup̄ficiei infixam, accidit luminoso corpori ꝑpendiculariter offerri, non impedietur, nisi unita linea radialis à transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad sup̄ficiem illius corporis, nulla uero aliarum lineaꝝ radialiū impeditur ꝓpter obiectū illius lineæ; aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ꝑpendiculari ipsis obiecta in uno puncto cōcurrere, qđ est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autē radius non sit aliud q̃ linea luminosa, ut patet per diffinitionem, palam, q radius ad modū lineæ incidit sup̄ficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundū punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionē, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundū punctum, palam q non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunq; sub linea ponatur densa sup̄ficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra projcitur linearis, eo, q inter quælibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semp̄ punctualis in concursu sui cum superficie corporis densi, quia ibi solū cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra superficiei planæ cuiuscunq; figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi infixæ, corpori denso nulla est, eleuatæ uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentē, ad q̄dlibet enim punctū lineæ terminantis quācunq; datam superficiē corpori luminoso ꝑpendiculariter oppositam, contingit ducere lineam ꝑpendiculariter oppositam corpori luminoso. Vmbra ergo cuiuslibet illarum lineaꝝ sup̄ficie ꝓposita existente infixa corpori denso, nulla est, ergo neq; umbra totius superficiei fit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum lineaꝝ ꝑ præcedentē ꝓpositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uidentᷣ lineam constituere, apparet ergo umbrā superficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & q̄niam sup̄ficies circulares ex suis diametris ex alijs ꝑpendiculariter super corpus luminosum ꝓductis, non accipiunt nisi puncta umbraꝝ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitū rectæ lineæ ipsarū umbra linearis recta, non enim causantᷣ umbræ à figura quorūlibet obiectaꝝ, nisi secundū q transitus luminis impeditur, cuiuscunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ꝓposita superficies, umbra apparens semꝑ erit superficialis, uidebitur autem linearis ꝓpter præmissas causas, patet ergo propositum.

XV.

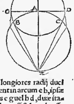
Omnis corporis densi, cuius æqualis uel amplior est basis contraposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso opposito infixi corpori denso, umbra nulla est, eleuati uero est corporalis, uidetur aūt superficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior suꝑficie illius eiusdē corporis contraposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctū, ut est in pyramide, ꝙ infigatur suꝑficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso, dico ꝙ uerum est qđ ꝓponebat. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrapositæ basi, & aduersæ corpori luminoso, patet, qm̄ radij luminosi ex omni parte secundū lineas longitudinis perueniunt ad basem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, si illud corpus sit pyramidale, uel si basis sit maior sibi contraposita suꝑficie aduersi corporis luminosi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tm̄ accideret, si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi, tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existente, si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra superficialis; superficies enim secantes corpus, & ꝑpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituunt linearem per præmissam, & quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uero tales cōiunctæ superficiem constituunt, palam, omnis corporis sic dispositi umbram superficialē apparere, erit autē illa umbra necessario corporalis, quoniā erit dimensionata dimensionibus corporis, qđ potest declarari ut prius, patet ergo propositum.

XVI.

Longior radius ad sphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotūdarum perueniens, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphæræ uel columnæ uel pyramidis rotūdæ, qui d g, cuius centrum sit punctum a, & diameter g d, & qm̄ lumen ad omnem differentiā positiōis se diffundit, sicut patet ꝑ 6. suppositionē, sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundit suꝑ circulum d g, ducaturq; linea z a à puncto corporis luminosi ad centrum illuminati circuli, & secundū diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico ꝙ radij z e & z b sunt contingentes sphæram, uel aliud aliorum corporꝫ, & ꝙ nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qđ est punctum a, ad puncta sectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo ꝑ 30. tertij, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti, ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d, ꝓductæ ergo non secabunt circulum g d; sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci possunt.



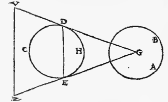
Si enim detur, ꝙ aliqui longiores radij duci possunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, ꝙ illæ nō cadent in arcum e b, ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius ꝙ ꝑueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem, qđ est impossibile, & hoc quidem nō solum demōstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo ꝓpositum.

XVII.

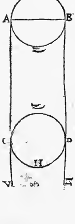
Impossibile est, ut lumen egrediens à corpore luminoso, egrediatur tantum à centro corporis luminosi, ex quo patet, ꝙ necesse est à quolibet pun-

cto superficiei corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur ꝙ radij luminosi tantum egrediuntur à centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq́ꝫ corpus illuminatū circulus d e, à centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pūcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines



corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactuū quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit ꝙ pars corporis illuminati super quā cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quā nō cadit lumē, quæ d c e, & quia pars supra quā non cadit radius, non illuminatur, ergo ꝑs contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistātes: sunt itaqꝫ per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cōmunis ambobus trigonis, est ergo ꝑ 4. sexti ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, sicut lineæ d e ad lineam u z, sed linea z g est maior ꝙ̃ linea e g, ergo linea u z est maior ꝙ̃ linea d e, umbra ergo corporꝝ omniū cuiuscunqꝫ sint ꝓportionis ipsarū diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmētantur secundū modum ꝙ̃ elongātur ultra corpus umbrosum, cuius contrariū notū est sensui. Vnde fuit suppositū in principio aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est ꝓpositum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoso, & non solum à centro, ut ostendimus, manifestum est corollariū, quoniā à quolibet puncto superficiei corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundū qđ huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, patet ergo propositum.



XVIII.

Impossibile est, ut à superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

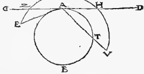
Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretꝰ euidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatū d g, & ꝓducantꝰ à corpꝫ luminosi duo radij lōgiores, q per 16. huius erūt duæ lineæ cōtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æq̄distantes ex hypothesi, pars ꝗ́qꝫ illuminata super quā cadit lumē sit g z d, & pars sup quā cadit umbra sit g h d, umbra ergo cōtinetꝰ à duabus lineis e g & d u, quæ sint æq̄distātes. Si ergo unicuiqꝫ corpori illuminādo correspōdeat æqualis sibi pars corporis illuminātis, tūc enī solū secundū lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nō augebitur umbra, neqꝫ minuetur, sed ꝓtendetur super in infinitum, qđ est contra suppositionem, habet enim aliqua umbrarꝫ terminū acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est ꝓpositum.

XIX.

Oīs punctus corporis luminosi eam partē corporis umbrosi illuminat, ad quā ab eodē pūcto rectas lineas possibile est

le est produci, ex quo patet, q unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diuersificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminosi ad q̄dlibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa à diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qd' contingat linea d g sup punctum a per 16. tertij, sitq; corpus illuminatum concauū arcus e b, & secet ipsa linea d g super duo puncta z & h. Dico q possibile est omnē arcum z h illuminari à puncto a corporis luminosi, qm̄, ut patet, possibile est, ut ab omni pūcto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a l, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a est impossibile p 15. tertij, qm̄ inter lineam g d contingētem circulum a b aliquā lineam rectam intercipi est possibile, Si ergo aliqua linea ab aliquo punctorū illorum arcuū ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut linea u a secat circulū a b in puncto t priusq; ꝑueniat ad punctum a, & similiter est de oībus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctū a ꝓductis, omnes enim secāt circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusq; ꝑueniant ad punctum a; radius itaq; exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, à quibus ad eosdem arcus rectæ possunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminantis, qm̄ si corpora concaua de quibus plus uidetur, q possint ab uno puncto illuminari, non illuminātur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora sphærica, uel alia cōuexa, possunt ab uno puncto luminosi corpis illuminari, patet ergo ꝓpositū & eius corollarium.



XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiē duci potest, unica tantum linea perpendiculariter superficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

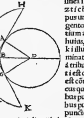
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qd' autem unica tantū linearū ab aliquo uno puncto corporis luminosi ꝓductarū ad superficiem unam corporis oppositi sit perpēdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit superficiei sibi oppositæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidūt oblique, patet ergo ex hoc, q cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pūcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidā instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transeunte foramen instrumenti, cuius centrum est punctū m, & diffusio in ipso in partem oppositā oræ instrumenti secundum circulū, cuius centrum est punctū p, erit circulus p maior circulo m, qd' sensibiliter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumēti, quæ interiacent periferias illorum circulorū & centra, patet ergo ꝓpositum.

XXI.

Corporis umbrosi pars, cui à pluribus partibus corporis luminosi lumen

incidit, plus illuminatur, q̃ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodqꝫ umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

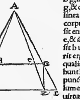
Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitqꝫ arcus sui concauitatate respiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z c contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, sitqꝫ corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducatᷣ quoqꝫ linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritqꝫ hæc ꝑpendicularis super lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæqꝫ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterqꝫ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusqꝫ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaqꝫ l illuminatᷣ à tribus punctis corporis luminosi. s. punctis a b g, & totus arcus t i est cõmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i est cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ a & b. arcus quoqꝫ z t est similiter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ l & g, qm̃ est cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui est circa lineã ꝑpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i est æqualis, qm̃ à totidẽ punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorũ uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritqꝫ semper ꝓportio excessus illuminationis secundũ numerum punctoꝝ corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaqꝫ ex ijs, qm̃ semper id qđ est ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namqꝫ plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpoꝝ quocunqꝫ, exemplificauimus autem istũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpositum.



XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatũ sit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaqꝫ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitqꝫ linea b g ꝓpinquior corpori luminoso in puncto a existenti q̃ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur q̃ corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q̃ sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaqꝫ lineæ u a & z a, hæc ergo secabunt lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpns b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primã sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniã basis b g est maior base h t, plus itaqꝫ luminis diffusum est in trigono a b g, q̃ in trigono a h t, in quolibet enim istorum trianguloꝝ puncto est lumen æqualiter



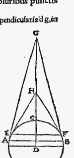
diffusum

diffusum. Lumē ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat quam corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, proportio enim uirtutis luminis incidētis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor proportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus u z per 8. quinti, quoniam ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est sicut proportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionē suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim proportio uirtutis penenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionē factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ peruenīente in lineam b g, ergo impressio peneniens à linea h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaque propinquius corpori luminoso fortius illuminatur quam remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoso incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quam puncto propinquiori.

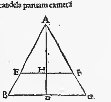
Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur perpendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico quod puncto remotiori qui est g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminosi quam ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctū h, erunt itaque per 16. huius illi radij contingentis sphæram. Contingāt itaque radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, quoniam puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaque punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcu e c f, patet propositum, quoniā punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē propter radiorum fortitudinē quæ sequūtur ipsorum breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs quam punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorū oblique incidentiū & debilium, sed in puncto propinquiori fortificabitur lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminat quam spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat quam domum uel cameram maiorē, potest tamē idem figura aliter demōstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaque spacium totum b g secūdum has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaque à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaque linea e f, secet lineam perpendicularem quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in spacio e f q̃ in spacio b g, fortiores ergo fiunt cũ sint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt q̃ in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo illuminatur spacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, q̃ spacium maius illo, & hoc est propositum.

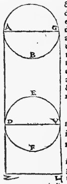
XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respiciens superficiem corporis sphærici luminosi, alicui diametro illius corporis æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respiciens sup̃ficiem corporis luminosi sphærici, cuius centrum sit punctum c. Dico q linea a b æquedistat alicui diametrorũ corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminosi, & super punctum c terminũ lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ sit d c a, p̃ducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet q ipsa est pars diametri sphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet q ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est p̃positum.

XXVI.

Diametro corporis luminosi sphærici existente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protensa.



Esto corporis illuminãtis diammeter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandũ sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi, & per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit d e b. Dico q d e b est medietas superficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaq; diameter a g est æqualis & æquedistans diametro d u p̃ hypothesim & per præmissam, palam q radij a d & d u sunt æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum p̃tracti nunq̃ concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantũ medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaq; arcus d f u, quæ est medietas totius superficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propositum.

XXVII.

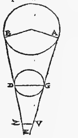
Diametro corporis luminosi sphærici existente maiore diametro corporis sphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & basis umbræ est minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, necessarium ergo erit diametros a b & g d esse æquales, qđ est contra hypothesim, concurrunt itaq; in puncto e: patet ergo, q radij a g & b d non traseunt terminos diametri circuli g & d: si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo anguli recti, qđ est impossibile & contra 32. primi, palam q radij a e & b e non transeunt per terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphærici corpo-

corporis continet umbram, patet ꝙ basis umbræ minor est magno circulo corporis illuminati, quod est propositum.

XXVIII.

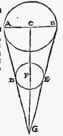
Diametro corporis luminosi sphærici existente minore diametro corporis illuminandi sphærici minus medietate illuminatur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitũ ꝓtẽsa.



Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cõcurrẽt itaqȝ radij g a & d b ultra corpus luminosum g d ꝑ præmissam diametrorũ portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrũ corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, quasi sic cruntut in præmissa per 15. tertij trigoni a b c duo anguli recti, qd' est impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ꝓtensa semper dilatatur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illã partem concurrere sit impossibile, patet ꝙ umbra extendetur in infinitũ, & hoc est qd' proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & pyramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.

XXIX.

Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus umbrosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.

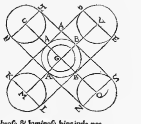


Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cuius centrum f, sitqȝ pũctum in medio umbræ qd' sit g, & copuletur linea e f g, cadet itaqȝ linea f g in medio umbræ, superficies itaqȝ erecta super medium umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies centrum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, patet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse, ex quo patet tot esse umbras eiusdẽ umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super qd' cadit lumen qđ continetur à circulo a b, cuius centrũ est g, & sit unum corporũ luminosorũ cõtentum à circulo d e, cuius centrũ aliud corpus luminosum contentum à circulo z b, cuius centrum est t, uidebit̃ itaqȝ umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo aliqua superficies diuiserit corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit per lineã u g m, secabit ergo per æqualia ipsam umbram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsius corporis centrum qd' est pũctum g. Similiter &qȝ superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b transit per lineam t g, ductã per centra illorum corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cõtentæ sub lineis a n & u s secundum punctũ medium ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram ꝑ duo æqualia, & qm̃ superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per



æqualia sunt diuisæ, patet q; secundum ipsas numerantur etiam & umbræ, patet ergo ꝓpositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbrescit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso ꝓpinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet q; umbra corporis ꝓpinquioris plus priuat luminis, radij quoq; ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniã radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, ꝑpter qđ etiam plus apparent umbræ in præsentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoq; continentes ipsam umbrã sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo propositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unũ corpus umbrosum obiectũ pluribus corporibus luminosis, palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaq; accidat, ut umbræ se intersecent, dico q; umbra multiplicata plus umbrescit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profundiur aliquo lumine qđ ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, qm̃ plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ꝓpositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ secundum sui medium in eadẽ superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrati, ergo oportet q; illud corpus obumbratũ secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theorematis, qm̃ si duo corpora ꝓpinqua adinuicem secundũ sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminosi corporis consistunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit ꝓpinquũ illi qđ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qđ est ꝓpinquius lumini, ut quando idẽ radius transiens uirtutem propinquioris, transit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, qđ sit altius illo, patet ergo propositum.

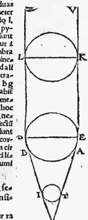
XXXIIII.

Aequedistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportione diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, q lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una linearũ radialiũ ab ipsa egredientiũ sit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una linea e u, & alia h z, & sint e u & h z æquedistantes, sitq; corpus umbrosum unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super qđ cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus

sit

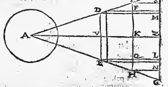
sit t i, & contingat ipsum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoso, super qđ cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquedistátes e u & u z, illud corpus cõtingentes, cuius diameter sit k l, contingatur'q; à linea e u in puncto k, & à linea b z in puncto l, umbra itaq; ꝑueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & fit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q sunt a, g, b, g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis l g & t g, & sụpficie corporis t i, quæ est à parte g, umbra ergo finitur apud punctũ g, umbra uero corporis k l ꝑtensa inter lineas æquedistantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminat̃ ad aliqđ punctũ, quoniã illæ lineæ cõtingentes umbram in infinitũ protractæ, non cõcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipsis prius cõtenta secundum diuersitatẽ ꝑportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrũ corporis b a, & ex hoc patet, q radij per se non sunt lineæ, neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquedistantes, neq; concurrentes, sed accidit eis lineatio per respectũ ad corpora in quibus incidunt, & æquedistantia & concursus accidunt eis ꝑ proportionẽ diametrorum corporum umbrosorũ ad diametros corporis luminosi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totũ aërem circumstantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctũ corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝑpositum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt.

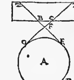
Esto ut à puncto medio corporis luminosi qđ sit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq; basis b g, & ducatur linea d e secans trigonum a b g, erit medium sui lateris a g æquedistanter basi b g per 10. & 31. primi, ꝑtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter sup basim b g per 12. primi, quæ secet lineam d e in puncto u, diuidatur'q; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducatur'q; linea h t, linea ergo h t erit æquedistans basi g l per 2. sexti, secabit ergo lineam u z per 2. primi huius, sit punctus sectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares super basem b g, quæ sint e l, d m, h n, t s, secabit quoq; perpendicularis e l lineam h t, sit punctus sectionis linearum d m & h t sit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, q linea b t est maior q̃ linea d e, quia itaq; trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. sexti latera ipsorũ ꝑportionabilia, quia ergo ut patet supra linea a e est maior q̃ linea e h, erit ergo linea e u maior q̃ linea h q. Sed linea h t est maior q̃ linea e d, ut præostensum est, ergo per 9. primi huius maior est proportio lineæ e b ad lineam e d, q̃ lineæ q h ad lineam h t, est enim ꝑportio lineæ eu ad lineã e d, sicut lineæ h k ad lineam h t per 4. sexti, & per 16. & 18. quinti, sed linea h q est pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor est ꝑportio h q ad h t q̃ h k & h t, minor est ergo proportio lineæ h q ad h t q̃ e u, eodem'q; modo demonstrandum, q lineæ g n ad lineã g b minor



minor est proportio q̃ lineæ h q ad lineam h t; excessus itaq; basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d e: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorū basium super bases uiciniores plus minuūtur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniā enim linea b g sensibiliter non excedit lineam h t, tunc erūt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut posest approximat suæ perpendiculari, ꝓpter qđ radij omnium punctoꝝ totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidē radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per fenestram super corpus oppositū solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestræ.



Esto corpus luminosum, cuius centrū a, & circulus magnus d e g, & sit diameter fenestræ b c, sitq; linea t z in supficie corpis solidi opposita lumini cui incidit radius, producanť q̃q; lineæ radiales tangētes periferiā fenestræ, quæ sint e b g c, hæ itaq; lineæ secabunť se in aliqua parte medij, sit punctus cōmunis sectionis f, & hæ lineæ productæ incidant superficiei corporis oppositi lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z est maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniā per omnē punctum periferiæ fenestræ sic incidunt radij se secantes, ideo, q̃ à quolibet puncto corporis luminosi in totam fenestram fit missio luminis per 10. huius, palam, quoniā perimeter luminis incidentis corpori solido opposito fenestræ, est maior perimetro fenestræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficiei foraminis est uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrū e sit æquedistans superficies solidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpēdiculariter super superficiē a b g d circuli, in quocunq; itaq; pūcto lineæ e z, sit centrū corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficiei f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam sunt æquales, & æquales angulos cōtinent cū linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad superficiem æquedistantē circulo foraminis, quæ est f h k l, incidetq; perpēdiculariter super illā per 14. undecimi, fit ut incidat in punctū m, producaturq; linea z b ad superficiē f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, erūtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25. primi huius æquales propter æquedistantiam superficierum & æqualitatē angulorū, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanť quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniā superficies f h k l, est circularis, & ipsa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestrā a b g d, quoniā de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.



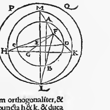
XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente su

perfi-

perficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestræ, & super superficiem corporis substrati.

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui sit superficies æquedistans h m k l, & sit f centrum corporis luminosi, sitq; primo ut linea f e oblique cadat super superficiẽ a b c d, hæc itaq; producta incidet superficiei h m k l similiter oblique propter æquedistantiam superficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq; in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli; sit itaq; angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtusus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. secũdi, & quadratũ lineæ b f, est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e per 12. secũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale est quadrato lineæ a e, quia sunt æquales semidiametri, & quadratũ lineæ f e, est cõmune, patet quod quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b est maior quàm linea k a, productisq; lineis f a & f b ad superficiem h m k l, si linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatisq; lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius transiens centrũ foraminis fenestræ, erit quoq; per 2. sexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq; illarum proportio est ad inuicem, sicut lineæ g f ad lineam f e, est ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, sicut lineæ b e ad lineam e a, sed linea b e est æqualis lineæ e a, ergo linea l g est æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq; ad superficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam superficies in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circulum fenestræ, quoniã omnes aliæ superficies in quibus est linea f e, incidunt illi superficiei oblique, sic enim accipimus lineã a b, erit ergo superficies a f b erecta super superficiem circuli fenestræ, palam ergo quia angulus f e d est æqualis angulo f e c, est ergo per 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, sed & f g, est communis, quia linea h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineã f g, palam per 4. undecimi, q linea h g est perpendicularis super superficiẽ in qua sunt lineæ f g & m g, ergo per 18. undecimi, erit superficies h m k l erecta super superficiẽ f m g, ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l, imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ est f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta super illum circulum & ipsa est obliqua super superficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l, patet ergo propositum. Et si superficies fenestræ circularis sit basis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminosi sit polus circuli fenestræ, & axis erectus sit super superficiẽ fenestræ, superficies uero solidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædistãs superficiei fenestræ, adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis, quod est præmisso modo demonstrandũ, ducta enim per 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, q est f l superficie æquedistante superficiei fenestræ, patet per 100. primi huius quod illa superficies secabit pyramidem illuminationis secundũ circulum quæ sit l p q, ergo superficies h m k l secat ipsam secundũ pyramidalem sectionem, patet ergo propositum.



XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

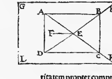
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt, patet q anguli radij secundum foraminum angularum dispositionem ipsis angulis incidentes se applicant æquedistantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius superficiei foraminis incidentis, retrahũt ergo se ab angularitate,& sic lumẽ superficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur super omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppositã superficiem duci potest: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipsi in quolibet puncto se intersecent,& radij inferiorũ punctorũ corporis luminosi in punctis linearum fenestræ alio radio superiorũ punctorum secant & ultra ꝓtenduntur,& sic lumen hoc fenestram pertransiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, si solum ab uno puncto luminosi corporis egrederentur radij fenestram penetrantes, patet ergo propositum.

XL.

Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumẽ superficiei corporis æquedistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatẽ aliquam accedens.

Sit centrũ corpis luminosi e,& foramẽ quadratũ sit a b c d, cuius puncto in eo qui sit f incidat perpendiculariter radius e f, sit hæc superficies corporis densi æquedistãti superficiei foraminis quæ est g h k l, dico quod lumẽ incidens illi superficiei erit figuræ quadratæ: fiunt enĩ duæ pyramides unam uerticem habentes pũctum e, quarum maioris basis est g h k l, minoris uero basis est a b c d,& earum bases sunt æquedistantes, sunt ergo similes per 99. primi huius, quia ergo basis a b c d, ex hypothesi est quadrata, patet quod & basis g h k l est quadrata,& est hoc propositum primũ quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquã æquedistantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compressionẽ radiorũ, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminantiũ fenestræ, ut diximus in præmissa, patet ergo propositum.



XLI.

Per mediũ quadrati foraminis radio oblique incidente superficiei densi corporis substratæ superficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis æqualiter arcuatis.

Esto ut in præmissa centrũ corporis luminosi punctũ e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pũcto qui sit f, oblique incidat radius e f, sitq; sup̃ficies corporis densi substrati illi foramini quæ g h k l, cui similiter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ superficies non sunt bases pyramidis illuminationis, sed solum secantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, siue earum superficies æquedistãt siue non æquedistant, sunt figuræ altera parte longiores, quoniã illæ figuræ quæ secundum illa puncta quibus axis e f propositis superficiebus aliquæ incidũt pyramides, sunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, secundũ illa pũcta axi incidentes sunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ꝓpositum primũ,& q̃m ut patet per 35. huius radij longiores quasi ad aliquam æquedistantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, sicut & in duabus præmissis declaranim est,& hoc est proposinim.

XLII.

Per medium secũdi diafoni densioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminosi super superficiẽ obiecti corporis semper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpositionis probati plus experientiæ instrumentorum innititur, quàm alteri demonstrationũ, cum ergo quis experiri uoluerit modũ fractionis radiorũ luminosorum in medio secundi diafoni densioris primo, ut in aqua quæ est densior aëre, assumat

tras

uas rectarum orarum qualiscunque uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen sit altitudo oranim maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non maior diametro instrumēti, ut faciendū præmisimus in prima huius, & planentur oræ illius uasis donec superficies per eius oras transiens sit æqoalis plana, & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratū uisibile numisma uel tres picta diuersi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, si aspiciens uisum ꝑpendiculariter ꝓiecerit super medium numismatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipsorū situm & partium ordinationem eo modo quo sunt secundum se ordinata si in aëre uiderentur, consideret ergo experimentator illum sui corporis sitū, siue sit stans siue sedens, & sui distantiam à base, & situm ipsius uasis, & omnia circūstantia; ponatur itaque uas istud plenum aqua clara in loco, in quo splendet sol, & sistatur uas taliter ut superficies circūferentiæ uasis sit æquedistans horizonti, hoc aūt patet perpēdi ex hoc, si superficies aquæ sit æquedistās periferiæ uasis. Deinde imponatur instrumentū in hoc uas, ita quod pinnulæ super extremirates regulæ existentes superponatur oræ uasis ex utraque parte, tunc ergo medietas instrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec superficies aquæ secet centrū instrumenti, & reuoluatur instrumentū in circuitu uasis donec oræ super aquam obumbrent alias sub aquam, & tunc retenta regula cū altera manuū reuoluatur instrumentum cū reliqua manu in circuitu sui centri, donec lumen solis pertranseat foramen l m n, quod est in ora instrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad superficiem aquæ, quia lumen pertransiens foramen rotundū ampliatur semper per 36. huius. Sistatur quoque taliter instrumentū, ut lumen cadens super laminam secundi foraminis quod est x y z, sitū habeat æqualē, & tunc experimētator reductis manibus ab instrumenro, secundū omnem sitū & modum quo prius aspexit numisma inspiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ instrumenti, cuius ora est abscisa, quæ est a d, inuenietque lumen pertransiens ex duabus foraminibus super superficiem oræ alterius, quæ est intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquedistanter signatorum, aut addens super distantiam illorum circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorū, ex quo patet quod mediū punctum huius luminis cadit in aliquod punctū medij circūferentiæ circuli illorum trium circulorō, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutū in interiori parte foraminis oræ instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter, & tunc inspicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppositæ, per undecimā huius diuides eū per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius sit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ est in superficie aquæ, & eius quæ est intra aquā, & uniuersaliter secūdō quā ꝓportionē acus periferiā foraminis ut corda ascindit, secundum eandē ꝓportionē umbra acus periferiam lucis in superficie aquæ & sub aqua existentis abscindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ est in medio lucis intra aquam existentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in superficie aquæ existentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ est in centro foraminis superioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in superficie aquæ existentis extenditur secundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ sunt centra amborum foraminū transeuntes, & huius linea est in superficie medij circuli trium circulorū, et est pars diametri illius circuli, quæ est m p, tamē sit æquedistans diametro circuli in base instrumenti existentis quæ est f e g punctus ergo qui est in medio lucis quæ est in superficie aquæ existentis, est in superficie huius medij circuli, sed & punctus p in medio lucis intra aquam existentis, est in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erūt in superficie medij circuli per primam undecimi. Quod si lux quæ est in superficie aquæ non fuerit manifesta, mittatur regula minor in aquam, & superficies eius in aqua signata est linea diuidens superficiē eius latitudinis ꝑæqualia suꝑficiei, applicetur aquæ, ut fiat una superficies cū illa, & alia eius superficies applicetur superficiei basis instrumenti, palam ergo ex præmissis in prima huius, quia linea, quæ est in suꝑficie regulæ in suꝑficie medij circuli m & y centrum

duorū

duorũm foraminum transeuntis, apparebitq́ lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit posita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatur super centrũ foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ apparitione manifesta, & patebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorũ foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cũ superficie aquæ, superficies itaq; regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, cẽtri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiẽ basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutus transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli medij & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipsius sit in pũcto anguli regulæ. Secabit quoq; umbra acus lucem, quæ est intra aquã, eritq́ umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis, et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis; idẽ quoq; accidit in quocũq; puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, ꝓcedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctũ lucis inter aquam ꝓtenditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ: ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimi, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio secũdi diafoni, quod est densius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ꝓpositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositã foramini, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturã ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrũ non in linea g k ꝑpendiculariter erecta super g terminũ diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritq́ inter hoc centrũ lucis & punctum p, qđ est cõmunis differentia lineæ g k, perpẽdicularis super terminũ diametri instrumenti, & circũferentiæ circuli medij transeuntis per m & y centra foraminũ distantia sensibili, mutatur itaq; regula in aquã, & applicetur superficiei laminæ, ita, ꝙ terminus latior regulæ sit supra diametrũ laminæ, & moueatur regula quousq; acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaq; centrũ lucis, qđ est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineã g k perpendicularẽ super f g diametrũ basis instrumenti, patet ergo ex hoc, ꝙ hæc refractio est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiẽ aquæ. Hæc ita inuento signetur in circũferentia circuli medij trium signatoꝝ circulorũ super punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiẽ aquæ signum fixum per ferri duri puncturã; & quia patuit per præmissam, ꝙ instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ ꝑuenit ad centrũ lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquedistantis superficiei basis instrumen

ſtrumenti, & eſt diameter illius, ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram inſtrumenti, tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti, & perueniet ad lineã g k perpendicularem ſuper diametrum f g, in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qñ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam, tunc patet quod lux oſtenſa à medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit ad medium lucis, quæ eſt intra aquam, ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis ꝑ centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo, declaratum eſt autem per primã huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis, quæ eſt intra aquã, eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiẽ aquæ, qđ eſt ꝓpoſitũ.

XLIIII.

Per mediũ ſecũdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cẽtro corpis luminoſi ſup ſuperficiẽ corporis obiecti penetrat irrefractus.

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitũ theorema poteſt declarari, aſſumantẽ enĩ uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtũ longitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumẽti, & fiant planæ ſuperficies eorũ æquales & æquediſtãtes, & latera ipſorũ ſint recta & multum poliantur, deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum, quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k, & producatur illa linea in utranq; partem ſuperficiei circuli baſis, & ſit z e x, ponatur itaq; unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti, & applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ, quæ eſt z e x, taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrũ inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti, quæ eſt f g, per mediũ ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti, applicetur itaq; uitrũ baſi inſtrumẽti forti applicatiõe per bitumen firmum, taliter tamen quod poſſit auferri quãdo placuerit, deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum, ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierũ eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur ſecũdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterũ ſecũdi uitri, & applicetᷣ baſi inſtrumẽti, & ſic fiat de pluribus uitris quouſq; perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti aut prope, ſcilicet uerſus pũctum t, cum itaq; intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum, palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti, quæ eſt f g, tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti, & altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti, & ſuper diametrum eius f g, unaquaq; enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierũ uitrorum ꝑpendicularium ſup diametrum baſis inſtrumẽti, eſt æqualis lineæ m f, ſcilicet perpendiculari exeunti à cẽtro foraminis ſup ſuperficiem baſis inſtrumenti, linea ergo q̃ tranſit centra amborũ foraminũ tranſibit centra ſuperficierum uitrorũ perpendiculariũ ſuper ſuperficiem baſis inſtrumẽti; accipiatur ergo regula ſubtilis, cuius formã præmiſimus, & erigatur ſuper oram inſtrumẽti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri, quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta tranſiens ꝑ centra amborum foraminum, & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter, & tranſibit ad punctum g, tunc itaq; ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuũ aqua, & ponatur in ſole directæ oppoſitũ centro ſolis, ut accipiat radiũ ꝑpendicularem, hoc aũt poteſt fieri, ſi moueatᷣ inſtrumentũ quouſq; lux ſolis tranſeat ꝑ ambo foramina, & fiat apud ſecundũ foramen lux æqualis, & aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro, & uidebitᷣ lux

exiens à duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiē ipsius regulæ, & illud umbrosū q̃d circūdat lucē in supficie regulæ, obumbrabit p umbrā oræ instrumēti, eritq; centrū uisus ipsius aspiciētis sup lineā quæ est in superficie regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpēdicularis sup centrū foraminis, cadetq; tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in linea quæ est in superficie regulæ, tunc itaq; signetur punctus illius umbræ cū incausto subtiliter, & auferatur acus à superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup centrū inferioris foraminis, cadetq; iterū umbra extremitatis acus sup punctum signatum in superficie regulæ. Ablata quoq; acu lux reuertitur; ex quo patet, q̃m lux quæ est super punctū quod est in superficie regulæ transit p cētra amborū foraminū, deinde cū incausto signetur nota nigra in pūcto in medio superficiei uitri ex parte regulæ, potest aūt ille pūctus inueniri p 40. primi huius, q̃m ille punctus est cōmunis sectio duorū diametrorū super ficiei uitri, & tūc intuens lucem quæ est super regulā inuenict umbrā puncti, quæ est in medio uitri, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc q̃m lux quæ trāsit per centra duorū foraminū, transit per punctū quod est in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primū, quod est super centrū instrumenti punctū e, & in superficie secūdi uitri signetur punctū medium, ut prius factū est in superficie uitri primi, & cōponatur instrumentū secūdo, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina, perueniet q; lux transiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulæ, patet itaq; ex hoc quod lux pertransiens centra duorū foraminū transit per punctum quod est in medio superficiei secūdi uitri, & quod lux quæ transit per centra duorū foraminū in prima experimentatione, transit & per punctū qđ est in medio secundi uitri. Extrahatur itaq; secundū uitrū & opponatur tertiū, & sic de cæteris usq; ad ultimū, & patet uniuersaliter q lux transiens per centra duorū foraminū perueniens ad superficiem regulæ, transit etiā per centra superficierū uitrorū omniū positorū sup superficiē laminæ, & sunt omnia centra superficierū uitrorū omniū in una linea recta cōtinuante centra duorū foraminū: lux itaq; pertransiens centra foraminū tam in corpore uitri q; extra corpus in aëre, extēditur secundū lineam rectā cōtinuantem centra duorum foraminū, & est illa linea m p, ppendicularis super superficies omniū uitrorū oppositas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, est æquedistans lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpēdicularis super superficiē uitrorū, cum sit perpēdicularis sup differentiā cōmunem superficiei uitri, & superficiei laminæ, & si omībus uitris uel ipsorū aliquo præmisso modo super fundum instrumenti disposito infundatur aqua uasi usq; ad concauum superficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniā radius perpendicularis semp penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorū perpendiculariū adiuuetur per cubicā figurā uitri, accipiatur medietas sphæræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctū c & centrū laminæ qđ est punctū e, & inueniatur centrū basis eius super quod signetur linea subtilis cū incausto. Deinde ex hac linea ex pte cētri sphæræ separetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ instrumēti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumenti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē huius lineæ separatæ à diametro, pducatur perpendicularis ad utrāq; partē superficiei sphæricæ, qđ potest fieri per undecimā primi, & secetur sphæra uitrea secūdū illā lineā planeturq; superficies uitri secti donec sit penitus æqualis, fiatq; ppendiculariter erecta super superficiem planā hemisphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiei erectæ, & superficiei basis sphæræ linea recta, super quā erit perpēdicularis linea prius à cētro sphæræ, pducta ergo etiā erit perpēdicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q̃ est cōmunis sectio fiat signū cū incausto, deinde uitrū illud politū optime super hanc superficiē sectā ponatr super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineæ quæ est cōmunis sectio duarū superficierū planarū uitri, applicetur centro laminæ, & figatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis

super

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitrorum cubitorũ, ita quod superficies regulæ in qua est linea recta latitudinis sit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur instrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in sole uacuũ aquæ, & moueatur instrumentũ donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq́ lux sup superficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrũ superioris foraminis, cadetq́ umbra extremiratis acus super centrũ lucis, ablato quoq́ stilo reuertetur lumẽ ad locum suũ. Idem quoq́ accidit ponẽti extremitatẽ acus super centrũ foraminis secũdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrũ sphæræ uitreæ, cadetq́ umbra extremitatis acus super centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trãsiens p centra duorũ foraminũ trãsit & per centrũ sphæræ uitreæ, & per mediũ superficiei lucis quæ est in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux transiens in corpus uitri extẽditur secundũ rectitudinẽ lineæ transeũtis per cẽtra duorũ foraminũ, & est illa linea semidiameter sphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro basis uitri ad laminã, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad superficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt super diametrum laminæ, palam qđ linea transiens per centra duorũ foraminũ cũ extendit in rectitudinẽ peruenit ad centrũ sphæræ uitreæ, est ergo in illa linea diameter huiꝰ sphæræ uitreæ, est ergo ꝑpendicularis sup superficiẽ huius sphæræ p 72. primi huius, qm̃ enim trãsit centrũ sphæræ, patet quod ipsa est perpẽdicularis super cõuexam superficiẽ sphæræ, sicut superius patuit in uitris cubitis. Aufeiatur itaq́ regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentũ secũdo in uas ut prius, & moueatur quousq́ lux transeat per duo foramina. Inuenieturq́ lux super oram instrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod est differentia cõmunis inter circumferentiam circuli medij, & lineã g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in extremitate diametri circuli medij, quæ est in p, transeuntis per centra duorum foraminum m & y, ex quo patet, qm̃ lux transiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓdiens in corpus aëris, extenditur secundũ lineã, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta transiens centra amborum foraminũ perpẽdicularis sit super superficiẽ uitri, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiẽ aëris tangentis uitri superficiẽ. Itaq́ si uasi infundatur aqua remanente uitro in sua positione donec aqua superfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis super extrẽmitatẽ diametri circuli medij, & si sphæra media transuertatur, ita ut conuexũ eius situetur ad secundũ foramen, & plana superficies ad centrũ instrumẽti, scilicet punctũ e, siue aqua supersundatur siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm̃ semp radius transiens per cẽtra amborum foraminũ, tranlibit & per centrũ sphæræ. Ex his omnibus p uitra cubica & sphærica, patet qđ siue mediũ secundi diafoni fuerit densius uel rarius, dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis sup superficiem secũdi corporis, quod lux extẽditur in secũdo corpore secundũ rectitudinẽ lineæ, per quã extẽdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpositum, corpus enim uitri est densioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ,

XLV.

In medio secundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à posteriore superficie secundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis super superficiem corporis secundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur est cõformiter prioribus per instrumentalem experientiã declarandũ. Assumatur em̃ illud uitrum sphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate usi fumus, & ponatur super lineã instrumenti, ita qđ superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ est ĩ ipso sit super centrũ laminæ, & linea quæ est cõmunis sectio superficierũ planarum uitri, cadat oblique super diametrũ laminæ quacunq́ obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea transiens cẽtra duorum foraminũ obliqua est super superficiẽ planã uitri, cõiungatur itaq́ uitrũ laminæ instrumenti secundũ hũc situ firmiter, & ponatur instrumentũ in uas, & uas in sole, moueaturq́ instrumentũ donec lux transeat per duo foramina, cadetq́ lux in interiori oræ instrumenti, & centrũ lucis

erit in circunferentia medij circuli, sed extra illum punctū p, qui est cōmunis differentia circūferentie medij circuli, & lineæ stanti in ora instrumenti quæ est g k, & erit declinatio eius ad partē in qua est sol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē sphæricā uitri, & q̄m hæc lux extenditur in aëre secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorū foraminū, ut patet per primā huius, & hæc linea in hoc situ puenit ad centrū sphæræ uitreæ, & est obliqua sup superficiē sphæræ planā, palā ergo quia terminatio extensiōis illius lucis, & est in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri secundū lineā rectā exeuntē à cētro sphæræ ad circūfererentiā, quæ linea cū sit diameter per 72. primi huius, quoniā ipsa est perpēdicularis super sphæricam superficiē uitri, ergo & super cōcauam superficiē aëris continentis sphærā uitri, non ergo refringitur in aëre secundo, sicut neq; in primo, sed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cōuexo ipsius, refringitur ergo apud centrū uitri, quia fuit obliqua super superficiē eius planā, in qua est centrū uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud quod est, etiā superius declaratū, sed q̄m lux si fuerit extēsa in corpe subtiliori oblique incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractio ad partem perpēdicularis super superficiem sphæricā corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractio ex aëre ad aquā, erit illa refractio ad partē perpēdicularis exeuntis à loco refractionis super superficiē aquæ, & nō peruenit refractio ad perpendicularē, quod si uitrū e cōuerso situetur, scilicet ut superficies eius sphærica & cōuexa respiciat superius foramē, & punctū mediū lineæ, quæ est cōmunis differentia superficierū planarū, quod est centrum sphæræ uitreæ sit super centrū instrumenti, cadatq; hæc linea oblique super diametrum laminæ, ducaturq; in ipsa superficie laminæ à cētro laminæ linea perpendicularis super lineā, quæ est cōmunis sectio illarum planarū superficierū, quæ necessario erit perpendicularis super superficiem planā uitri erectam super superficiē laminæ, ponatur itaq; instrumentū in uase sine aqua, & moueatur quousq; lux pertranseat duo foramina, cadetq; centrū lucis in circūferentia medij circuli extra punctum p, quod est differentia cōmunis medij circuli, & lineæ g k, perpēdicularis super superficiē laminæ ductæ in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medij circuli, quæ est in p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendicularis educta à loco refractionis super planam superficiem uitri, hæc aūt lux extenditur in uitro secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, quoniā illa linea cum per centrum sphæræ uitreæ transeat est in illa diameter sphæræ uitreæ, fit itaq; refractio lucis apud centrum sphæræ uitreæ, quoniam lux transiens centra amborum foraminum fit oblique super superficiem planam uitri, & super superficiem aëris contingentis uitrum, & si aqua infundatur uasi quousq; supereminaeat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aër est subtilior quàm aqua, & aqua subtilior uitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod si uitrum ponatur aliter in superficie laminæ, scilicet ut linea quæ est communis differentia duarū superficierum planarum ipsius uitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminæ secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum uitreæ sphæræ super centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ subtilis super superficiem laminæ erecta super oram eius, in quo est linea ex parte uitri, & terminus regulæ secet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphæræ, sed per illud pūctum superficiei planæ ipsius uitri, & erit obliqua super sphæricam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; instrumentum in uase, & uas in sole, & moueatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ est in superficie regulæ, sed declinabit oblique extra lineam, quæ transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum uitri, hoc est ad partem contrariam perpendicula-

ris ex-

tris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiem uitri sphæricam, eritq; linea pertransiens centra duorũ foraminum perpendicularis super superficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est æquedistans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam uitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminũ, & extenderetur secundũ rectitudinẽ ad planam inter superficiem, palam ꝙ tunc extenderetur secundum rectitudinem in aëre. Sed centrũ lucis, quæ est in regula, cum non cadat in rectitudinẽ huius lineæ, patet ꝙ lux nõ extenditur in eius rectitudinẽ ad superficiẽ planam uitri, est ergo lux refracta, sed nõ refringitur in aëre, neq; in corpore uitri. Refringit̃ itaq; apud sphæricã superficiẽ uitri, incidit enim oblique super sphæricam supficiẽ, qm̃ linea transiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana superficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qđ si uitrum econtrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, ꝙ cõmunis differentia sit super lineam secantẽ diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ sit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertransiens centra duorũ foraminũ non transit per centrum uitri, sed per alium punctũ illius planæ superficiei, & est perpendicularis super illam superficiem, moueat̃ itaq; instrumentũ in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetq; centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipsius instrumenti in periferia medij circuli extra punctũ p, qđ est extremitas diametri medij circuli, quæ est linea m p, sed declinabit ad partem in qua est centrũ uitreæ sphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius sphæræ in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiẽ huius sphæræ, est ergo perpendicularis super superficiem aëris continentis superficiẽ sphæræ uitreæ. Hæc itaq; refractio est ad partem contrariã illi, in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem aëris continentis sphæram. Lux uero transiens centra duorũ foraminũ pertransit corpus uitri recte, cum sit perpẽdicularis super superficiem planam uitri, sed non est perpendicularis sup̃ superficiẽ conuexam, cum nõ trãsit centrum sphæræ, ergo etiam non est hæc lux ꝑpendicularis super supficiem aëris continentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam superficiem sphæræ uitreæ, ꝙ si aqua tunc infundetur uasi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrũ uitri; hoc autẽ est ad partẽ contrariam illi, in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aëris perpendicularis super concauam ipsius aëris superficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana superficie cõsistere est necesse.

Sed & id qđ nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ est in supficie aquæ, & à centro lucis existentis super superficiem aquæ, qđ est centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, ꝙ est in circumferentia circuli medij, transit per centra amborum foraminũ, quæ similiter sunt in superficie medij circuli, palam, qm̃ linea secundũ quã lumen incidit superficiei aquæ per medium aërem, & secundũ quã refringitur in aquæ medio, sunt in eadem superficie, qm̃ utraq; ipsarũ est in superficie medij circuli triũ assignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquæ superficiem, non qñ fuerit ꝑpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumẽti à centro sphæræ aquæ nunq̃ fiet hæc linea radialis perpendicularis super superficiem aquæ, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum existente, satis euidens est hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, & hanc superficiẽ dicimus superficiẽ refractionis: patet itaq; ex ijs omnibus 5. præmissis propositionibus, quoniã omnis lux pertransit quacunq; corpora diafona secundũ lineas rectas: & q̃diu lineæ sunt ꝑpendiculares super superficies corporũ, quæcunq; etiã diuersæ sint diafoneitatis, semper extendit̃ secundũ rectitudinẽ eiusdem lineæ, & non refrin-

 gitur

gitur. In corpore uero diuerſæ diafoneitatis omnis lux ſuperficiei ſecundi corporis oblique incidens, refringitur ſecundum lineas rectas alias ab illis, ſecundum quas incidebat primo corpori, quæ tamen lineæ ſemper erunt in eadem ſuperficie plana, imaginate ſecare utrunq; illorum corporum, & hæc ſuperficies in ſpectione inſtrumenti eſt medius circulus trium circulorum ſignatorũ in interiore parte oræ inſtrumenti, cuius diameter eſt linea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſſius, refringetur ad partem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem groſſioris ſecundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore groſſiori ad ſubtilius, refringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ ſuper ſuperficiem corporis ſecundi, ſcilicet ſubtilioris.

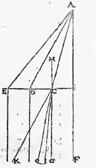
XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio ſecundi diafoni denſioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ſuper ſecundi diafoni ſuperficiem, & in medio ſecundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud quod de particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatum eſt, naturali demonſtratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt ſecundum lineas ꝑpendiculares, ſunt fortiores, quoniam coadiuuantur uirtute uniuerſali cœleſti ſecundum lineam rectam breuiſſimã, omni ſubiecto corpori influente. Impulſiones ꝓiectationũ factarum ꝑpendiculariter ſunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & ſimiliter percuſſiones, quæ fiunt perpendiculariter, ſunt omnibus obliquis percuſſionibus fortiores, & inter omnes obliquas fortiores ſunt illæ quæ plus accedũt ad ꝑpendicularitatẽ, quia itaq; omnis corporis denſitas impedit tranſitũ luminis, neceſſe eſt lumen imaginari repelli à tranſitu per reſiſtentiã corporis denſi, & plus per reſiſtentiam corporis denſioris: & per hanc reſiſtentiam qualitatis paſſiuæ, quæ eſt denſitas ad qualitatẽ actiuam, quæ eſt lumen, intelligimus quendã motum motionis luminis per medium corporum reſiſtentium, quæ ſecundũ plus & minus capacia ſunt impreſſionis luminatis, non quod in tranſmutatione locali ipſius luminis ſit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodẽ inſtrumenti ſecundũ diuerſitatẽ mediorum ſe plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus motum ipſius lucis. Omnis itaq; lux pertranſiens corpus diafonum, motu uelociſſimo & inſenſibili pertranſit, ſic tamen, quod per magis diafona uelocior fit motus quam per minus diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus reſiſtit penetrationi lucis ſecundũ quod eſt participans diafonitatẽ plus uel minus, groſſities enim corporum reſiſtens eſt ſemper luminis penetrationi. Cum ergo lux pertranſit et corpus aliquod diafonum oblique, & occurrerit corpori alij diafano groſſiori, tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehementius, quam prius corpus rarius reſiſtebat, neceſſe eſt ergo quod ꝓpter reſiſtentiam illius corporis denſioris motus lucis tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partẽ cõtrariam refringetur, quia uero nõ reſiſtit fortiter, ideo lumen nõ redibit in partẽ ad quã mouebatur. Si uero reſiſtentia fuerit debilis ꝓpter maiorẽ raritatẽ corporis plus diafoni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariã partem, nec poterit per illam lineam ꝓcedere per quã inceperat, ſed mutabitur in ſitu: cum uero perpendiculariter inciderit quibuslibet corporibus diafonis & quacunq; diuerſæ diafoneitatis, non mutabitur, ſed directe omnia penetrabit, quoniam perpendicularis fortior eſt omnibus, & oblique uiciniores perpendiculares ſunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaq; corpori diafono groſſiori lux incidit, oblique extenditur ſecundũ lineam rectam approximantẽ ad perpendicularẽ, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diafoni groſſi- ꝓductam ſuper ſuperficiẽ corporis groſſioris, ideo, quia facillimus motuum eſt ſecundũ lineam perpendicularẽ. Si ergo radius lucis inciderit ſuper lineam perpendicularẽ, tranſibit recte ꝓpter fortitudinẽ motus ſuper perpendicularẽ. Et ſi radius inciderit oblique, tunc non poterit tranſire ꝓpter debilitatẽ motus ſuper lineas obliquas. Accidit ergo ut declinet ad partem aliquã, per quã facilior ſit tranſitus, quam per illam partem, ad quã per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autẽ motuũ, & plus adiutus cœleſti influentia

tia

tia est super lineam perpendicularem; qđ enim uicinius est perpendiculari, facilioris est transitus, q̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminosi incidant radij q̃ plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corporis, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corporis, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiē, palam itaq; secundum rationē præmissam fortitudinis perpendicularíū, & per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, qm̃ radius incidens secundū lineam a b penetrat perpendiculariter totū corpus b e f. Radius uero incidens secundū lineam a c, si directe trāseat corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporū a b e & b e f, qđ est contra hypothesim; linea itaq; a c propter diuersitatem resistentiæ non erit linea continua. Sed si per corpus minus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in corpore plus uel minus resistente per eandē lineam moueri. Si ergo corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex præmissis, ꝙ difficilior est transitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c super superficiem corporis b c d e q̃ sit c g, debilitabitur, nec ad aliud perueniet effectus eius, frustra ergo incidebat, natura autē frustra nihil agit, sicut in principio suppositum est; linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoq; est de radijs incidentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superficie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris q̃ sit corpus a b e, adhuc propter fortitudinē actionis radij perpendicularis qui est



a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, & in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam q̃ prius, & quia formarum ꝓprium est semper se diffundere secundum amplitudinē omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit secundū lineam a c, quia sic dispositio diafonorū corporum secundū resistentiam ad receptionē luminis esset uniformis, qđ est contra hypothesim; refringitur ergo radius a c, sed nō ad ꝑpendicularē c g, quoniā illa refractio non fit, ꝓpter resistentiam materiæ, sed propter uictoriam formæ agentis super materiam plus dispositam q̃ prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto progressū secundum lineam a c, & ad partē contrariam ipsius perpendicularis c g, & æquedistantis quæ b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secūdi diafoni densioris, quæ est b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis ab transeuntis per corpus b e f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quæ est perpendicularis super lineam c g, quoniā enim transitus perpēdicularis est fortissimus & facillimus motuū, & densitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebitur ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit superficiei corporis densioris, & quoniā illi motui resistit ꝓpter grossiciē medij, & etiam ꝓpter naturā alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino dimittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctū b, semper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis secundæ grossiore medio, primo refracto radij a c secundū lineā c l propinquiorē perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctū q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctū h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cū æquedistante eius linea c g in puncto c. Cū uero radius a c exiuerit à corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resisten-

tiæ,

tiæ, erit motus eius uelocior & magis sui diffusiuus, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam, ut coadunetur ad ppendicularē lineam à puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est c g; patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor q̃ prima, fit ergo motus lucis ad partem à qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k sit maior angulo a c h, sit tamen semper motus lucis a c in reflectione à corpore secundo rarioris diafoni q̃ primū inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunq̃ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

A superficie plana corporis diafoni omniū radiorū illi sup̃ficiei incidentiū, non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

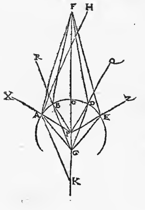
Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diafono semper fit refractio uel ad ipsas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij super superficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ppendicularibus quomodocunq; hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiē sint æquedistantes per 6. undecimi, q̃m siue ad ipsas ppendiculares, siue ab ipsis fiat refractio, nō est possibile, ut omniū radioꝝ illi planæ superficiei incidente, refractio fiat ad punctū unum, patet ergo propositum.

XLIX.

Nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio secundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in densiori uero ad ppendicularē, palam ꝙ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanent, modo suo autē à perpendiculari fit fractio, augetur forma secundū dilatationē. Et cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur, q̃m anguli ipsam continentes, angustantur, patet ergo ꝓpositū.

L.



In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur; & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionū, & si minores, minores.

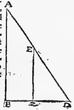
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à superficie sphærica, & alia à plana, siue à parte dispositionis diafonoꝝ, quoniā alia fit refractio à rariori diafono, alia à densiori, ut patet per plures ꝓpositiones libri huius, siue attendatur à parte anguloꝝ incidentiæ, patet semper ꝙ angulis incidentiæ existētibus æqualibus, secundū modum ꝓpositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, fiet ergo semper refractio secundū angulos æquales, & hoc est ꝓpositum primū. Et est huius exemplū, ut si uni corpori sphærico diafono densiori ipso aëre medio, in cuius superficie

ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p, & à puncto f corporis luminosi incidant lineæ radiales, quæ sint a f, b f, c f, d f, e f, incidatq́; radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet ꝙ omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni, refringentur per 47. huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ, quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico ꝙ si angulus incidentiæ, qui est f d q, sit æqualis angulo f b r, ꝙ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq́; dico, ꝙ si angulus f d q sit maior angulo f a x, ꝙ angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui sit angulus h a x, refringaturq́; radius h a in puncto a, concurretq́; cum linea f g in puncto b, eritq́; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: est autem angulus p a k maior angulo p a g, nõ enim est æqualis, quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales, qđ est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inæquales, sed neq́; minor, quoniã sic fieret refractio irregularis, & est contra 43 & 45. huius, est ergo maior, ergo & angulus p d g est maior p a g, Idem quoq́; potest demonstri facilius, ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote si arcus a c & c e assumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales: angulus uero p d g minor est angulo p e g, ꝙ patet, etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summatie loquimur, quoniam ipsam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet perfectius persequemur, patet ergo propositum.

L I.

Datam altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b, qui sit a, ipsi puncto d, & sit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq́; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b, ut si z e sit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. sexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, sicut d b ad b a, sed d z ad z e proportio est nota, quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio est nota, sed d b potest mensurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

LIBER TERTIVS

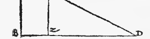
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

IN præmissis libris mathematicalia & naturalia principia præmisimus, per quæ, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi cōsequentia intendimus declarare. Volentes autē formarū naturaliū actiones sub triplici uidendi modo prosequi, s. illo qui fit per simplicem uisionē, & eo qui per reflexionē & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionē ꝓpriā organi uisiui. Supponimus aūt hæc quæ sequunē in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruentum formæ uisibilis ad animam. Item ꝙ per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hyposthasis colorū, alia uero per accidēs uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, cōtinuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, dēsitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Hæc enim non solum uisu, sed alijs sensibus cōprehenduntur. Item petimus lucē fortē ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quàm sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundū situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Itē ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Itē ꝙ color nō est motiuus uisus nisi secundū actū lucidi. Item sine contactu uisionē nō fieri, sicut nec aliquā actionē naturalē. Item uirtutē uisiuā finitam esse, & non extendi in infinitum.

THEOREMA I.

Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

Quæ enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis præter se, & etiam lux cū sit hypostasis colorum, non est possibile colores uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilior ꝙ̄ sit forma lucis, cum color sit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formā coloris rei uisæ, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarū rerum apud uisum per alternationē lucis orientis

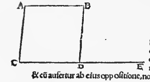


super ipsas: & si color, qui est per se uisibilis, non est motiuus ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet ꝙ omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.

II.

Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisæ ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uisu super puncta rei uisæ, siue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, semper necesse est inter quodlibet punctū superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ secundū quodcunq; propositū modum ꝓduci possunt, fit uisio, nisi forte ꝓpter alterius impedimenti resistentiam uisus fuerit impeditus. Cum itaq; uisus fuerit oppositus rei uisæ, uidebit ipsam:



& cū aufertur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionē,

reuc-

reuertetur sensus, quoniã ab alijs partibus q̃ ab oppositis directe non potest linea produci à punctis uisibiliũ ad puncta superficiei uisus, patet ergo ꝓpositum.

III.

Organum uirtutis uisiuæ necesse est sphæricum esse.

Si enim non sit sphæricum, dico ꝙ non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi æquale, siue enim radij egrediantur à uisu super rem uisam, siue formæ punctorum rei uisæ per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisiui, patet ꝙ semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius; unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisæ directe secundũ ipsas ꝑpendiculares uident̃, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus est omnibus cõmunis, sola ergo illa ab organo uisiuæ superficiei planæ uideri potest, quæ sine refractione directe perueniunt ad ipsum, hæc autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaq; superficies plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficie plana alicuius rei uisæ æquedistantis uisui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & sit a c; & à puncto d ducatur similiter super superficiẽ uisus perpendicularis quæ sit d b. Cum itaq; lineæ a c & b d sint æquedistantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̃m linea a b æqualis est lineæ c d, sed linea c d e est maior q̃ linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatẽ superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quæ patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficies organi uisiui sit plana, sed neq; alterius figuræ q̃ sphæricæ, quia semper accident impossibilia inæqualitatis uisionis, necessario ergo erit sphærica superficies organi uisiui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine q̃ sit ipsum organum uisiuum, patet ergo propositum.

IIII.

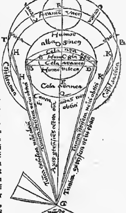
Oculus est organũ uirtutis uisiuæ sphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à substantia cerebri prodeuntibus sphærice se intersecantibus compositum.

Quomodo sit oculus uirtutis uisiuæ organũ negocio alterius partis philosophiæ relinquimus, ꝙ aũt sit sphæricus, necessariũ est per præcedentẽ ꝓpositoinẽ, & etiã ex eo ꝙ est naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratũ. Qđ autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaq; humorũ istoꝝ cristallinus uel glacialis, qui ꝓprie est organum uirtutis uisiuæ, & est in medio oculi situs, estq; sphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uisibiliũ, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati cristalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor cristallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sui parte posteriori uersus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteq̃ ꝑfecte uniatur humori cristallino, quæ principaliter intendit̃ nutriri, nondũ plene in formis substãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ assimilatũ necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicit̃ alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustrato, & quia in omni qđ nutritur, semꝑ purũ ab impuro separatur, illud qđ ab humore cristallino nutrito, ut suæ puritati inconueniẽs, separat̃ ad partẽ oppositã parti nutrimẽtali, hoc est, ad anterius cristallini humoris ꝓfluit, & est diafonũ, quoquo mõ assimilatũ humori cristallino, nondũ tñ suæ ꝑfectæ consistentiæ in densitate, eo ꝙ est sup̃fluũ nutrimenti corꝑis densioris, patet ꝙ necessario est diafonũ liquidũ, unde uocatus est humor albugineus, q̃a simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enĩ hu-

mor alb9, clar9, tenuis, diafon9, & habet humorē ad ptē anteriorē, sicut & uitreū humorē ad partē posteriorē pro custodia humoris cristallini, ne ab extrīsecis occasiōibus uel intrīsecis citi9 patiaꝛ, & cadat ab officio organi uisiui naturæ sagacitas deputauit. Cōtinet aūt primū duos hūores. s. cristallinū & uitreū, tela ualde tenuis & subtilis separās eos ab albugineo, & circūdans ambos eos, cuius etiam telæ aliqua pars descendens per medium separat cristallinū à uitreo & hæc tela ꝓpter sui subtilitatem tela aranea nominatur. Cum aūt humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessariū fuit ipsum per aliquod solidū pro oculi custodia retineri, circūdedit ergo ipsum natura pelle uiscosa solida forti, non multū diafona, quæ sui densitate melius retineat, & sui caliditate humorem albugineum temperet, ne cristallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni uisibiliū formarꝫ, & quia ꝓpter eius tunicæ densitatē & uiscositatē formæ uisibiles ad humorem cristallinū undiqꝫ tali tunica circundata non ꝑuenissent, ideo in anteriori parte oculi, ubi est locus receptionis formarꝫ uisibilium, natura hanc tunicam intercidit, factumqꝫ est foramen rotundū, cuius diameter est quasi æqualis lateri cubi descriptibilis intra illā sphærā, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphæræ, & est hoc foramen ideo rotundū, ut sit magis apta susceptioni omniū formarꝫ pertransiēs usqꝫ ad eiusdē tunicæ concauū, & ob hoc hic tunica dicta est unea, quia assimilabiꝛ uuæ in aspectu, & est hæc tunica plurimū nigra, sæpe tn̄ uiridis, & qn̄qꝫ glauca, & corpus illius tunicæ est tenue densum non rarum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ, & ut non impediatur operatio uirtutis uisiuæ, necessarium fuit naturæ foramini uneæ subponere uelamen diafonū solidum ad modū cornu albi clari, dictaqꝫ est hæc tunica cornea, ubi uero coniungiꝛ hæc tunica alijs partibus corporis circūpositis oculo, ibi cessat diafonitas, fitqꝫ alterius dispositionis tunica solidior ꝙ̄ cornea non diafona, ipsa tamen cornea complens sphæram unam, quæ est sphæra totius oculi, & illius sphæræ posterior pars nō diafona, sed carnosa fit alia tunica, & hæc diciꝛ cōiunctiua uel consolidatiua, qm̄ cōiungit oculū, & cōsolidat ipsum cū partib9 corpis uicini, erit ergo tunica cornea humor albugine9, & humor glacialis & humor uitre9, se ad inuicē cōsequētes, & oīa ista sunt diafona ꝓpter meliorē formarꝫ uisibiliū receptionē. A substātia cerebri ꝓdeūt humores & tunicæ oculi, qm̄ ex anteriori parte cerebri à duabus ꝑtibus ipsius crescūt duo nerui optici. i. cōcaui cōsimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri, & ꝓcedunt ij nerui ad mediū anteriorioris partis cerebri, ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ꝓcessu iterū diuidiꝛ in duos neruos obticos cōsimiles & æquales, q transmutatis suis sitibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt ꝓcedētes ad cōuexa duorꝫ ossiū cōcauorꝫ cōtinentiū oculos, qm̄ in medijs istorꝫ duorū ossiū cōcauorꝫ sunt duo foramina æq̄liter ꝑforata, q̄ dicunꝛ foramina giratiōis neruorꝫ cōcauorꝫ & qm̄ illa duo foramina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illorꝫ foraminū dicitur centrū illius foraminis, illi ergo nerui intrant ista duo foramina, & exeūt ad cōcauitatē duorꝫ ossiū p̄dictorꝫ, & illic dilatātur & ampliātur, & efficiꝛ extremitas cuiusqꝫ ipsorꝫ quasi instrumētū ponēdi uinū in doleis, hoc est ad modū pyramidis rotūdæ cōcauæ, & q̄libet oculorꝫ cōponiꝛ sup unā extremitatē istius nerui, & cōsolidatur cū ipso: cōsimiliter & à tunicis istorū neruorꝫ oriunꝛ tunicæ oculorꝫ, nā tunica cornea oriꝛ ex tunica extrinseca duarꝫ tunicarꝫ istius nerui, & tunica unea oritur ex tunica intrinseca duarū tunicarꝫ duorꝫ neruorꝫ, intra istā tunicā uneā ordiaꝛ humor cristallinus sup extremitatē cōcauitatis nerui mediante uitreo humore, q ambo ex medullari substātia cerebri oriunꝛ, & inꝛ humores istos & tunicā uneā ex subtilissimis filis tunicæ uneæ texiꝛ tela aranea, quā alij uocant tunicā retiā, qa est cōtexta ad modū retis. Sphæricæ se intersecāt humores & tunicæ oculi, quia cn̄ tunica unea nō ꝑuenir intra oculū ad cōplementū sphæræ, cū sicut præmissum est, in anteriori sui parte sit foramē rotundū, qđ tegiꝛ à cornea tunica, sphæra ergo tunicæ corneæ necessario secabit sphærā uneæ, & cōis sectio suarꝫ supficierꝫ sphæricarꝫ est circūferētia illi9 foramīs, & est linea circularis p 79. primi hui9, in anteriori qꝫ hūoris cristallini ꝓpter meliorē formarꝫ receptionē est cōpressio supficialis ꝑua minoris curuitatis, ꝙ̄ sit supficies cornea cōtinēs illā: sꝑicitas. n. supficiei hūoris cristallini assimilaꝛ cōpressiōi su

perfi

ꝑficiei lẽticulæ, ut patet ex cõsideratibus anathomiã oculi, ſupficies ergo anterior ipſi9 eſt portio ſupficiei maioris ſphæræ q̃ ſit ſphæra uuea continens ipſam, & hæc compreſſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis, quod eſt in anteriori parte uueæ, quia ſitus eius ab eo eſt conſimilis, ſicut autem foramen rotundum, quod eſt in anteriori parte uueæ, eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quẽ collocatur oculus, ſi etiã in parte poſteriore cõcauitatis uueæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſup extremitatem concauitatis nerui, & foramen, quod eſt in anteriori uueæ, eſt oppoſitũ foramini concauitatis nerui, quoniam neruus opticus interſecat tunicam coniunctiuã & uueam, & penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam, quæ pyramidẽ nerui interſecat, ſicut & humor uitreus, q̃ in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur, itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici, & ſphæræ criſtallinæ, eſt circulus p 109. primi huius, ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui optici, & in foramine poſteriori uueæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium ſphæræ glacialis, & eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias inſtrumenti, & eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cerebri uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile, & conſolidatur uuea cum glaciali in circulo continente foramẽ rotundum in poſteriori uueæ. Interſecant quoq; ſe ſphæræ iſtæ duæ, ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cõuexo alterius, ſicut eñ ſunt diuerſæ naturæ & diafonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarũ ſphærarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici, & interſectionis eiuſdem pyramidis, & ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uueæ ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis earundem ſphærarum. Corpus uero cõſolidatiue cõtinet partem pyramidalem nerui, quæ eſt intra foramẽ oſſis per quod tranſit neruus, & intra circunferentiam ſphæræ glacialis, & continet ſphæram uueam. Ex his itaq; patet humorem glacialem proprie eſſe organum uirtutis uiſiuæ, nam huius ſolius diafonitas eſt receptibilis formarũ uiſibiliũ, & eſt in medio omniũ & humorũ & tunicarum collocatus, & ſi alij cuicunq; tunicæ uel humori accidat leſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxilio medicinæ recipit oculus curationẽ, & ſanatur ac reſtituitur uiſus: Ipſa uero corrupta, corrumpitur uiſus totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicinalis: eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principaliter uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante diligentius conſeruatũ, & cõſtituit natura duos oculos, ꝓpter perfectionem bonitatis uiſionis, & complementũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ oculi ſphæricæ ſe interſecant, & patet declaratio diffinitionis propoſitæ oculi ſecũdum omniũ eorum experientiã qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt. Hæc autẽ omnia, quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi, in hac quarta propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrũ oculi punctũ a, & ſuperficies conuexa ipſius glacialis arcus b c d, & ſuperficies cõuexa ipſius uitreæ arcus b c d, & tela aranea coopetiens glacialem anterius ſit arcus b e d, tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



 ſit linea

sit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipsam uitreã posterius sit b q d, exterior quoq; tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoq; uneæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoq; albugineus sit corpus b l d o, superficiesq; intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaq; est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

V.

Impossibile est uisum rebus uisis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisiua rebus extra cõiungitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum exiens impleat totũ spacium uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus nõ sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactũ uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uisis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios ꝑ se esse causam uisionis, nisi forte radij dicãtur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideaẽ, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousq; per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoq; in se fortes earũ impressiões; uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locũ obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cũ luce colore, & figura sua & quandoq; color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisas in loco obscuriori mixtam uirides apparere, si claudaẽ oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux aũt semper sphæricæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiã colores diffundi; cum itaq; uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tũc multiplicaẽ lumẽ uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaq; lux & color ueniũt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscẽs, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarũ agẽtium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

passi & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo punctorum rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unū superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit autē actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completæ hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptiuum formæ uisibiliū per tunicas medias, & humores diaphonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ superposita foramini uneæ, quæ primo aëri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uneæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cōgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisiuo imprimi non potest: forma itaque uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usque ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem ui suam ex foramine, quod est in anteriori uneæ, & peruenit ad glacialem, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet pati atur à formis uisibilibus, nō tamē tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentiæ corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hanc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoque ꝓpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, nō tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaque non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

VII.

Centrum sphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmisimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cōmune centrum propositarum sphærarum. Si enim detur quod centrum sphæræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares sup superficiem sphæræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphæræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cōprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rei uisibilis obliquatas, & declinantur à suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidētes medio secundi diafoni densioris secundū lineas non perpendiculares huius refringuntur ad perpendicularē, ut patet per 47. secūdi. Substantia uero humorū & tunicarum oculi densior est aëre circunstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractio alia quam in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uisis propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestū est enim, quod lineæ obliquæ incidentes superficiei uisus magis obliquatur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc finguntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium com prehendit

prehendit glacialē ſecundū eius ſitum, & figuram quam habuit extra uiſum, hoc autem eſt impoſſibile, quoniam patet manifeſte per ſuppoſitionē, quod glacialis cōprehendit formas rerum uiſibilium ſecundum ſitum & figuram quæ habens in rebus extra. Eſt ergo neceſſarium quod lineæ quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, erunt ergo ſuperficies oculi, & glacialis ſuperficies ſphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ perpendiculariter ſup ſuperficiem oculi, cōcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniā ſuperficies corneæ anterius complet oculi ſuperficiem ſphæricam, & fit cum illa una ſuperficies ſphærica, patet, qm̄ centrum oculi eſt centrum corneæ per diffinitionem ſphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ ſunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod eſt centrum ſuperficiei exterioris ipſius corneæ, & centrū ſphæræ glacialis ſunt unum cum centro totius oculi ex omnibus ſuis humoribus & telis conſtāte, conuenientius naturæ eſt ut centrū glacialis ſit ipſum centrum ſuperficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniū ſuperficierum oppoſitarum foramen uneæ ſit unum punctum cōmune, & ſuperficies concaua corneæ ſphæræ fiat æquediſtans eius ſuperficiei conuexæ, ſic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper omnes ſuperficies oppoſitas foramini, & augebitur bonitas uiſionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, ſuperficies intrinſeca corneæ æquediſtans eſt ſuperficiei extrinſecæ ipſius, cū ipſarum ambarum ſit idem centrum, humor uero albugineus ſecundum eius conuexum cōtingit concauum corneæ, ut præmiſſum eſt per experientiam anathomizantiū in 4. huius tertij per 79. primi huius, ſuperficies cōuexa humoris albuginei erit pars ſuperficiei ſphæricæ ſecundum eius cōuexum ſuperficiem concauam ſphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ ſuperficiei humoris albuginei & concauæ ſuperficiei corneæ eſt idem centrum, & hoc eſt propoſitum.

VIII.

Sphæram uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, cētrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uneæ centris omnium tunicarum & humorū anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, ſphæra cornea ſecundum eius ſuperficiem manifeſtam ſit continua cum ſuperficie totius oculi, & pars ſphæræ ipſius, & totus oculus ſit ſphæra maior quàm ſphæra unea, quoniam intra ſe continet maximum circulum ſphæræ uneæ, patet per diffinitionem ſphærarum ſe intrinſecus interſecantium, quod ſuperficies ſphæræ corneæ, eſt maior ſuperficie ſphæræ uneæ, palā itaq; ex diffinitione ſphæræ maioris, quæ ſemidiameter corneæ eſt maior ſemidiametro uneæ, & quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuppoſita foramini uneæ, eſt ſuperficies cōcaua ſphærica æquediſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, eo quod tota cornea eſt æqualis ſpiſſitudinis, ut oſtenſum eſt in præcedenti, ideo quod centrum ſuperficiei intrinſecæ corneæ, idē eſt cum centro ſuperficiei manifeſtæ conuexæ eiuſdem corneæ, ſed ſuperficies concaua corneæ cecat ſuperficiem ſphæræ uneæ ſuper circunferentiā foraminis, quod eſt in anteriori parte uneæ, ut præmiſſum eſt in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum ſphæræ continentis ſphæram uneam neceſſe eſt remotius eſſe in profundo quàm centrum ſphæræ uneæ, patet ergo, qm̄ ſphærā uneam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, centrū uero oculi amplius profundari, quod eſt principale propoſitū, & ex hoc etiam patet correlariū, qa cū ſphæra uneæ non ſit in medio cōſolidantiæ ſed anterius ad partem ſuperficiei manifeſtæ oculi, & cū ſuperficies manifeſta ipſius oculi ſit pars ſphæræ maioris, palam ut præmiſſum eſt, quia centrum eius erit remotius in ꝓfundo centro

uneæ

ueæ, manifeſtũ uero oculi eſt ſuperficies ipſius corneæ extrinſeca conuexa, cui æqui diſtat eiuſdem ſuperficies intrinſeca concaua, centrũ ergo tam ſuperficiei concaue quã ſuperficiei conuexæ ipſius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrũ uueæ,& quia ſuperficies concaua corneæ cõtingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anterio ri foraminis uueæ,& ſuperponitur ei, patet ex præmiſſa,& per 70. primi huius, quoniã ſuperficies cõuexa humoris albuginei eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrũ eſt centrũ ſu perficiei ſibi ſuppoſitæ, ſuperficies ergo cõuexa corneæ,& ſuperficies ipſius,& ſuperficies cõuexa humoris albuginei attingens cõcauum corneæ, cũ ſint ſupficies ſphæ ricæ æquediſtantiũ ſphærarũ, palam p 73. primi huius, quia centrũ ipſaſ omniũ eſt u-nus punctus, quia amplius profunditur centro uueæ,& quia ſuperficies anterioris glaci alis eſt ſphærica cõ cẽtricata totali oculo per præcedentẽ,& etiam quia ſuperficies ſphæ ræ glacialis conuexa ſecat ſuperficiem ſphæræ uueæ intrinſecus, patet per 84. primi hu ius, cum ſuperficies glacialis ſit portio ſphæræ maioris quàm ſuperficies ſphæræ uueæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uueæ, centrum itaqꝫ uueæ centris omnium tunicarum & humorũ oculi, qui ſunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinſecam reſpicientes amplius eleuatur, quod eſt totum propoſitum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uueæ producta linea recta centrum circu li ſectionis uueæ,& medium cõcauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit.

Oſtenſum eſt per 7. huius, idem eſſe centrum totius oculi & centrum corneæ, ſed li nea quæ cõtinuat duo centra corneæ & uueæ, quæ in præmiſſa figura oculi in 4. huius eſt linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cõmunis earũ ſectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uueæ, ſecundũ cuius periferiã illæ ſphæræ ſe interſecant: ſuperficies enim concaua corneæ,& ſuperficies conuexa u-ueæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe ſecundum periferiam foraminis uueæ, ut patet per 4. huius, palam qꝫ per 86. primi huius, quod eadem linea pducta peruenit ad duo media duarum ſuperficierum corneæ inter ſe æquediſtantium ſuppoſitarũ illi fora-mini uueæ, cuius foraminis periferia eſt circunferentia circuli ſectionis,& quoniam fo-ramen. quod eſt in anteriori uueæ eſt directe oppoſitum foramini, quod eſt in poſterio-ri uueæ, quod eſt extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam ea-dem linea producta medium concauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit,& hoc eſt centrum circuli baſis pyramidis obtici concaui, patet ergo propoſitum.

X.

Inter centra ſphærarum glacialis & uueæ linea recta producta ad centrũ circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum uuea neceſſario pertinget,& ſuper illius circuli ſuperficiem erecta erit.

Patuit ex præmiſſis in 4. huius, quoniã ſphæra glacialis interſecat itrinſecus ſphæ ram uueam, linea ergo per centra iſtarum ſphærarum tranſiens, quæ eſt linea a n, p 82. primi huius, erit perpendicularis ſuper centrum circuli cõmunis ſectionis ipſarũ. Iſte uero circulus ſectionis, aut eſt circulus diſtinguens ſinẽ conſolidationis harum ſphæra rum ad inuicem, aut æquediſtans ei, ſuperficies enim quæ eſt in anteriori parte glacia lis oppoſita eſt foramini, quod eſt in anteriori parte uueæ,& ſitus eius ab eo eſt ſitus cõſimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo iſtius ſupficiei, qui eſt circulus ſectiõis inter duas ſuperficies ſphæræ glacialis & uueæ, aut eſt ipſe circulus conſolidationis iſtarum ſphærarum cum uuea, aut æquediſtans ei. Si e rgo circulus ſectionis inter duas ſuperfi-cies, glacialis. ſ. ſphæræ & uitreæ, fuerit ipſe circulus cõſolidatiõis ipſarũ cũ uuea, iſte er go circulus, eſt circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ glacialis & uueæ,& tũc ut prius per 82. primi, patet ꝓpoſitũ, qđ ſi circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ ſphæræ glacialis & ſupficiẽ ſphæræ uitreæ, nõ fuerit ipſe circulus conſolidationis ſphærarũ criſtallinæ,& uitreæ cũ ſphæra uuea, ſed fuerit æquediſtans circulo conſolidationis earum cum uuea, tunc ſu-perficies ſphæræ glacialis ſi imaginetur extendi intellectu mathematico, ſuper id quod

forma naturalis suæ sphæræ extenditur, secabit sphæram ueæ super circulum æquedistantem isti circulo sectionis sphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iste circulus æqualem habet situm à circunferentia sphæræ ueæ, & quia iste circulus est æquedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem ueam, aut ipse circulus consolidationis, aut æquedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum ueæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphæricas. Sed si iste circulus fuerit æquedistans circulo consolidationis, & est æquedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem ueæ, est ergo cum circulo sectiõis inter superficiem glacialis & uitreæ, in superficie una sphærica, quæ est superficies glacialis, & est æquedistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphæra duo circuli fuerint æquedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendicularit centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ transit per centrum ueæ & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uea secundum omnes dispositiones sphærarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam si sint diuersi circuli, & æquedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & uitrea, & ambæ illæ secant ueam, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concauitatis nerui optici, & sic ille unus circulus obtinet officiũ 4. circulorum.

XI.

Sphæram uitream necesse est sphæræ glaciali ecentricam esse, centrumq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphæræ glacialis, & superficies sphæræ uitreæ sunt duæ superficies sphæricæ secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulæ manifesti oculi, est remotius in profundo quàm centrum superficiei, posterioris per 84. primi huius, posterior uero harum duarum est superficies ipsius uitreæ, ut præostẽsum est in 4. huius, patet ergo propositum.

XII.

Lineam transeuntem centrum glacialis & ueæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphæræ glacialis & ueæ, quæ in præmissa figura oculi est linea a n, producta super cẽtrum circuli consolidationis glacialis, cum uea perpendiculares super superficiem circuli cõsolidationis sphærarum glacialis & uitreæ cum uea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem est circulus interfectionis glacialis cum uitrea aut æquedistans ei, quocunq; uero istorum modorũ existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa trãsit per centrum sphæræ uitreæ, quia ergo linea ista transit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli cõsolidationis perpendiculariter transibit: extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici super quẽ componitur oculus, quoniam circulus consolidatiõis est basis, & extremitates cõcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum ueæ producta linea centrum circuli sectionis ueæ, & medium concauitatis nerui optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphæræ ueæ & glacialis, & centrum ueæ & centrum oculi, & sphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea est, q a f, transit per medium cõcauitatis nerui optici per duo media omniũ tunicarum oppositarum foramini ueæ,

et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis sup superficies omniū tunicarum oppositarū foramini uueæ, & est perpendicularis sup superficiem foraminis uueæ, & est ppendicularis sup supficiem oculi consolidationis, & extēditur in medio concauitatis nerui obtici sup quod cōponitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quæ in proposita figuratione est linea g a f.

XIII.

Visus nō comprehendit res uisas nisi corpore medio diafono existente.

Quia eñ, ut patet per 9. sexti huius, uisio nō est nisi ex actione formæ uisibilis uenientis à re uisa ad uisum, formæ uero nō extendunt nisi in corpibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus fit lucis & formarū extensio secundum lineas rectas, ut patet p primam secūdi huius, cū ergo lineas pductas à reb9 uisibilibus ad uisum nō abscindit aliqđ corpus mediū non diafonū, tunc perueniunt formæ ad uisum, & uisio complet, quod si aliquod corpus nō diafonū interuenerit, impedit multiplicatio formæ ad uisum, patet ergo propositum.

XIIII.

Non fit uisio corpore uisibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uisibile sit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non uidetur, quoniā ut patet per 4. secundi huius, lux nō figitur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, uel quod eis præstet actum uisibilis, cum ergo diafonitas corpori uisibili fuerit similis diafonitati aëris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aëris, & non apprehenditur à uisu, sicut nec aêr, & similiter est de alio medio quocunq; nullum enim taliū uidetur, cum diafonitas rei uisæ non fuerit spissior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uisum fuerit diafonum, sed minus quâm medium; sicuti cristallus respectu aëris; tūc res uisa quoniam habet aliquam colorem respectu suæ spissitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aëre secundum colorem & lucem quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum peruenerit ad uisum operabitur in uisum, & sentiet uisus rem uisam, patet ergo propositum.

XV.

Inter uisibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariū est esse.

Non enim apprehendit uisus rem uisibilem, nisi quādo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aūt non est nisi per mediam distantiam, quando ergo uisibile fuerit suppositum uisui sine medio, tunc ipsum non uidetur, res enim per se luminosæ non possunt immediate superficiei uisus applicari, talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ uisui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora non luminosa si uisui applicentur, illa sine lumine non uidebūtur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius uisus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uisibilibus ipsi uisui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundū situm suū prohibetur à uisuali operatione, quia enim uisio non fit, nisi ex parte opposita foramini uueæ, ut patet per 4. huius, si ergo uisus comprehēdat rem uisibilem per immediatam applicationem, non comprehēdit illam nisi secundū partem applicatā foramini uueæ, & non comprehendet residuum rei uisæ, & si imaginetur res uisa moueri super oculi superficiem quousq; uisus totam illam rem contingat, nō propter hoc erit iudicium p uisum, sed potius per tactū, nec enim sic aget in uisum forma uisibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit uisio nisi inter uisibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Visio non fit sine dolore & passione à substantia oculi abijciente, ex quo patet uisum oportere conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat uisionem.

Quoniam enim glacialis recipit formā lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamuis quandoque non sentiat ille dolor, ut cum non est ualde fortis, luces uero fortes angustiant uisum, & lædunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sicut quod quādoque latet dolor ipsum sensum, semp tñ illa passio quantumcunque insensibilis abijcit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum conuenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cōplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundū fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formā uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficiei uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantū unius puncti totius superficiei rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficiei uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficiei rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficiei uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quo libet puncto superficiei uisus transeunt in eodē tempore formæ omniū punctorum, quæ sunt in superficiebus omniū uisibilium oppositorū uisui in illo tempore, quoniā suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma pūcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficiei uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatē omniū tunicarum oculi: formæ uero omniū alioꝝ punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitate tunicaꝝ uisus secundū lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiā ex quolibet pūcto supficiei glacialis erit una tantū perpendicularis super superficiē uisus, qm cum sphæræ glacialis & totius oculi sit idem centrū, ut patet p 7. huius, quæcūque linea fuerit perpendicularis sup superficiē unius, & super alterius superficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. sicut aūt ex eodem pūcto superficiei sphæræ glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeūt lineæ infinitæ ad superficiē uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiē uisus, & pertransit foraminis uneæ, exeūt lineæ aliæ infinitæ transeuntes in foramen uneæ, & q̄d peruenietes ad superficiē uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. secūdi huius, peruenerint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibiliū oppositarū uisui in uno tempore, & nulla istaꝝ linearū occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sicetiā secundū nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctū superficiei glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaque glacialis secundū lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q sunt in superficiebus uisibiliū nunqˉ ordinabunt in sensu secundū modū ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentient, tūc distinguentur in ea puncti q sunt in superficiebus uisibiliū, nec erit differētia situs & ordinatiōis formaꝝ uisibiliū in supficie glacialis & in rebus uisibilibus, q̄ sunt extra: qm aūt secūdū suppositionem

onē nostrā formæ uisibiliū perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extrā: patet q secundū solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisa sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaq; lineæ diffusionis quarūcunq; uisarū formarū, quæ sunt perpendiculares sup superficies tunicarū uisus, continent in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis uneæ, uel pars superficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiū intra illam pyramidem, extendūtur in rectitudinem linearū radialiū, & pertranseunt tunicas oculorū refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibiliū, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq; incidunt per aliquā illarum linearū perpendicularium, sed forte accidit ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiē uisus oppositam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarū uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisiuam, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, sed indistincte in concursu. s. ipsarū cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficiei oculi, quæ est opposita superficiei foraminis uneæ. q aūt uisus cōprehēdat qnq; illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quiescente uisu uidebitur, cum tn̄ illa extremitas sit extra pyramidē radialem. Similiter quoq; in eisdem locis circa oculū erecto indice uel alio digito extra pyramidē radialem, quæ ualde subtilis est, qm̄ pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circūdant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaq; istorum uisibiliū peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidem radialē, patet ergo q formæ rerum taliter situatarū respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiē uisus per refractionē factam in superficie uisus ab aëre, qui est rarioris diafoni, q̄ sint tunicæ ipsius uisus. q aūt refractio fiat in superficie ipsius uisus formarū oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quorū formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidē radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foramini uneæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tn̄ forma totius parietis, cū secundū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiē ipsius uisus, peruenit aūt, ut patet, qm̄ uidetur: palam ergo, qm̄ peruenit per refractionē factam in superficie ipsius uisus, omnia aūt hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidē radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarū formæ distincte & perfectius q̄ prius: fit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, indistincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidē, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctū oculi, quia tn̄ oculorū tunicæ sunt alterius diafonitatis q̄ aër extrinsecus, solæ illæ lineæ formarū à supficie rei uisibilis ad superficiē oculi productæ, quæ protractæ centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super supficiem oculi, non refringūtur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam. aliæ uero lineæ omnes refringūtur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, qm̄ aūt sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphæræ corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialē, & quia non est possibile, ut

uisus comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando apprehendit formã unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto suæ superficiei, quĩ ut in præmissa ostensum est omnis forma rei uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundũ suum esse, nisi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uisæ ex uno tantũ puncto superficiei uisus uenientẽ ad se: & cũ centrũ oculi & centrũ sphæræ glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctũ, necesse est ꝙ omnes lineæ perpendiculariter ꝑductæ, à punctis uisibiliũ super superficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq; quidẽ diametri in superficiebus tunicarũ oculi ꝑpendiculares super ipsas tunicas oculi, eritq; quælibet perpendicularis occurrens superficiei corneæ in puncto uno, & occurrens superficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis transit per puuctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipsam superficiẽ corneæ superpositã illi puncto glaciali, quæ sit perpendicularis super superficiẽ rei uisæ, quĩ per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphæram unam una tantũ perpendicularis duci potest, unde cũ superficies rei uisæ fuerit æquedistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis sup superficiẽ uisus & super superficiẽ rei uisæ: aliæ uero lineæ omnes sunt oblique super superficiem rei uisæ, ꝙuis productæ ad centrũ uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad superficiẽ uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctũ, super quẽ nõ occurrit ei aliqua formarũ punctorũ aliorum rei uisibilis. Productis ergo à quolibet puncto superficie rei uisibilis ad centrũ oculi lineis, palam, quĩ istæ lineæ productæ in diuersis punctis oculi superficiem sphæricam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ istæ continentur quasi in uno copore continuo, quia à punctis quasi continuis unius superficiei rei uisæ ad unum punctũ qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, quĩ omnes istæ lineæ imaginandæ sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficie rei uisæ, erit enim forma cuiuscũq; puncti superficiei rei uisæ extensa secundũ rectitudinẽ lineæ, quæ est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrũ uisus, & omnes tunicarũ oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quĩ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secat hanc pyramidẽ quasi æquedistanter basi, figuratur in illa superficie glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficie glaciali, & uertex ubi prius & bases illarũ pyramidũ fiunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uidetur sub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaq; recta transiens per omnia centra tunicarũ uisuũ ad locum girationis concaui nerui, super quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis qđ est in anteriori uneæ, & per centrũ ipsius uneæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, quĩ uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficie rei uisæ per præmissam, & ꝙ ista pyramis distinguitur ex superficie membri sentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uisæ, ut patet ꝑ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars districta per ipsam ex superficie conuexa glacialis, quæ est primũ membrũ sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrũ sentiens non sentit forameu, nisi qñ pars suæ superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis sensibilis respectu totius oculi, quĩ uirtutes sensus sunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde sunt secundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire potest uirtus sensitiua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, nõ est quantitatis sensibilis apud totũ membrũ sentiens, tunc nõ sentit membrũ

actio-

ctionem quã agit forma rei uisibilis in illa parte ꝓpter paruitatem ipsius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, solæ itaq; res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficie glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formæ recepta in superficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amborũ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiua sentiens & dijudicans omne uisibile, ꝓpter qd' in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet ꝙ uisio non complebitur nisi cum forma uisibili unietur uirtuti sentienti, quæ est in cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formarũ uisibilium fit ordinatio in ipsius oculi superficie, sicut ordinatæ in superficie rei uisæ, & ex suppositione huius res uisa secundũ situm, figuram & ordinem suarũ partiũ uidet, necesse est ergo fieri ordinationem formæ in ipso neruo, qm̃ secundũ modũ ordinationis quo est recepta in superficie glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorũ duorũ corporũ glacialis. s. humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uisibiles receptæ in superficie glaciali non reflexæ secundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundent. Quia uero, ut patet per præmissam, uisio non complerur nisi postꝗ̃ ordinatio formæ, quæ recipit̃ in superficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, situs aũt partiũ formæ secundũ suum esse in superficie glaciali non potest peruenire ad neruũ cõmunẽ nisi per extensionem eius in concauo nerui, sup quam componit̃ sphæra glacialis, qa aliter est ipsam impossibile peruenire; forma uero non potest extendi à sup̃ficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis secundũ extensionẽ linearũ rectarũ, & conseruare situs suarũ partiũ secundũ suũ esse, nisi natura alterius diafoni clarioris sibi occurrat anteꝗ̃ ꝑueniat ad centrũ oculi, qm̃ si nõ sit mediũ alterius diafoni cõmunis, istæ lineæ cõeurrent apud centrũ oculi, & efficiet̃ quasi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi est ante locũ unionis neruorum otpicorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ si illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarũ intersectio in centro, & post cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis secundũ positionem & situm priori pyramidis modo cõtrario se habebunt. conuertetur ergo totus situs figuræ rei uisæ, quoniam habet in superficie rei uisæ & in superficie glacialis taliter, ut illud qd' est in superficie glaciali dextrũ, fiat finistrũ apud sensum, & econtrario, & superius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem nisi solũ unum punctũ quod est in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res secundũ modum suo naturali situi contrariũ uidẽtur, quod est contra suppositiõem, & manifeste contra id qd' accidit in sensu, patet ergo ꝙ necessarium est, ꝙ isti humores sint diuersæ diafonitatis, qd' est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi sitam esse, humoremq́; uitreũ & spiritũ uisibilẽ eiusdẽ quasi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisæ secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in præmissa ostensum est, ꝙ necessarium est ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam si fiat refractio post centri transitum, erũt necessario formæ conuersæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formæ, refractio [illegible]cum solū fiat ad perpendicularē, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partiū, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quā perueniunt formæ secundū rectitudinem, tota est unius diafoni, refractio uero non fit nisi medio alterius diafoni: palam, quia non potest fieri refractio formarū nisi apud humorem uitreū, cuius corpus, ut in præcedenti ostensum est, diuersæ est diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor necessario antecedit centrū oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipsum priusq̃ perueniāt ad ipsum centrū oculi, qđ est idem centrū humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium linearū radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ sunt omnes ꝑpendiculares super superficiem glacialis, accideret quoq̃ illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundū situm per 91. primi huius, ut præmissum est, & q̃a hoc est impossibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrū glacialis, q̄uis itaq̃ glacialis, in qua est principiū sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundū rectitudinem, eo ꝙ impossibile est, ut forma rei uisæ sit ordinata in superficie uisus ꝓpter magnitudinem rei uisæ, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cōprehensio rei uisæ secundū suum esse: peruentus tñ formarū ad ultimum sentiens non indiget tantū extensione formarū secundū rectitudinē istarū linearū, qm̃ receptio formarū in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarū in corpore diafono, membrū enim sentiens recipit istas formas ꝓpter suam diafonitatem, & sentit eas ꝓpter eius uirtutem sensibilē, & sic recipit formas secundū receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantū ad representandū ipsas uisui, non aūt ad sentiendū. Qualitas ergo receptiōis formarū in humore uitreo secundū lineas refractas, est ꝓpter diuersitatē suæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝓpter qualitatem receptionis sensibilis, quæ non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, qđ est in concauitate nerui inter humorem uitreū & neruū cōmunem, qđ corpus nominaī spiritus uisibilis, qm̃ in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, qm̃ formæ rerum uisibiliū quando perueniūt in corpus humoris uitrei, extendiī sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concauo nerui continuati inter uisum & anterius cerebri, & secundū extensionē sensus extenduntī formæ ordinate secundū suam dispositionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiū corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis æqualiter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctū superficiei uitreæ, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concauitate nerui in quo extendiī corpus sentiens, & erunt formæ omniū punctorū consimilis ordinationis adinuicem: corpus itaq̃ sentiens qđ est in concauo nerui, erit necessario diafonū ꝓpter receptionem formarū uisibiliū, eritq̃ diafonitas eius quasi eadem cū diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosæ formæ apud ꝑuentū earū ad ultimā superficiē uitrei uicinantē qđ corpi est in cōcauo nerui, pertranseūt ergo formæ in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitiuæ ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq̃ ultimū qđ est in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorē ex eius coloratione, qm̃ horū formæ transeunt & figuræ in ipso: fit aūt refractio formarū apud humorē uitreū tam ꝓpter diuersitatē qualitatis receptiōis sensus, q̃ ꝓpter diuersitatē diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorū corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundū rectitudinē linearū radialiū ꝓpter consimilitudinē diafonitatis, & esset refracta ꝓpter diuersitatem qualitatis sensus inter hæc duo corpora, & sic fient formæ aut monstruosa, aut essent duæ formæ, qñ uero ꝓpter diafonitatis diuersitatem fit refractio, & diuersitas qualitatis sensus affirmat illam refractionē aut obliquationē, tunc erit forma post obliquationē refractionis, forma una ordinata secundū suarū partiū situm figuram & ordinem, quā habet forma in re extra, & uirtus sensitiua sentit formam rei uisæ ex toto corpore sentiente, extenso à supficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq̃ ad concauū nerui cō-

munis

munis, qđ est ultimũ corpus sentiens, quoniã in ipso constituta est uirtus sensitiua, sunt itaq; humor uitreus & corpus qđ est in cõcauitate nerui eiusdẽ quasi diafonitatis, qa inter ipsa nõ sit refractio aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatẽ uirtutis sensitiuæ ad unitatẽ simplicis extensionis formæ post refractionem in superficie uitreæ, & q̃m in ijs ambobus corporibus fit progressio formarũ ultra centrum oculi, patet q illa refractio facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utrũq; ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis sectiõis sphæræ glacialis & uitreæ, necesse est planã esse, aut ptẽ sphæræ maioris, q̃ sit sphæra glacialis & ecẽtricã su pficiei oculi.

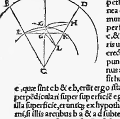
Istanim sphæraꝝ glacialis. s. & uitreæ cõmunis sectiõis superficies est necessario plana, aut talis qualis ꝓponitur, q̃m oportet superficiẽ huius sectionis esse similis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinent in cõsimili & eadem distantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõstruosæ per refractionẽ; superficies cõsimilis ordinatiõis, aut est plana, aut est sphærica, hæc aũt superficies nõ potest esse ex sphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ sunt perpẽdiculares super superficiẽ glacialis, perpendiculares etiã super ipsam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formaꝝ, sed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõstruosæ, sicut per præmissam ostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphæræ, necessario ecentrica oculo, ergo nõ potest esse ex sphæra minore q̃ sit sphæra ecentrica oculo, q̃m ratione diuersitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ suũ ad centrum oculi, minoris enim sphæræ minor est diameter quantum est de natura sphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem sphæræ uitreæ super glacialẽ quæ ostensa in præmissa, refringerenť formæ ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphæræ minoris in superficie cõmunis sectionis frangerentur ad perpendicularẽ, sic ergo efficerentur formæ monstruosæ, q̃m ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione suæ perpendicularis super superficiẽ sphæricã, quæ perpendiculares semper transeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: ista ergo superficies est aut plana aut sphærica, utpote pars sphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita q sphæricitas eius cõueniat ordinationi secundũ proportionẽ refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in superficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis secundum rectitudinẽ lineaꝝ radialium quousq; peruenerint ad istã superficiẽ, tunc reflectuntur apud ipsam secundũ lineas consimilis ordinatiõis secantes lineas radiales: forma ita q; perueniens in aliqđ punctũ superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineæ ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõsimilis situs in respectu duorũ neruoꝝ extẽduntur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntẽ per centrũ foraminis uneæ super superficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & super posteriorem superficiem uitreæ perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquã istaꝝ superficierum, accidet diuersificatio ordinationis formaꝝ peruenientiũ ad illam superficiẽ, & mutabuntur dispositiones illarũ formaꝝ propter declinationẽ axis, solum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisæ in superficiẽ glacialis ordinata secundũ ordinẽ partium superficiei rei uisæ, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatẽ axis in superficie rei uisæ, ad punctũ qđ est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planæ exeuntes ab axe, & secantes superficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares super istã superficiẽ,

& quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiẽ glacialem, quæ est cõmunis sectio sphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmissam, aut est superficies plana aut sphærica, & centrum eius nõ est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans super istam superficiẽ, & nõ est perpendicularis super ipsam, nõ exibit ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiẽ, nisi una tm̃ superficies, illa. s. quæ transit per inæqualitatẽ maximam angulorum, quæ patet per 29. primi huius, & omnes superficies residuæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitreæ. Si enim duæ superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiẽ, cũ illæ superficies de necessitate se interseeent, & sua cõmunis differentia sit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis super eandem superficiẽ; datum autẽ fuit quod esset declinans, sit itaq; centrum oculi punctum c, in superficie quoq; oculi, siue in ipsa superficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquedistat superficiei ipsius oculi, sit linea b a d, & in superficie humoris uitrei recipiente humorem glacialẽ sit linea e g f, sitq; axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo superficiẽ a b c d exeuntem ab axe, & erectam super superficiem glacialẽ trãseuntẽ per centrũ oculi, quod est c, & hæc superficies erecta sit etiam super superficiẽ humoris uitrei, quæ est e g f, sitq; cõmunis sectio huius superficiei erectæ a b c d, cum ipsa superficie glaciali linea b a d, & sint puncta b & d æqualiter distantia à puncto a, quod sit terminus axis pyramidis uisualis, & sit cõmunis sectio eius cum superficie humoris uitrei linea e f: exeunt quoq; duæ lineæ à centro



c, quæ sint c b & c b, erũt ergo istæ duæ lineæ c b & c d, & cũ axe c a in superficie cõmuni perpẽdiculari super superficiẽ e g f per primã undecimi, qm̃ omnia puncta c b d sunt in illa superficie, eruntq; ex hypothesi duo anguli a c b & a c d æquales, quod patet per 8. primi, si illis arcubus b a & a d subtendantur cordæ b a & d a, sint quoq; lineæ c b & c d secantes lineam e f, quæ est cõis sectio dictæ superficiei erectæ & superficiei uitreæ super duo puncta e & f, secetq; axis c a eandẽ lineã e f super punctũ g. Si ergo superficies, quæ est cõis sectio sphæræ glacialis & uitreæ, est plana, & differentia cõis, quæ est e g f, linea erecta, & si axis a c fuerit declinans super superficiẽ uitreæ, & ipsa est in superficie a b c d erecta super superficiẽ e g f, tunc necessario erit axis c a declinans super lineã e f, erũt ergo anguli e g c & f g c inæquales, qm̃ linea à puncto g perpẽdiculariter producta super lineã e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cũ linea e f. Cũ itaq; anguli e g c & f g c sint inæquales, angulus itaq; c g f sit exempli causa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d sint æquales, erũt per 24. primi duæ lineæ e c & c f inæquales, est enim linea c f breuior quam linea e c: si enim illæ lineæ sint æquales, cum anguli e c g & f c g sint æquales, & linea g c cõmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, quod est cõtra datum, cũ axis a c sit declinans super lineã e f, sit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmissis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l super lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppositum angulo recto in triangulo h l g, est maius latere g l, ergo per 19. eiusdem primi erit linea g h maior quam linea g f; cum enim angulus g f h sit extrinsecus angulo g l f recto, palam quod angulus g f h est obtusus, est ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ est æqualis lineæ g h, maior quam linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuersæ distantiæ à puncto g, & ista duo puncta e & f sunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum superficiei glacialis. s. b & d, quæ sunt æqualiter distantia ab axe: pũcta itaq; æqualiter distãtia ab axe in superficie glaciali, inæqualiter distãt à pũcto axis incidẽtis superficiei uitreæ, quod cũ ita sit, palã, quia cũ forma peruenerit à superficie glaciali ad superficiẽ hũoris uitrei, erit ordinatio formæ nõ secundum esse quod habet in superficie glaciali, nõ secundũ suũ esse i superficie rei uisæ: qñ ergo axis fuerit declinãs super superficiẽ planã, quæ est cõis sectio superficiei glacialis et uitreæ, & erit linea quæ est differẽtia cõis cuiuslibet superficiei exeũ

tis

tis ab axe erecte super superficiem uitreæ & superficiei ipsius uitreæ continens cum a-
xe duos angulos inæquales, prætereꝗ in una tantum superficie, quæ secat secundum an
gulos rectos superficiem transeuntẽ per decliuitatẽ axis, qm̃ huius tantũ superficiei cõis
differẽtia cõtinebit cũ axe angulos rectos: & cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales,
& anguli apud centrũ glacialis æquales, erũt duæ partes differentiæ cõis, quæ est in supfi
cie uitrei, inæquales: formæ ergo secundũ ista puncta q̃ sunt in extremitatibus istarũ diffe
rentiarũ puenientes ad superficiẽ uitreæ, erũt diuersæ distãtiæ à pũcto axis qđ est in ista
supficie, sed qa puncta istarũ linearũ in supficie glaciali æqualiter distãt à pũcto axis, in
eadẽ supficie uidebunť formæ nõ secundũ suã ordinationẽ in supficie glaciali & in rei ui
sæ supficie. Similiter q̃ꝙ demonstrandũ si supficies uitreæ fuerit sphærica, & fuerit axis
declinãs super ipsam, tunc enĩ axis nõ transibit per centrũ uitreæ, & cũ trãsibit per centrũ
glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quorũ distãtia à pũcto axis
in superficie glaciali est æqualis, cõtinent cũ axe apud centrũ glacialis angulos æqua-
les, & quia centrũ glacialis nõ est centrũ uitreæ, ut patet per 11. huius, distinguẽt istæ li-
neæ ex supficie uitreæ arcus inæquales. Cũ enim linea e c, ut prædictũ est, sit maior ꝙ li-
nea e f, sit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, super quã descripta portio
oculi e g f quæ sit g h, erit æqualis portiõi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g est æqua-
lis cordæ g h per 4. primi; producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h ma-
ior ꝙ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ
est e g æqualis lineæ g h, erit maior ꝙ linea g f recta, arcus ergo e g est inæqualis arcui
g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cõtinentes cũ axe angulos rectos & exeuntes cũ linea
a c, in eadem superficie distinguũt ex superficie uitreæ duos arcus æquales, nisi duæ tan-
tum lineæ, quæ sunt in superficie, secante orthogonaliter superficiẽ erectã sup superficiẽ
uitreæ. cũ ergo axis fuerit declinãs sup superficiẽ uitreæ, formæ peruenientes ad supficiẽ
uitreæ, erunt diuersæ ordinationis, siue sit superficies uitreæ plana siue sphærica: cũ uero
axis fuerit ꝑpendicularis super superficiẽ uitrei, erit perpẽdicularis super oẽs differẽti-
as quarũcunꝙ superficierũ planarũ ductarũ per lineã a c, & supficiei ipsius uitreæ, & erũt
q̃libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali ꝙ est unus punctus axis, cõtinentes cũ axe
angulos æquales, & distinguentes ex differẽtia cõi, quæ est in superficie uitreæ duas par
tes æq̃les, siue sit superficies illa plana siue sphærica, & cõprehenduntur formæ à sensu
secundũ suã ordinationẽ in superficie glaciali & in superficie rei uisæ, & qa talis est com
prehẽsio formarũ, ut patet ex suppositiõe, palã, qa semꝑ axis pyramidis uisualis est per-
pẽdicularis sup superficiẽ hũoris uitrei anteriorẽ & posteriorẽ, qm̃ eadẽ est causa & eodẽ
modo demõstrãdũ: oẽs uero aliæ lineæ erũt declinãtes super has supficies, qm̃ ꝓcedunt
ac si secare possint axem sup centrũ glacialis, & nulla ipsarũ trãsit per centrũ uitreæ si fue
rit sphærica, nisi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ sola illa est perpẽdicularis super ipsam,
patet ergo ꝓpositũ.

XXV.

Motu oculi secundum se totum existente possibili, non est possibile sitũ
suarum partium mutari.

Ostensum est in 4. huius foramen esse in concauo ossis, per qđ transit neruus opti-
cus, sed inter hoc foramen ossis & inter circũferentiã glacialis coniunctã cũ unea, est spa
cium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo spacio ex fine foraminis usꝙ ad
circumferentiã glacialis secundum pyramidalitatẽ, & amplificatur quousꝙ perueniat
ad circumferentiã sphæræ glacialis cum qua consolidatur. Cũ ergo iste neruus declinať,
erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipsius ossis, & quoniã concauitas ossis
continet totum oculũ, declinato sic neruo, & oculus mouebitur secundũ totum in ista cõ
cauitate, consolidatiua enim quæ consolidatur cum eo, ꝙ est in anteriori oculi ex neruo
& ex tunicis residuis semper est custodiens situm eius; declinatio ergo nerui apud motũ
oculi non est nisi à posteriore totius oculi, non est ergo possibile situm partium oculi mu
tari, qm̃ ut per 7. huius patuit, centrũ supficierũ tunicarũ uisus oppositarũ foramini uneæ
ut corneæ, est idẽ cũ centro oculi, sicut ergo cũ mouebiť oculus nõ mutabiť centrũ ocu-

li, quoniam sphæra aliqua aliqualiter mota, non propter hoc mutatur situs centri, sic nec centrũ superficierũ tunicarũ oppositarũ foramini uneæ mutatur, ergo neq; situs tunicarũ oculi mutatur, quia enim linea transiẽs per centra omniũ tunicarũ & humorũ oculi, transit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius: & linea quæ transit orthogonaliter per centrũ circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit uerticẽ pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur, necesse est moto oculo secundũ se totũ partes eius nullo modo mutari, quoniam linea quæ transit per centra illarũ partiũ, transit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9. huius, ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiẽ circuli consolidationis est semper declinatio cõsimilis, partes ergo oculi secundũ suũ situm nõ mutantur, & hoc est propositũ, & quoniam oculi ambo sunt cõsimilis dispositiõis in suis tunicis & partibus, & in figuris suarũ tunicarũ, & in situ cuiuslibet tunicarũ respectu totius oculi, patet quod nõ est diuersitas inter illos quo ad hoc quod proponitur de suarũ partium situs mutatione ipsis oculis motis, situs enim linearũ ambarũ trãseuntiũ per centra tunicarũ uisus in utroq; oculorũ est semper situs consimilis in oibus dispositionibus oculorũ, patet itaq; illud quod proponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim situs partiũ oculi non mutatur in utroq; oculorũ, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis, motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis, quoniã semper illud quod mouetur in partibus aliauũ, mouetur circa aliquod fixum; motus itaq; nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amborũ oculorũ, in quo est uirtus animæ sentiẽtis & mouentis, & quoniam illa uirtus est indiuisibilis & uniformis & principiũ, quo primo mouet est corpus naturale secundũ sui formã naturalẽ indiuisibile; palam quod mouendo unum oculũ mouet & alterum, nec enim est maior ratio qua unum oculũ moueat, quam qua alterũ: uno itaq; oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouetur, ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indiuisibili incipiunt, sic ad unum diuisibilem terminenter, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uisibus uno uisibili directe oppositis, necesse est duas figurari pyramides, quarum cõmunis basis est superficies rei uisæ, & axis cuiuslibet transit per centrũ foraminis uneæ, & per centrum sui uisus.

Quoniam enim, ut patet per 17. huius, situs partiũ superficiei rei uisæ peruenit ad superficiẽ utriusq; uisus, & in illa figuratur secundũ lineas perpẽdiculares ab omnibus punctis superficiei rei uisæ ad oculi illius superficiem productas, quarum omniũ concursus secundũ puncta situatum incidentiũ respicit centrum oculi cuius superficiei incidit, & demum post refractionem quælibet illarũ figurarũ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis, ambarum itaq; illarũ formarũ concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaq; centra duorum uisuum sunt duo, palam, quia in uisione eiusdem rei à duobus oculis duæ pyramides uisuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti superficiei rei uisæ æqualiter ad uisum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis uneæ ad centrum sui uisus. Sicut enim uisibile directe opponitur uni uisui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi, & quoniam ambo uisus æqualiter mouentur ad aliquid uidendũ, per præmissam patet, quod semper in uisione unius rei mediũ punctũ superficiei uisus oculi opponitur medio puncto superficiei rei uisæ, uel propinquo illi, medium autem punctũ superficiei uisus uel oculi est centrũ foraminis uneæ per 4. huius; forma ergo illius puncti medij superficiei rei uisæ uel puncti propinqui illi, per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ sui uisus, & hoc est propositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictũ est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimũ, quod est uirtus sensitiua, comprehendens sensibilia, cuius uirtutis oculus est instrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo sentienti, sic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius nerui situs à duobus oculis est situs consimilis, demum completur uisio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uisa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harũ formarum comprehendit ultimũ sentiens formam rei uisæ, & sic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, nisi forte per aliquam occasionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciẽs mutauerit sitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorũ ab una re uisa est situs consimilis, perueneṙit forma ab una re uisa in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diuersatur situs oculorum ab illa re uisa, & sic perueniunt duæ formæ illius rei uisæ diuersi situs, sed hoc non inest uisui naturaliter, sed solum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturæ: quando itaq; situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus uisibus unius rei unam formam accidit uideri, quod est propositum. Duæ ergo formæ uisi puncti insiguntur in duobus medijs duarum supficierum amborũ uisuum, & quilibet punctus alius formæ uisæ insigetur in duobus locis consimilis positionis in duobus uisibus. Deinde duæ formæ uisæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundũ quas fit uisio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus uisibus peruenient ad idem punctum punctorum circunstantium, punctum qui est in axe communi, sic ergo duæ formæ totius rei uisæ superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic uisum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ superficiebus uisuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere est necesse.

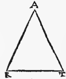
Quoniam enim quælibet axium transit per centrũ foraminis uueæ ad centrum uisus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphæræ uueæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uueæ centrum circuli sectiõis uueæ, & medium punctum concauitatis nerui necessario penetrabit per 9. huius, palã ergo cũ perpendicularis semper maneat inconfracta per 47. secundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem superficiebus uisuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cõmunis est tantũ unus, palam quia axes amborum uisuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem æquales esse, ex quo patet quod liniæ illæ productæ sunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, sitq; medius punctus nerui communis a, & constituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t est æqualis angulo a t r, cum enim positio duorum neruorũ

in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unius est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autẽ est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propositum.



XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborũ uisuũ perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis ueæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motũ oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorũ centris ad centra foraminum ueæ protenduntur, partes aũt superiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruiorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundũ modum unum, cũ itaq; aliæ partes illorũ axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uidet̃, patet per primã undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nõ sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter cõiunguntur, quod est propositum, & licet axes præmisso modo refringãtur, formatio tamen pyramidũ uisualium fit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

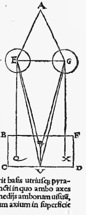


XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum ueæ semper coniungi in uno puncto superficiei rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis pũctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exẽpli causa æquedistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à cẽtris uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquedistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctũ u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uisualiũ transeuntes per centra foraminum ueæ coniunguntur in pũcto u, una ipsarum ibi pertingenre. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud pũctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorũ terminos linea

linea z u producatur, & quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut neq; concurrunt si super perpẽdiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno, alter ergo oculorũ mouetur superflue, cum unus oculorum secũdum sui axem oĩa puncta lineæ z u, possit interceptiliter transcurrere: cõstituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisiõis et complemẽtum eius, ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliori quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionẽ, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidant diuersis punctis superficiei uisibilis, impossibile aũt nunquam accideret, si incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uisuum semper est necesse, quoniam operatio amborũ uisuum est uniformis, cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam, tunc uterq; uisus mouebitur super illud, & axes cõgregati in uno puncto superficiei rei uisæ, moto uno ambo mouebũtur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & si alter uisuũ quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterũ quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum uisuũ, palam ergo propositum, dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.

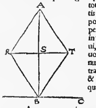


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint oĩa disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s, sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus q̃d sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producatur à puncto a, quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r r est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æquiangula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producatur item linea a s, usq; ad punctum coniunctionis

iunctionis amborum axium, quod sit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum par ciale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniā



tota linea a b, cuiusq́ʒ puncto uiso incidit, utcunqʒ transmutatis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit, possumus ergo illam nominare axem commumem, quia semper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatū neruorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est unus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo & ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur quandoqʒ ab ipso communi axe.

XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem amboś qʒ axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

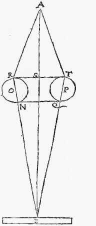
Sit dispositio quæ in proxima, dico q̄d linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui est a b, & duas axes radiales scilicet r b & t b, in eadem semper superficie cō sistere oportet, duo enim axes t b & r b, transeunt per centra r & t, per 29. huius, transeūt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimi, sed & linea r t, cōnectens centra foraminum girationis neruoꝝ, secat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoqʒ r a & t a, secant lineas r t & a b, in pūctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundū undecimi, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes in pūcto cuius distantia à uisu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum uisuū æquales esse, superficiebusq́ʒ amborū uisuū nec nō superficiei anteriori ipsius uitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t, quoniam ergo oculus mouetur secundū totū non secundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit b, procedant axes ad centra uisuum, & producātur ultra ad puncta r & t, palam itaqʒ quoniam axes r b & t b, transibunt totum uisum, transeat ergo axis r b, superficiem anteriorem sui uisus in puncto n & axis t b, transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto q, & producatur linea n q, sunt ergo puncta q & n, puncta illa superficierum uisus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod est b, & quoniam axes r b & t b, sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt b n & b q, sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum eñ lineæ r n & t q, sint æquales, quia sunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindātur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquedistat

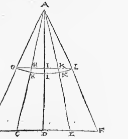
ſtat lineæ r t, per ſecundam ſexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis eſt angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & baſem eius r t, ut patet ꝑ præmiſſam, patet ergo quoniã axes radiales ſuperficiebus uiſuum æqualiter incidunt & ſecundũ angulos æquales, & ſi incidant ſuperficiebus uiſuum taliter, ut per centra uiſuum tranſeant, palam ergo quoniam orthogonales ſunt ſuper ſuperficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo ſuperficiebus uiſuum æqualiter ſecundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete ſemper duo axes eius ſunt æquales, aũt non eſt in eis diuerſitas ſenſibilis, quæ cauſat aliquam diuerſitatem uiſionis, maximæ cum res uiſa nõ fuerit ualde propinqua uiſui, ſed cum diſtantia eius à uiſu fuerit mediocris, cum enim res uiſa ualde uiſui approximauerit, ita ut linea quæ eſt inter duo centra oculoꝝ, quæ ſunt o & p, proportionum æqualitatis uel extẽſis uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes ſenſibiliter inæquales, & facient angulos inæquales; aliâs uero ſemper ſenſibiliter æquales erunt, & conſtituent angulos ſenſibiliter æquales, quia propter unitatem uiſuum, & uniformẽ receptionem formarũ quodlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter diſtantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipſæ omẽs ſenſibiliter ſunt æquales, eodẽ quoq; modo demõſtrari poteſt, quia anguli qui per axes fiunt in ipſa ſuperficie uitreæ in qua fit refractio ſunt æquales, patet ergo ꝓpoſitũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit ſecundum angulos minores: remotiorũ uero ſecundum angulos maiores; æqualiter uero diſtantium ſecundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter baſis quæ per 18. huius eſt ſuperficies rei uiſæ ſit b c d e f, axis uero d a, & ſint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & ſint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a ſecũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, ſecundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes iſte lineæ concurrere in puncto a, quod eſt uertex pyramidis, & ſit in ſuperficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: ſit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea e a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, eſt rectus per præcedẽtem, palam per 32. primi, quod angulus g h a eſt obtuſus, ergo per 19. primi, linea a g eſt maior quàm linea a h, & quia à puncto a, exeunt duæ lineæ a c & à b, quæ ſunt ad baſem trianguli a g i, quæ eſt g h i, angulus ergo a h i maior eſt angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & ſimiliter angulus b g h cum angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor eſt angulo b g i,

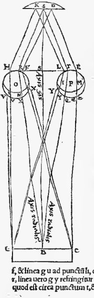


ergo per penultimā secundi huius angulus refractionis lineæ c h est minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur secundum minorem angulum quàm linea g b, & similiter est de lineis e k & f l, & quia lineæ æqualiter distantes ab axe a d, ut sunt exempli causa liniæ a c & a e, secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitreæ, qui sunt c h i & e k i, patet per penultimam secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam linea g h i k l, sit linea circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunstantium puncta quæ superficiebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signetur que in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraque parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraque parte pūcti q, duo puncta y & z, sitque superficies rei uisæ opposita uisibus, in qua sit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius sit b, & extremi puncti g & c, incidantque axes radiales qui sunt r b & t b, cū axe communi qui sit a b, ipsi puncto b, qui sit punctus coniunctionis omniū trium axium, protrahantur que à punctis u & x, superficiei uisus cuius centrum est o, ad puncta g & c, superficiei rei uisæ duæ lineæ rectæ, quæ sint u g & x c, & à punctis y & z, superficiei uisus cuius centrum est p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pūctorum superficiei rei uisæ quæ sunt g & c, quæ in sup̄ficie oculi o incidunt in punctis u & x, in superficie oculi p in punctis y & z, nō perueniunt ad medium punctum nerui communis quod est a, sed circunstant ipsum punctum a, similis dispositionis ut puncta c & g, disposita sunt ad punctum b, in ipsa superficie rei uisæ taliter, ut pūctus qui est dexter, ad punctum h, qui est punctus coniunctionis axium in superficie rei uisæ sit dexter pertingens ad punctum a, & sinister ipsi puncto b, fiat sinister ipsi pūcto a, & sic de alijs differētijs positionū, qđ est sursum ad pūctū b sit sursum ad pūctū a, & qđ est deorsum punctū b, deorsum fiat ad punctū a, producatur enī in utroque oculorum linea l m, recta uel curua, distinguens superficiē uitreæ à superficie glacialis, & hæc linea siue recta fuerit siue curua, quorum alterum est necessarium p 23. huius, semper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̄ & eadē de illis est demonstratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmissam, & ideo quia propter conformitatem uisuum & æqualem distantiā punctorum g & c, à puncto b, ex hypothesi, sequitur trigona y g u & x c z, esse æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, sunt æquales, sed & figuræ oculorum sunt penitus similes, et diafonitas est conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in superficie refractionis conformis refractio, & similiter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & secundum angulos æquales, quilibet ergo ipsarum refringitur æqualiter à perpendiculari, sit ergo ut linea t x refringatur ad punctū



f, & linea g u ad punctū h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctū r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pūctum alterius foraminis, quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundū lineas rectos

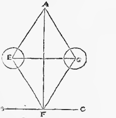
bre-

bruissimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nerui communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quæ habent in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uisæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pũcto a quod sit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uisæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorũ distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uisibus ambobus sunt æquales, & anguli incidentiæ sunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales per præmissam, palam quia linea u l, quæ est formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ est formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. similiter quoq; demonstrandum de quibuslibet duobus punctis superficie rei uisæ, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formæ punctorum rei uisæ æqualiter circunstantium, puncta quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circunstantia medium punctum nerui communis similiter pertingunt, & seruatur figura & dispositio totius superficiei rei uisæ in partibus suis, & in remotione à puncto quod est in axe secundum modum distantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in superficie rei uisæ secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum uisuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cõmunis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma; lineæ quoq; obliquæ superficiebus uisuum incidentes, quæ in superficie ipsius uisus refringuntur, ad eandem ordinationẽ formæ possunt peruenire, patet ergo ꝓpositũ.

XXXVIII.

Necesse est ambos axes radiales cum axe cõmuni concurrentes in superficie rei uisæ cum linea æquedistante lineæ connectenti centra oculorũ uel cum totali superficie æquales hinc & inde angulos continere.

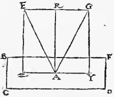
Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantiæ modicæ ab inuicem, & axis semꝑ in quolibet oculo una tantũ linea transiens per centrum foraminis ueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius; sit ergo ut lineæ b f c æquedistat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, sitq; medius pũctus nerui communis qui a, & sit ut forma puncti superficiei rei uisæ quod sit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorũ quæ sunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod sit punctus medius nerui communis, & sit axis communis qui a f, incidens superficiei rei uisæ in pũcto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & pũcta per 34. huius, erecta est super superficiem rei uisæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorũ lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui est æquedistans, ergo & lineæ uel superficiei illi æquedistanti ꝑ 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est æqualis angulo a f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorũ ab axe & linea b c, quæ est communis sectio rei uisæ, & superficiei axium inter se hinc inde æquale, axes ergo radiales incidũt sup̃ficiei rei uisæ secundũ angulos æquales, & hoc est propositũ, quoniam angulus e f b sit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquedistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei uisæ illi æquedistante protrahere.

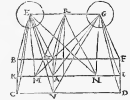
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq́; superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato quod sit a, linea æquædistans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, p 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis est axi g a, per 35. huius, & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uisuum e & g ducantur æquedistantes lineæ r a, per 31. primi, quæ sint lineæ e z & g y, hæ ergo inter se sunt æquales & æquedistantes per 25. primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia cōmunis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per punctum a, & est per 33. primi æquedistans lineæ e g, palam quod ipsa linea z a y, est linea quæ quæritur, est ergo factum id quod proponebatur.



XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt æquales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima præcedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiei rei uisæ sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq; partem producatur linea una quæ sit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq́; à centris uisuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico qđ lineæ e u & g u, sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z, æquales inter se, quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35. huius, palam quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesi: sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi basis e u æqualis basi g u, & similiter erit basis e z æqualis basi g z, & eodemmodo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo est quod proponitur. Potest et hæc aliter demonstrari, ducať enim à puncto a, superficiei rei uisæ, in quo concurrunt axes, linea æquedistās lineæ e g, quæ est inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ sit linea k l, eritq́; illa linea k l, in superficie rei uisæ, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis super lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pūcto a, linea orthogonaliter super lineam e g, quæ sit linea a r, lineæ e g per æqualia in pūcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, qm̄ enī axes e a & g a, sunt æquales, erūt anguli ad basem æquales, et linea r a cōmunis ambob9 trigonis e a r, angulíq́; ad pūctū r sunt æquales, qa erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. sexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq́; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis sup lineam k a l, & qm̄ per 34. huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & linea z a est perpendicularis sup lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4. undecimi linea z a est perpendicularis erecta super illam superficiē in qua sunt lineæ e a, g a, r a, ergo & super lineam r a, Item per 4. undecimi linea k a erit perpendicularis super superficiē r z a, erit



a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis super eandē superficiē r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ super superficiē erit linea e r perpendicularis super lineā r z. q̄a ergo duorū triangulorū e r z & g r z anguli sunt æquales, q̄a erecti, & linea e r æq̄lis est lineæ r g, & latus r z cōmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodē modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonstrandū, patet ergo ꝓpositum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus, ad idem punctū lineæ cū ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inæquales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uisibus ad idem punctū extra lineam u z, quæ sola cum ambobus axibus facit rectos, semꝑ sunt inæquales, signentur enim in lineam k l ut oportet, secante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, distantia quæ sint m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dico ꝙ lineæ e m & g m sunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales; ducatur enim à puncto r ad punctū m linea quæ sit r m, q̄m ergo angulus e r a est rectus, ut patuit in præmissa, palam, quia angulus e r m est minor recto, angulus ergo g r m est maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m est commune, & linea e r æqualis est lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandū, patet ergo ꝓpositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearū minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniūctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquedistantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uisibus ꝓductæ, necessario sunt æquales, & æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis, & sint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter distantia à puncto a, qd' sit punctū coniunctiōis axium, ita qd' linea m a sit æqualis a n. Dico ꝙ protractæ lineæ ab alterius uisibus ut e n & g m & e m & g n sunt æquales: cū enim axis e a est æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui est angulus e a m, æqualis est angulo incidentiæ axis g a, qui est angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n sunt recti, anguli quoq; r a e & r a g sunt æquales, ut hæc patent ex prædemonstratis in præmissis duabus ꝓpositionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: sed & axes e a & g a sunt æquales, & linea m a æqualis est lineæ n a ex hypothesi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi basis e m æqualis est basi g n. Et similiter demōstrari potest in omnibus alijs punctis similibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut sic nominantur, & ut ab alternis uisibus ad puncta æqualiter à puncto a distantia producuntur, necessario sunt æquales, patet ergo propositum, quocunq; etiam alijs lineis modo simili productis.

XLIII.

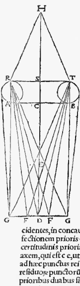
Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehensio à uisu, magis autem secundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uueæ transeuntem.

Solus enim huius axis extendit secundū rectitudinem quousq; perueniat ad locū girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uisæ oppositæ medio superficiei uisus, peruenit ad glacialē & uitreum secundū extensionem usq; ad locum girationis nerui concaui: formæ uero quæ ueniunt secundū lineas alias obliquantur, & quia dispositio formarū obliquatarū nō est sicut dispositio formarū extensarū recte, q̄m obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratiōe in certitudine comprehensionis: punctus ergo formæ perueniens ad locū girationis concaui ner

ui, qui extenditur ſecundũ rectitudinẽ axis, eſt magis uerificans omnibus punctis formarum, & quia obliquatio linearũ uicinarũ axi eſt minor, & remotiorũ maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis ſuper quas ueniunt formæ, & ex ꝑpendicularibus ſuper axem ꝓductis in ſuperficie obliquationis linearũ uicinarũ axi, ſunt acutiores, & remotiorũ minus acuti, ut patet per 36. huius; formæ uero, quarũ obliquatio eſt minor, magis manifeſtantur, ꝙ̃ formæ quarũ obliquatio eſt maior; punctus ergo, qui eſt ſuper axem, perueniens ad locum girationis nerui concaui, eſt manifeſtior omnibus alijs punctis, & certioris comprehenſiõis, & qđ eſt propinquius illi, eſt manifeſtius remotiore ab illo: & ſimiliter eſt de forma peruenientẽ in neruum cõmunem, ex quo comprehẽdit uirtus ſenſitiua formas rerum, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cõmuni exiſtente, certiſſima fit uiſio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.



Sit linea connectens centra foraminũ uneæ quæ a b, & ſit linea c e axis cõmunis, punctus quoq; coniunctionis in ipſa linea c e ſit d, in quo cõcurrant axes a d & b d, & ſit medius punctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico ꝙ puncto d exiſtente in linea c e, tunc certiſſima fit uiſio; formæ enim uiſæ peruenientes ad ſuperficiẽ uiſus, ſunt tunc magis cõſimiles, eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminũ uneæ, quæ ſunt ſignata ꝑ puncta a & b, formæ punctorũ circumſtantiũ punctũ d diſtincte, & conſimiliter incidunt circa illa centra, & qm̃ axis cõmunis qui eſt e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. primi, ideo quia linea cõnectens centra foraminum uneæ, eſt æquediſtans lineæ r t, cõnectenti centra foraminũ girationis neruorũ concauorũ, ut patet ex præmiſſis, & per 4. huius; unde per 31. huius patet, ꝙ linea h e per æqualia diuidit lineã a b, & eſt perpendicularis ſuper illam, eſt ergo palam per 4. primi, qm̃ axis a d eſt æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, ſed per 30. huius anguli h a c & h b c ſunt æquales, & qm̃ axis cõmunis, qui eſt e c, pertingit ad h punctũ mediũ cõcauitatis nerui cõmunis, ad qđ formæ à pũctis a & b diffundunt; palam per 26. primi, qm̃ anguli c h a & c h b ſunt æquales. Idem quoq; accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipſis axibus a d & b d, ꝓpinque, quæ ſunt æquales quaſi ad ſenſum, ut patet per 40. huius; hæ enim lineæ radiales quaſi æqualiter incidunt punctis æqualibus ſuperficiei nerui cõmunis per 37. huius. Formæ itaq; punctorũ taliter uiſorũ ſunt magis cõſimiles, unde fit tunc uiſio certior. Sed cũ punctus coniunctionis fuerit modicũ extra cõmunẽ axem, ut in puncto f, ſiue remotio illa fit ad partẽ ſiniſtrã uel dextram, ſurſum uel deorſum, ſiue ad alias utcunq;, tunc ad hæc duæ formæ quæ inſigunt duobus uiſibus, non multum habent diuerſitatis; unde punctũ formæ, cui duo axes inſiguntur ipſi puncto h, medio. f. puncto cõcauitatis nerui incidente, reſidua puncta formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus ipſis uiſibus incidentes, in concauitate nerui cõmunis circa punctũ h uniuntur, non tamẽ ſecundũ perfectionem prioris diſpoſitionis: uidetur itaq; & tunc res certa uiſione, non tñ in gradu certitudinis prioris; cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem, qui eſt c e, ut in puncto g, ad quãcunq; differentiam poſitionis hæc contingat, tũc ad hæc punctus rei uiſæ, in quo duo axes concurrũt, inſigetur ipſi puncto h. Sed formæ reſiduorũ punctorũ illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient diſpoſitionẽ prioribus duabus ſimilem, neq; erit illorum punctorum uiſio bene uerifica ta, ſed remanet minus certa, patet ergo propoſitum.

Omne

XLV.

Omne uisum in puncto coniunctionis duorũ axium uisualium certius uidetur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & secundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decrescit, ex quo patet, ꝙ puncta supficiei rei uisæ æqualiter distantia à puncto coniunctionis, similiter uirtuti uisiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, secundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis fit certa cõprehẽsio formæ uisibilis à uisu, magis aũt secundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis uueæ transeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata sit fortior sui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uisio secundũ totam superficiem rei uisæ, quæ est basis ambarũ pyramidũ uisionis, & secundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ est simpli ad simplũ, secundũ lineas uero radiales quæ sunt propinque axibus fit minus certa uisio ꝙ per axes, quoniã formæ punctorũ peruenientes ad uirtutem sensitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipsos axes; secundũ remotionẽ uero illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit, quia cum partes superficiei rei uisæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifestius uideantur per 43. huius secundũ partes remotiores illius superficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis, & secundũ alias partes medias fit media dispositio certitudinis, secundũ qđ plus accedunt axibus, uel secundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpositum, & per hoc patet corollariũ, qm̃ in punctis supficiei rei uisæ æqualiter à puncto coniunctionis distantibus eadem est ratio certitudinis uisionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in superficie ipsius uisus, & ex consequenti in supficie nerui cõmunis semper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uisum in quo concurrunt duo axes uisuales, uel radij illis propinqui, uidetur semper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uisum æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipsarum supponiť alteri, & fiunt forma una, & qm̃ omnia uisa nobis assueta sempr sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciũt ad qđlibet illorũ uisibiliũ, propter qđ duo axes duorũ uisuũ semper cõcurrunt in uno puncto illorum uisibilium per 32. huius, & positio radiorũ residuorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipsorũ est positio cõsimilis per 37. huius, maxime qñ non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter hoc ergo quodlibet uisorũ assuetorũ uideť ambobus uisibus unum, & qa ut pmissum est, patet per 37. huius, qm̃ omnes formæ punctorũ æqualiter circũstantiũ puncta, quæ supficiebus uisuũ incidũt secundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũstantia mediũ punctum nerui cõis consimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uisualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uisibus, ideo nõ multũ oblique refringunť, qm̃ ipsarũ refractio est secundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo se circa medium punctũ concauitatis nerui, & supponuntur sibi adinuicem, fiuntq; forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uisum in quo concurrit axis communis, & unus axium uisualium comprehenditur semper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehensionis, & axis uisualis unicus unam tantum formã regulariter dispositam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui distinctã secundũ partẽ uel secundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpositum.

Nullũ

XLVIII.

Nullum uisorum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim siue aliqd' uisum existat in axe communi, siue extra illam, semper pun ctum eius cui incidũt axes uisuales certius uidetur, & puncta quibus incidũt radij ,ppin qui, & illa puncta certius uidentur, & pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet q nullũ uisum totum simul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius cõ muniter per oẽs tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi trãscursa fuerint, tũc solum æqualiter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa pun ctum illud, magis ergo æqualiter perpendet tunc partium æqualitas adinuicem in omni bus dispositionibus suis, tũc ergo tota res æqualiter uidebit: nullus aũt motus est in in stanti, sed solũ in tempore, palam ergo, q nullũ uisoꝝ simul totum æqualiter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totũ simul uideri inæqualiter, qm̃ omnia puncta formæ op positæ uisui, à quibus lineæ rectæ possunt ,pduci ad uisum, simul multiplicant ad uisum, & quis secundũ diuersitatẽ anguloꝝ diuersimode secundũ diuersas partes uideant: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorũ æqualius uident, & corpora diametroꝝ ma iorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut pro pinqua per 45. huius: & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæ qualitatis, & si fuerit pluriũ coloꝝ, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene cer tificata: hæ enim comprehendunt per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ,ppositũ.

XLIX.

Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

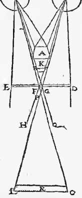
Quãuis enim uisus quandoq eodẽ tempore opponat multis uisibilibus diuersi co loris, inter quãlibet quarũ & uisum produci, possint lineæ rectæ in aëre cõtinuato me dio inter eas & uisum, perueniantq formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisis ad su perficiẽ uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsaꝝ ad quãlibet partem super ficiei uisus ,ppter earũ directam oppositionẽ, & licet uidens uideat in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic i tota sũpficie uisus sint multa lumina diuer sa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiẽ uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit distincta uisio nisi solum secundũ perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiẽ produ ctas, & secundũ hæc distinguunt formæ secundũ distinctionẽ partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiẽ uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tñ comprehendit omnes formas secun dum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæ qualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundũ suũ esse, & figuram ordinatã in sui superficie secundũ ordinem quã ha bet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarũ re rum uisarũ præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguentibus ex sua supeficie a lias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secun dum suũ esse, & sentire situs eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud qd' uidet secundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uueæ ipsi centro ui sus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt secundũ alia puncta super ficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius illorũ enim omniũ axes sunt longiores, etiã si ab eadem distantia ,pcedant; aspiciens itaq qñ fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorẽ illis quæ sunt à parte laterum illius medij, & qd' est propinquius medio & manifestius, & qd' est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibi le plura simul æqualiter uideri, qm̃ impossibile est axem pyramidis radialis transeunte per centrũ uueæ simul pluribus punctis nedũ sũpficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

Inter-

L.

Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoq; secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuũ, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit l o, remotior ab ambobus uisibus q̃ sit res uisa, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitq; punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiat̃ per interpositio nẽ rei uisæ quæ est b c, sit aũt uisibile e d remotius q̃ sit ipsum b c, ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita q̃ lineæ n b & m c protractæ, & cõcurrentes in ipso p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ sit f g: lineæ uero m p & n p intersecantes se in pũcto p, ꝓtractæ contingẽt periferiã corpis, in q̃ est punctũ r in pũctis l & o, sit uero a q̃ddam uisum, ꝓximũ uisui cadens inter axes m k & n k, dico q̃ñ uisus cõprehendit in eadẽ hora in simul formas uisibiliũ q̃ sunt b c & c d & r, q̃d q̃ñ impedit̃ secundũ aliq̃d uisio ipsius e d, q̃m impedit̃ secundũ partẽ quæ est f g, quæ cũ sit obumbrata uisui per interpositionẽ uisibilis q̃d est b c, patet q̃ forma illius partis nõ perueniet ad uisum, neq; seruabit̃ in neruo cõi: forma uero uisibilis remotioris q̃ est l o, in quo est punctũ r, q̃m ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, suis terminis l & o incidũt, patet q̃ perueniet ad uisum, nõ impediente uisibili b c, q̃a t̃ñ in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebit̃ inordinate secũdũ situ earũdem partiũ ipsius formæ, q̃ sibi directe nõ supponent̃, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis, ꝓpter diuersitatẽ incidẽtiæ ipsaꝝ lineaꝝ, per quas adueniũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars t̃ñ uniuersi, quæ attẽdit̃ secundũ dextrã uel sinistrã, sursum, uel deorsum ptiũ ipsius formæ nõ mutatur, uisum eñi b c cũ sit minus uiso l o, in quo est punctũ r, q̃ñ in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uisi b c sit in duobus locis duaꝝ uisuũ consimilis positionis, & forma uisi q̃ est l o diuersificabitur secundũ situm partiũ suæ formæ, & secundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, q̃m est magna diuersitas in angulis reflexionis suaꝝ partialiũ formaꝝ, sicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere potest per 36. huius, nõ t̃ñ erit error in parte uniuersi, quia formæ partiũ suo ordine disponent̃, ut sunt in re, & res uidebitur una, q̃ nõ accidit in forma uisi, s. ipsius a, q̃ propinquius uisui est, si ipsum paruæ fuerit quantitatis, & nõ sit in illorũ corpoꝝ positione differentia sensui, ita q̃ corpus a cadat inter axes m k & n k, q̃ñ itaq; ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi sunt in uiso b c, secundũ loca nõ obumbrata instituũtur illarũ rerum uisarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uisuum, & fiunt consimilis positionis in parte uniuersi, & nõ in remotiõe à punctõ medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt consimilis positionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiso uero a, q̃ est proximũ uisibibus, q̃m ipsum cadit inter axes m k & n k, & est ꝓpinquius uisui, quia enĩ figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amboꝝ uisuũ diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistrã nec ad dextrã, q̃m forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundũ respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes



uiſuales incidunt, ordinatur. Sic ergo uiſu exiſtente fixo interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotior quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur, ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſorum, in ſimul tũc formæ omniũ uiſibiliũ cõprehẽdent ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe, & comprehendent ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ; huius aũt rei totius ratio eſt hæc, quia certitudo uiſionis fit ſecundũ axes, & uiſio fit per multiplicatiõem formæ uiſibilis in uiſum, quæ uero nunq; tunc per corpus interpoſitũ impeditur, cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam uiſui aliqualiter attingit, & hoc eſt quod uolebamus.

LI.

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ, uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum, quo primo ſimpliciter recipitur in oculi ſuperficie forma rei uiſæ; intuitionem uero dicimus illũ actum, quo uiſus ueram cõprehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit, non contentus ſimplici receptione, ſed profunda indagine: uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit intentiones manifeſtas, quæ ſunt in rebus, nec certificat illas, per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui, & certificat omnes diſpoſitiões illius formæ uiſæ, & quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione, cuius intuitio non poteſt eſſe ſine ſimplici aſpectu, patet quod omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per alium, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſibili, intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.

Quoniã enĩ, ut patet per præmiſſam, aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibilis in ſuperficie uiſus, palam quod ipſa ſit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ, quælibet enim perpendicularium ſiue linearum radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17. huius, adducit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus; quia uero intuitio certificat ueritatẽ formarum cõprehenſarũ, certificatio uero oĩm formarum uiſibiliũ plus fit per axes pyramidũ uiſualiũ, quam per aliquã aliarũ linearum illius pyramidis per 43. huius, patet quod intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis: cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui rei uiſæ, quæ fuerit alicuius quantitatis, & illud quod opponitur medio uiſus ex illa re uiſa fuerit, ſiue per axem uiſualem aut prope illum, tunc erit ipſum quod eſt in axe, uel quod approximat axi, maniſeſtius reſiduis partibus rei uiſæ; ſi itaq; uidens uoluerit certificari de forma totali rei uiſæ, mouebit ambos uiſus, donec medium eius opponatur cuilibet partiũ, uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ, & tunc quia ambo axes radiales per 32. huius incident unicuiq; punctorũ, fiet hoc modo intuitio completa totius formæ, quoniam enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, tunc ſentiens comprehendet totam formam cõprehẽſione qualicũq; per 43. huius, & partem quæ eſt apud extremũ axis comprehendet uera comprehenſione, deinde mutatis axibus ad aliud punctũ, tunc idem punctum uerius cõprehendet, & tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo, & etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ, fiet tertio cõprehenſio totius formæ, & etiã illorum punctorum quibus prius axes incidebãt, & ita ſecundum numerũ punctorum quibus incidũt axes, numeratur cõprehẽſio totius formæ, ſemper tñ punctus, cui axes incidũt, certius alijs pũctis cõprehendet. Sic ergo intuens per motum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ, & inſuper reiterat frequentationẽ cõprehenſionis totius formæ ſecundum numerũ punctorum quibus incidũt ipſi axes, apparet ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non certificabitur forma rei uiſæ, niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ, nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in re uiſa, apparent uiſui niſi per motum uiſus, & per tranſitum axis, aut radialium linearum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ, & etiam ſi res fuerit

infimæ

infimæ paruitatis, & non fuerit opposita uisui, nõ intuebitur illam uisus intuitione perfecta, nisi donec moto uisu axis radialis transiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei, sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam, quãuis aspectus simplex fiat secundũ omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet ergo propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ, quoniã ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisæ non est per girationem axis à loco centri ipsius uisus, & per motum eius per se super partes rei uisæ, patet enim per 24. & 12. huius, quod linea axis extenditur recte usq; ad locum girationis nerui, super quem componitur oculus, & quod situs eius à uisu non mutatur, sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei uisæ, & medium oculi, in quo est sensus uisiuus, opponitur cuilibet partium rei uisæ, tũc axis transit per quamlibet partium rei uisæ, & secundum istum modum tota forma cuiuslibet partis rei uisæ extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed cum girabitur axis in concauo ossis cũm motu totius oculi, & cum uisus uoluerit intueri rem uisam, & inceperit intueri in extremitatem rei uisæ, & tunc extremum axis super extremitatem rei uisæ, eritq; in dispositione maior pars totius rei uisæ in parte superficiei uisus, declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem super quã est axis, quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis, eritq; residuũ formæ obliquũ ad aliam partem ab axe; & cum uisus post illam dispositionem mouebitur super aliquã diametrũ rei uisæ, trãsferet axis ad partẽ sequentẽ illã partẽ rei uisæ, & erit forma primæ partis declinans ad locũ aliũ oppositũ loco ad quẽ mouetur axis, & nõ cessabit forma declinare quãdiu mouetur axis sup illã diametrũ, quousq; axis perueniat ad ultimũ illius diametri rei uisæ, quæ est pars alterius rei uisæ, & sic erit forma totius rei uisæ in ista dispositiõe obliqua uisui & puncto opposito ipsi axi, etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuersis incidente, prætereq; ultima pars & extrema ipsius rei uisæ quæ remanebit sup axem, & in medio uisus & axis, in isto toto motu erit fixus in suo situ quãtũ ad trãsitum uniformẽ omnium tunicarum oculi, patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunquã fit basis anguli quem respicit superficies rei uisæ, neq; semper secat angulum quẽ respicit aliqua diametrorũ rei uisæ.

Quia enim iam ostensum est in præcedente theoremate, quod axis in toto motu oculi ad intuendum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quẽ respicit superficies rei uisæ, oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes, & moueri axem, hoc autem nõ esset possibile, nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo quiescente, & quia hoc est impossibile per præcedentem, totus enim oculus mouetur apud intuitionem, & axis mouetur per motum eius, & moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur: incidente enim axe radiali diuersis punctis sup̃ficiei rei uisæ, licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem basis sit. Variato tamen axe, causatur semper noua pyramis, quamuis uideatur semper una, ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis: per hunc itaq; motũ comprehendit uisus quodlibet punctum superficiei rei uisæ uisui medio in puncto scilicet axis, & per hunc modum mouetur forma rei uisæ ad ipsam superficiem uisus, & mutatur pars superficiei uisus in qua prius fuit forma, quoniam forma rei uisæ apud motum axis erit in una parte superficiei uisus post aliam partem superficiei uisus, quotiens enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisæ, quæ est apud extremum axis, totiens comprehendet cum hoc totam superficiem rei uisæ, & comprehendet totam illam partem superficiei uisus, in qua peruenit forma totius rei uisæ, quæ semper est alia & alia, quãdiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uisæ non terminantiũ ipsam

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illũ angulum, nõ ergo secat semper illũ angulũ, quod est propositum.

LV.

Necesse est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunq; paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, ꝙ secundum spacium distantiæ uisibilis à uisu multiplicabitur & tempus, producatur itaq; linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliqđ uisibile sit apud punctum b. Cum itaq;, ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondũ sit sensibile, sicut in ulteriori puncto uisibile d remotiori à uisu à, ꝙ est ipsum c, sitq; spacium d a multiplex spacij c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacij b a: forma itaq; puncti d multiplicabit̃ ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requirit̃ in ipsa operatione uisiua plus temporis, ꝙ in spacio a b; apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium; impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri est necesse, tempusq; intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 51. huius, intuitio sit actus uirtutis uisiuæ, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspiciẽdo perquirit, & semper in ipsa intuitione axes radiales per omnia puncta superficiei rei uisæ moueant̃, ut declaratum est per 52. huius: cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionũ in tempore sensibili fieri est necesse; tempus quoq; intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formarũ uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplũ est, ut si uisus comprehendat animal longũ multorũ paruorũ pedũ, qđ moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiæ inter pedes, non tñ cognoscit numerũ ipsorũ pedũ, & deinde diligentius intuens cognoscet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu: cõprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cõprehensio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitũ est ipsum esse animal: numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illorũ temporũ, oportet enĩ uisum intueri quemlibet illorũ pedũ, & numerare illos, erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ scđm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ, & hoc etiã patet ꝑ diuersitatẽ aliarũ uisibiliũ intẽtionũ; tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uisibiliũ formarũ, quarũ una est numerus, diuersat̃ secundũ diuersitatẽ intẽtionũ formarũ intuitarũ, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum enim formæ uisibilium sint compositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdam uero subtilibus ualde, ut sunt lineationes minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantiuus per 55. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uisus enim non comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur à uisu secundum ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus non sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium à primo aspectu dijudicare non potest, ideo etiam tunc est opus intuitione, nec enim potest certificare ueritatem formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palam itaque quia uisus nunquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tunc est forma eius magis fixa in anima quàm forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectæ rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animam, & renouatur forma prius uisa apud animam, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima autem, per formam secundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intentionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima non comprehendet omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neque certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, comprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum luces & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offeruntur uisui, ut sine situ figura et magnitudine et similibus, alia uero non offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participante impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur à uisu secundum suum esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunque illorum in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur à uisu ex illuminatione corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris: sicut enim sentiens comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuisibilium, quoniam illa quasi pluria à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipsorum solo sensu uisus sentiãtur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex istorum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diasonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio cõferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratione & distinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehẽdit solus uisus, sunt tamen plura aliorũ quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ accedentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus, quoniam uisus quando comprehendit dũo indiuidua eiusdem supficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod sunt similia, sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ neq; una ipsarum, sed neq; forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarũ duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ similitudo nisi ex operatione unius ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solũ uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuersas formas uisas ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorũ unus est albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedinis, comprehendet ergo similitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate; distinctio uero inter illas duas albedines nõ est ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albatione superficiei uisus, quæ fit ab utroq; albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatẽ actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam; & similiter est, de comparatione & distinctione aliarum sensibilium formarum: nihil enim illorum accipitur solo uisu; sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus: uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu, patet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium sæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuersalis existens, uisui principiũ cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solum intentionibus particularibus cõprehensis p sensum uisus, & forte erit in omibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & similibus, in qbus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & ursum album, si itaq; forma & figura & color & omnes intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionẽ, quæ conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduũ ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares p quas diuersantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipsa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iterabitur à uisu intuitio illius formæ uniuersalis quæ est illius speciei, cũ diuersitate formarũ particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuersalis per intuitionem alterius

indiuidui

indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quiescet, ex diuersitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uisum cũ formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, et per conuenientiã accidentium uisibilium in diuersis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt omĩa indiuidua illius speciei est forma uniuersalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua, & est illa forma uisui principium cognoscendũ omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus sensibilibus quibuscunq;, patet ergo propositum.

LXII.

Omnis uera comprehensio formarum uisibilium, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia praecedente.

Comprehensio uisibilium sola intuitione fit, quando comprehendũtur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam quam antea non perceperit nec in se nec in sua specie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram, non tamen cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolit; sic ergo comprehendetur illa forma uera comprehensione per solam intuitionem, comprehensio aũt uera formarũ uisibilium alia ab alia quae fit per solam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum scientia praecedente, ut quãdo uisus comprehendit formam alicuius rei uisae, quam comprehendit etiam ante, & cuius formae intentio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uisus statim in aspectu illius rei comprehender eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quae est sciẽtia uniuersalis suae speciei, & cognoscet formã uniuersalẽ quam comprehendet in illa re uisa apud comprehensionem formae in anima per rememorationem illius rei uisae specialiter, & deinde intuens intentiones residuas quae sunt in illa re uisa, certificabit particulare formam illius ipsi uiso indiuiduo appropriatam, & si fuerit rememorans illius formae patricularis, ut prius per uisum comprehensae, tunc cognoscet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uisa comprehenditur uera comprehensione, nisi aliquo istotum modorum, patet ergo propositum.

LXIII.

Comprehẽsio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Est enim cognitio comprehensio similitudinis duarum formarum scilicet formae quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem quam uidet, & formae quiescentis in anima prius comprehensae, unde non fit uisualis cognitio nisi per rememorationẽ, quoniã si nulla forma talis fuerit quiescens apud animã & praesens memoriae, non cognoscet uisus rem uisam; semper itaq; fit cognitio ex assimilatione formae quiescentis in anima ad formam postea uisam extra, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi, uisus itaq; comprehendit multas res ꝑ cognitionem, cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse Socratẽ, & cognoscit alia sibi assueta, & arbores & plantas & lapides, quae prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quãtitates omniũ rerum sibi consuetarum, quae non cognoscuntur solo uisu per 59. huius, nec tamen cognoscit uisus omne quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formae prius uisae, non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem formã praesentis rei uisae formae prius uisae & apud se quiescenti conferentem, nunquam enim potest fieri cognitio nisi per comparationem formae quiescentis in anima ad formam uisam extra, sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propositum.

LXIIII.

Omnem comprehensionem uisualem cognoscitiuam in tempore fieri est

necesse, sed in minori quàm sit tempus comprehẽsionis per solã intuitionẽ.

Quoniã enĩ sicut in p̃cedente ꝓpositione præmissum est, oĩs uisualis cognitio fit p intuitionẽ & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ, nũc per diligentem intuitum perspectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas quas apud se habet in imaginatione, quæ si quærenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio sed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽsio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima præsentis memoriæ nõ indigent ut cognoscantur omnes intentiones quæ sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas, ut quãdo uisus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ suæ faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia cõprehensionis partium aliaꝝ, quas comprehendit solum per cognitionẽ præcedentem ex formis residentibus in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris grossiciẽ aut arcuitatem superciliorum aut similibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit oĩnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehensio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõsiderationẽ omniũ partium rei uisæ, & omnium intentionem quæ sunt in ea, cõprehensio uero per cognitionẽ fit per considerationẽ solum quarundam intentionũ quæ sunt in illa forma, palam quod uisio quæ est per cognitionẽ est in minori tempore, quàm sit uisio per solam intuitionẽ, & propter hoc uisus cõprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximæ illa quæ à sui primordio cognoscere cõsueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perseuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quæ sunt in illa re uisa secundum modum quo cognouit res uisas ex prima forma illius rei uisæ, in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibiliũ, quæ sunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uisus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifesta nec cõprehensibilis à uisu primo aspectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine mundæ faciei, prius cognito accidat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ sit manifesta, cum enim postea longo tẽpore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius secundũ suũ esse: & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uisui multũ manifesta, tũc enĩ licet habeat uidẽs apud se formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipsam illius facie maculatæ, & nõ cognoscet ipsum nisi post multã aliaꝝ intentio

intentionum particularium intuitionem, & similitet est in alijs indiuiduis uisibilium & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionẽ præcedentẽ per modicã intuitionẽ nõ efficit certã formæ rei comprehensionẽ, patet ergo ꝓpositũ.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens mediantibus intentionibus sensibilius quæ per se uidentur.

Quoniã enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarũ uisibilium ad animã, quæ omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarũ singulari enumeratione, palam cũ nullius substantiæ quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens aũt quidditas substantiarum corporalium ꝑcipitur à uisu, scilicet per comprehensionẽ suarũ intentionũ uisibiliũ q̃ per se uidenť, sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionẽ intrinsecam animæ, quæ fit ex cõparatione formæ unius posterius cõptehensæ, ad formã aliã prius cõptehensam quiescentẽ in imaginatiõe; cõptehensio ergo quidditatis substãtiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, nõ est nisi ex cõprehensiõe assimilationis formæ rei uisæ ad aliquã formarũ uniuersaliũ quiescentiũ in aĩa & fixarũ in imaginatione quam uisus ante cõprehenderat, & quia uirtus distinctiua quæ est in anima, per quã anima rerũ differentias dijudicat, ut hominẽ nõ esse canẽ, & ecõuerso, naturaliter assimilat ipsas formas uisibiliũ nouiter scilicet uisas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cũ ergo uisus cõprehenderit aliquã rẽ uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuẽta cognoscit per illã rem uisam, & cõprehendit quidditatẽ eius, & si non inuenerit ex formis quiescentibus in anima formã similẽ formæ illius rei uisæ, nõ cognoscet illã rem uisam, neq; cõprehẽdet quidditatẽ eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiæ comprehenditur per se à uisu, sed per accidens ut ꝓponitur. Si enĩ aliquã taliũ quidditatũ ꝑ se cõprehenderetur à uisu, ergo & oĩs quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset cõprehẽsibilis à uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substãtiæ quanũ ad sensum & sensibile oppositione existẽtes indiuisibiles ꝑ suas quidditates uiderẽtur, qđ non est uerũ, oportet enĩ ut corpus uisibile sit alicuius quãtitatis respectu superficiei uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oĩbus alijs quorumcũq; entiũ quidditatib9, semꝑ enĩ quidditas cuiuslibet cõpositi cõposita est, et eius cõpositionẽ uisus ꝑ se cõprehendere nõ potest, & si uisus aliquã quidditatẽ, ut est quidditas, cognosceret, tunc uisus omnẽ quidditatem cognosceret, quatũ multæ tamẽ sunt inuisibiles, cũ oẽs ipsæ sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehẽdit uirtus distinctiua ex intensionibus appropriatis formæ uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamẽ quidditates & differẽtiæ essentiales solo sensu uisus comprehẽdi nõ possunt, quidditas enim lucis non cõprehenditur solum ꝑ uisum, nisi cooperante uirtute animæ quæ est cognoscitiua, qm̃ uisus cognoscit lumẽ solis, & distinguit inter ipsum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factã & per formã in anima reseruatã, similiter etiã quidditas coloris non comprehenditur à uirtute distinctiua nisi per cognitionem quãdo color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius cõprehensas, nõ enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidentis permansit forma eius ut prius uisa; si enim uisus nunquam colorem rubeum antea uidisset, nunc ipsum uisum cognoscere non posset, sed ipsum coloribus illi ꝓpinquius sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis & colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primũ quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & ꝑ se debetur uisiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur ꝑ se & primo operatio uirtutis distinctiuæ, ut illis quorũ præsentia prius relucet in organis uisiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

LXVIII.

Cõprehensio coloris in eo quod est color, est prior cõprehẽsione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cõprehensio omniũ uisibiliũ in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarũ specialiũ quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positis in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguũtur aũt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ fit non ꝑ solũ sensum uisus sed ꝑ cognitionem, quando idem color prius fuit à uisu comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quàm nunquã uidit, tunc comprehendet quod est color, & tamẽ nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum eñi aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽsio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primũ uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialium quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuersarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem fit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper fit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisui præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nõ arguit per cõpositionem & ordinationem propositionum ad formã syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorũ in actuali intellectu ꝓpositionũ uniuersaliũ & per se manifestarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionẽ, quæ immediate sequit̃ ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehensio quæ fit per rationem & distinctionẽ fiat per argumentũ, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat ꝑ uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & conformi quatenus est possibile fit omnium intentionum uisibilium per rationem & distin-

ctionem

ctionem in instanti comprehensio. Distinctio enĩ & argumentatio uirtutis distinctiuæ fit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & fit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam fit spiritus uisibilis diafonus, per quẽ uirtus sensitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cõmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis sentientis sentiet formam; & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc fit distinctio formarum, non tamen inter actũ distinctionis & actũ primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumẽ in uno instanti se multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur, comprehenduntur & distinguntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, fit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium fiunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cõprehensionis, fit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehensionẽ quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non fit nisi in tempore.

Fit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color non potest comprehendi per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris fit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialem conuenientiam in actu & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediũ, quia itaq; cõprehensio quidditatis coloris fit per distinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario fit in tempore; uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi ꝑ intuitionem, quoniam si color nõ fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint infigi axes uisuales in tẽpore sensibili, nõ cõprehendit uisus quidditatẽ coloꝝ, unde in rebus uelociter motis nõ distinguitẽ quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunẽ oẽs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehensionẽ quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet ꝙ comprehensio quantitatis oĩm formaꝝ uisibiliũ nõ fit nisi in tẽpore. Si enĩ uisus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur solo sensu uisus, nisi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus alioꝝ uisibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ distinctione & cognitione; oĩm itaq; intentionum uisibiliũ quidditatũ cõprehensio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc ꝓponebaẽ.

LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones ſpeciales quàm indiuiduales.

Quando enim uiſus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipſum eſſe hominem priusquam comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cõuenientia propria formæ hominis cõprehendit ipſum eſſe hominem, quamuis non cõprehendat lineationẽ ſuæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uiſæ non cõprehendetur niſi ex comprehenſione intentionũ particularũ illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non poſſunt niſi poſt comprehenſionem uniuerſalium intentionum, quæ ſunt ex genere uel ſpecie illius indiuidui omnium aut quarundam, ſed comprehẽſio formæ partialis eſt in minori tẽpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid ſuper ſpecialitatẽ, patet quod indiuidualitas eſt quaſi quædam totalitas reſpectu ſpecialitatis, comprehenſio ergo ſpecialitatis rei uiſæ eſt in minori tempore quàm comprehenſio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones ſpeciales & indiuiduales quorundã uiſibiliũ aſſuetorũ minori tẽpore alijs intentionibus ſpecialibus & indiuidualibus cõprehendũtur.

Quædam enim ſpecierum uiſibilium aſſuetorum non aſſimilatur alijs ſpeciebus, ut ſpecies hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium aſſimilatur, & quædam aſſimilantur alijs ſpeciebus, ut ſpecies equi, quæ aſſimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uiſus comprehẽdit ſpeciem indiuidui hominis, & comprehendit ipſum eſſe hominem, eſt minus tempore in quo comprehendit equum eſſe equum, & maxime quando comprehendit utraꝗ; iſtorum in magna remotione, quõ uiſus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, ſtatim comprehendet ipſum eſſe animal, ex motu & ex corporis erectione cõprehendet ipſum eſſe hominem: ſed licet per motũ etiã poſſit cõprehendere quod indiuiduum equi ſit animal, & per numerũ quatuor pedũ comprehendit ipſum eſſe beſtiã, non tñ ꝓpter hoc cõprehendet ipſum eſſe equum, quõ intentiones equinæ quæ ſunt à ſpacio remoto uiſu perceptibiles, ſunt in pluribus quadrupedũ, quæ aſſimilantur equo in pluribus eſſentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaꝗ; uiſus non cõprehendit aliquã intentionũ propriarũ equo, nõ comprehendet illud eſſe equũ, quia itaꝗ; tempus in quo comprehendit uiſus erectionẽ corporis hominis, non eſt ſicut tempus in quo comprehẽdit formã equi cũ intentionibus particularibus, per quas diſtinguitur equus ab alijs beſtijs, ut eſt lineatio ſuæ faciei, & extẽſio colli, & uelocitas motus, & paſſuum amplitudo: comprehenſio igitur ſpeciei hominis eſt in minori tempore quàm cõprehenſio ſpeciei equi, quamuis enim illa duo tempora ſunt parua, tñ unum ipſorum ſecũdum omnes diſpoſitiones eius eſt maius altero, & ſimiliter quia roſæ hortenſi nullus alius flos aſſimilatur in forma ſuæ ſpeciei, uel etiã intentione ſuæ rubedinis, ideo uiſus in minori tempore comprehẽdit eius ſpeciem per rubedinem roſeaceum, quàm ſpeciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum aſſimilantur: & uniuerſaliter quidditates omniũ ſpecierum quæ poſſunt aſſimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uiſu, ſicut quidditates omnium ſpecierum, quæ paucis uel nullis aſſimilantur, & ſimiliter etiam eſt de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij aſſimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per ſigna, illud aũt indiuiduum, quod aſſimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus ſenſitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uiſus reſpicit ſuperficies rei uiſæ ſolum ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ.

Quãuis eñ ordo puræ matheſis ſit in hoc, ut ꝑ quantitatẽ angulorũ ſciatᷣ quãtitas partium ſuperficierũ ſphærarũ illis angulis ſubtenſarũ, eo qđ ſicut centrũ eſt principiũ cõſtitutionis totius ſphæræ, ſic ꝑtes angulorũ 8. ſolidorũ, q ſunt circa centrũ ſphæræ, ut circa

quodlibet

q̃dlibet uniuersi ptiũ sit principiũ distinctiuũ oĩs ptis sup̃ficiei sphæræ p 87. primi huius tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiscetur, uirtus sensitiua ex comprehẽsione partis superficiei uisus, in qua figurat̃ forma rei uisæ, comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uisus respicit superficies præfata: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam superficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionẽ lucis & coloris, qui per se accidũt in illa parte ab alijs superficiebus uisus distincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eorũ apud centrũ uisus secundũ quantitatẽ partiũ superficiei uisus illis angulis subtensarũ: anguli aũt tunc non certificantur nisi per motũ uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciũ, cuius uisus magnitudinẽ uult scire: patet ergo propositũ: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, qm̃ peruenit intersectio axiũ uisualium ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ superficiei uisus ipsius informantur secundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractio in medio secundi diafoni præuenirẽt, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignũ, qm̃ nos in sequẽtibus utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cõcurrant, quia secũdum hoc oĩs uisio informat̃.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

TRactauimus in præmisso tertio libro de proprietatibus organi uisiui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aũt restat, ut in hoc quarto libro ꝓsequamur ꝓprietates omniũ uisibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uigintiduo, quorũ tantũ duo .s. lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur nisi ꝓpter luces & colores, ut patet in singulis ipsorũ, & qm̃ in præmisso tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmisimus, ideo nũc alia 20. uisibilia restant ꝑtractanda: hæc itaq; omnia, passiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurremus, unicuiq; ipsorũ suæ uisionis modũ & in se & in suis ptibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantũ uirtuti uisiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiuæ & ratiocinatiuæ accidunt, cum studio subiũgemus: quæ aũt præmittimus sunt ista.

Forma dicit̃ directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est ꝑpendicularis incidens ipsi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua ꝓducta recta dicto modo non est ꝑpendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis ꝑpendiculariter incidit secundũ aliquod eius punctum.

Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullũ sui punctũ ꝑpendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis ꝑpendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppositione uisus est, cum axis ꝑpendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ꝑpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ ꝓpinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione.

Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuscũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uisa eleuatiora apparere, sub decliuioribus uero decliuiora, & similit̃ sub dexterioribus radijs uisa dexte

 riora

riora apparere, sub sinisterioribus uero sinisteriora. Item sub pluribus angulis uisa ꝑspicatius uideri. Item omnes uisus æqualis dispositionis æque ueloces esse. Item omne totum uideri maius sua parte.

THEOREMA 1.

Ex intemperata proportione circumstantiarũ formarũ uisibilium ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam.

Ex his quæ declarata sunt in libro tertio patet 8. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis cõmunis per 44. tertij huius, Item magnitudo corporis ꝑ 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56, tertij huius. Item sanitas uisus per 16, tertij huius: quodlibet aũt istorũ latitudinem habet ꝓportionatã ad rem uisam: lux enim habet latitudinẽ, quĩ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actũ agendi in uisum, unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minutæ non uidenť in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quæ est magnitudini corporis ꝓportionata. Distantia quoq; uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinẽ habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendiť, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantiæ spacij secundũ quã ipsum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderenť, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruũ situm extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ & occultatũ, & idem corpus situm circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ situs respectu axis cõmunis habet latitudinẽ, quĩ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad corporis magnitudinẽ & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ: si enim partes rei uisæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uisæ, occultabũtur uisui: & si fuerint ꝓportiõales totali uisæ magnitudini, sit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisu, licet ꝓportionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisæ ꝓportionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit paucæ soliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ accideret maiori soliditate in illo corpore existente, quĩ forte color ꝓpter reflectionẽ uehementem luminis impediret uisum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis soliditatem; & si color fuerit obscurus, tũc forte accidet minus solidũ debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per fumos nõ fit uisio rerum minutarũ, sed forte grossarũ, sicut si per ipsa uidereť carta nõ scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendiť à uisu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinẽ habet, in qbusdã enĩ ĩfirmitatibus minutiæ corporis, nisi abscõdanť, in minori spacio ꝑcipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vniuersaliter ergo, quilibet istorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia se alterutrũ respiciunt, scd̃m conuenientes adinuicem ꝓportiones, & q̃dlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat dispositonem, quonim pertractationẽ relinquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

Impos-

II.

Impoſſibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibiliũ, quæ ſunt corporales: omnes autẽ formæ corpales ſunt cõpoſitæ ex multis intentiõibus uiſibilibus particularibus prædictis, ſicut magnitudo non eſt ſine figura, & figura non eſt ſine ſitu, & hæc omnia nõ ſunt ſine colore, & color non eſt ſine luce, & lux nõ diffunditur niſi in corpore: uiſus itaq; nõ comprehendit aliquã iſtarũ partium intentionem, niſi ex cõprehenſione formaꝝ uiſibiliũ cõpoſitaꝝ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet ſimul comprehendit uiſus, & qm̃ nulla intentionũ per ſe ſola complet aliquã formaꝝ corporaliũ ſenſibilium: palam ꝙ impoſſibile eſt uiſum cõprehendere aliquam illaꝝ intentionũ ſolam per ſe, ſed ſemper ſunt plures illarũ intentionũ ſimul in forma ſenſibili congregatæ: uiſus ergo cõprehendit ſimul ſemper multas intentiones particulares, quæ ſolũ diſtinguũtur auxilio uirtutis diſtinctiuæ per imaginationẽ, & ſic demum uiſus comprehendit intentionem particularium quamlibet diſtinctam, quod eſt propoſitum.

III.

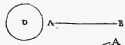
Non ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentur.

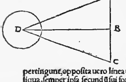
Quod omne qđ uidetur ſub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, & etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu uiſus ad hoc ut actu uideaẽ, palam ergo, ꝙ ſub angulo contingentiæ, qui eſt indiuiſibilis ꝑ 15. tertij huius, non erit poſſibile aliquã rem uideri, omnis enim angulus ſub quo poteſt fieri uiſio, eſt diuiſibilis ꝑ axem pyramidis radialis ſupficiei ipſius uiſus ppẽdiculariter incidẽtem, eo ꝙ omnis uiſio fit per pyramidẽ uiſualem, cuius baſis ſuperficies rei uiſæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus eſt ſub illa axe, & ſub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum eſt in 54. tertij huius, eſt ergo rectilineus, eſt ergo diuiſibilis per 9. primi, & qm̃ maximus anguloꝝ, ſub quo fit uiſio, eſt quaſi rectus, ideo ꝙ diametrũ foraminis uneæ quæ ſubtenditur illi angulo in centro uiſus, eſt quaſi æqualis lateri cubi inſcriptibilis ſphæræ uneæ, uel lateri quadrati iſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ, ut oſtendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri ſemper ſubtendiẽ angulus rectus per ultimã ſexti, qm̃ eius corda eſt quarta circuli. Si ergo uiſio fieret ac ſi lineæ radiales in centro uneæ concurrent, tunc maximus angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſſet quaſi angulus rectus ſolidus, ita ꝙ pyramis uiſualis maxima fieret rectangula, & ſemidiameter baſis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aũt uiſio ac ſi lineæ concurrant in centro uiſus, ut patet per ultimã tertij huius: centrũ uero uiſus eſt remotius in profundo ꝗ̃ centrũ uneæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſt minor recto, ſed non multũ minor, quia illorũ centroꝝ ſphæræ ſcilicet uneæ & oculi, nõ eſt magna diſtantia, & fit axis maximæ pyramidis uiſualis maior ſemidiametro baſis eius, ſed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̃ ſi aliquis ſtet in campo plano erectus, & apetiat oculũ ut amplius poteſt, tunc uidebit quaſi quartam circuli maioris ſphæræ cœleſtis per zenith capitis tranſeuntis, & per anguli huius diuiſionem fit uiſio partium illius, & omniũ rerum illis angulis ſubtenſarũ, quouſq; perueniaẽ ad angulum minimũ, qui ſi diuideretur, non fieret uiſio ſecundũ illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus ſit in infinitũ diuiſibilis, in angulis tñ naturalibus, ſcđm quorũ diſpoſitiõem fit paſſio operationis ſenſibilis, oportet ut ſit ſtatus in diuiſione, quando minus ſenſibile illo non erit, neq; ergo erit uiſio ſenſibilis ſecundũ illum, ſed omnis uiſio eſt ſenſibilis, cum ſit actio ſenſitiua, nulla ergo uiſio erit ſecundũ angulũ minorem illo, non ergo ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidenẽ, & hoc intelligendum eſt ſecundum lineas radiales perpendiculariter ſuperficiebus uiſuum incidentes non oblique, ſecundum quas obliquas fit incerta uiſio, & confuſio formaꝝ rerum uiſibiliũ in uiſu, ut oſtẽdimus in 17. tertij huius, patet ergo propoſitum.

Forma

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter superficiei uisus oppositæ non uidetur, quoniā per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositæ uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.





Esto ut uisui, cuius centrum sit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius à uisu percipi non potest, dico ꝙ tale corpus taliter dispositum nō uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit̄ basis eius diametri penitus insensibilis, secundū qđ non potest fieri uisio per præmissam, in formis tamē alijs uisis fiet per incidentiā formæ huiusmodi corpis aliqua distinctio punctualis insensibilis, qm̄ forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, se formis punctoꝝ circūstantium aliarū formaꝝ immiscebit, & cū non sit de genere illorū, necessario aliquā faciet distinctionē, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum sensibiliter distinguant̄, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, opposita uero linea uisui secundū longitudinē siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundū sui formam ꝓpriam uidebitur, qm̄ tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinē, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundū latitudinem describetur in oculi superficie, secundū ꝙ est in ipsa linea, & per longitudinē sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formā lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.

V.

Superficiei oppositæ uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius centrum una tantum linea, oppositæ uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacunq; superficie per mediū quo ꝓponit̄ formæ omniū punctoꝝ perpēdiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quoniā forma cuiuslibet illorū punctoꝝ facit aliquā distinctionē in uisu per præcedentem, & oīa illa puncta secundū longitudinē incidentia coniūcta cadunt in quadā linea, patet ꝙ illius sup̄ficiei sic dispositæ una tm̄ linea uidet̄, opposita uero linea superficie secundū sui longitudinē uisui forma cuiuslibet suæ lineæ uidet̄ secundū sui formā propriā linearis ꝑ præcedentē: tota ergo superficies secundū sui formā ꝓpriā uidet̄, qm̄ semꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue cōcaua, uel̄ conuexa, qa nō est differentia in illis quantū ad ꝓpositam passionē, patet ergo propositum.

VI.

Corporū uisibus oppositorū solæ superficies à solo uisu cōprehendunt̄.

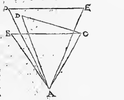
Quia enim à solo uisu corpora uidentur, secundū ꝙ formæ ipsorum uisui se offerūt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundū longum & latum lineæ ductæ à centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aūt est dispositio sup̄ficialis corpoꝝ, ergo uisibus oppositorū solæ superficies à solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphæricum concauum uel conuexū, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corpo-

ribus

ribus omnium planarum superficierũ & columnarũ rotundarum, & pyramidũ & portionum sphærarũ quarũcunq;, semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si nõ esset corpus, sed quædam superficies sic extensa, sine corporis medij inclusione, patet ergo ꝓpositum, quia itaq; passio in lineis uisui accidens, descendit in superficierũ uisionem, & passio in sup̃ficiebus uisui accidẽs descendit in corporũ uisionẽ, sola uero corpora per se uideantur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineæ in illis sunt imaginabilia. Parcendum nobis est, si usuales passiones corporum proponimus per modum passionũ usualium superficierũ uel linearum, quia ꝙ uisibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini solum æstimamus accidere, & ꝙ superficiebus accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire, unde secundũ istorũ conuenientiam superficiebus uel lineis nos posterius utemur.

VII.

Omnium æqualiũ uisibilium qđ à propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidet̃: qđ uero à remotiori, sub minori.



Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, sitq; centrum uisus a, sitq; b c propinquior uisui a q̃ ipsa d e, dico ꝙ b c uidetur sub maiori angulo q̃ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam ꝙ non æquedistant per diffinitionem æquedistantium linearũ, sed neq; concurrent in aliquo alio pũcto q̃ in a, quia sic duæ rectæ lineæ superficiẽ includerẽt, qđ est impossibile, nunq; ergo concurrent alibi q̃ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam, ergo nunq; tangunt lineam d e, nec erit uisio aliquorũ punctorũ lineæ d e secundũ illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ sint lineæ a d & a e siue ergo magnitudines b c & d e æquedistent siue non, ducta à puncto d æquedistante & æquali ipsi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e sunt angulũ b a c diuidẽtes, qa uero angul9 partialis d a e est minor totali angulo b a c, patet id qđ ꝓponebat̃; & similiter demõstrãdũ est, si linearũ b c & c d æqualiũ sit idem terminus, qui est c, uel si sint adinuicẽ declinantes, tũc enim idem accidit ꝙ prius, totũ tamẽ qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uisi axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisi, unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersificantur, patet ergo ꝓpositum.

VIII.

Vnumquodq; uisorum longitudinem habet spacij, ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato, dico ꝙ illa res quæ est g d in ulteriori spacio nõ uidebitur: sit enim positum g d in spacio ulteriori, in quo sit punctus k, si igitur g d uidetur in puncto k, necesse est per præmissam ipsam sub minori angulo uideri q̃ sub illo minimo, qui est uisui determinatus: nec enim sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uisum tam diu potest diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur nisi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propositum.

IX.

Remotio rei uisæ ab ipso uisu non est comprehensibilis à solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis animæ cognoscitiuæ & distinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliqđ spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrũq; extremorũ corporũ & distinguentis inter illa, fit tamẽ talis comprehensio nõ in tempore, sed in instanti, quiescunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cõprehendit̃ remotio, & quia illæ intentiones requieuerũt in aĩa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiã frequentationẽ & iterationẽ formarũ illarũ pluries in uisu factã, nõ indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tẽporalibus apud cõprehensionẽ illarũ intentionũ, sed statim cõprehendit remotionẽ simul cũ rei cõprehensione ꝓpter cognitionem antecedentẽ, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio q̃ illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ꝓpositio, quã etiã aĩa nõ ꝑcipit apud se quiescentẽ, & est q̃ oĩa uisibilia sunt extra uisum, & q̃ inter quãlibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ꝓpositum.

X.

Quantitas remotionis cõprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo q̃ est remotio, q̃m intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorũ duorũ corporũ ꝓpter spaciũ inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omniũ uisibiliũ comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorũ uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporũ, & certificat mensuras illorum corporum, consequenter quoq; certificat remotionis mensurã per mensuras illorũ corporũ & per quãtitates spaciorũ, quæ sunt inter extremitates eorũ: spaciũ enĩ qđ est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionẽ quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cũ uisus apprehenderit mensurã illius spacij comprehendet etiã mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cõprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinara & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cũ ipsorum distantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius q̃ secundum illam lineam à uisibus est remotũ. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à uisu cõprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporũ & spaciorum ipsa interiacentiũ quantitas & mensura à uisu potest cõprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cõprehensio corporum continuatorũ & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotiõis, nunq̃ comprehendetur remotio illorũ corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationẽ: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde ꝓpinquas coelo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum re-

ctitu.

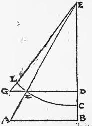
titudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem sibi similium ex uisibilibus prius comprehensis à uisu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundū qđ poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliū, sunt ut plurimū partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehendunt̃ à uisu, ut q̃ sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus aūt terræ interiacens illa corpora, mensurat̃ à uisu ꝑ numerū pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurant̃ partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationē comprehensionis similiū partiū illi parti terræ, quarū partiū mensura quiescit in anima, ita, ꝙ etiam anima nō percipit illarū partiū quietem apud se ipsam, peruenit aūt hæc mensura ad animā, quoniam quātitas spaciorū quæ sunt apud pedes hominū cōprehendunt̃ à uisu, mensurant̃ enī etiam sine intentione per pedes hominū, qm̃ frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurātur per extensiones brachiorū, & uirtus distinctiua cōprehendit istam ueram mensurationē, & certificat ex ea quātitates partiū continuatarū cū corpore hominis uidentis; & hoc quiescens in anima est principiū mensurationis omniū remotionū secundū æstimationē: cū enim uisus cōprehendit super quantitatē partiū terræ sibi uicinarū, remanet apud animā etiam quantitas linearū protensarū ab extremitatibus illarū partiū terræ ad uisum, & quantitas partis superficiei membri sentientis, ad quā peruenit forma illarū partiū terræ, & per consequēs quantitates angulorū perueniētiū in centro uisus, quos respiciūt illæ partes superficierū uisus per ultimā tertij huius: unde si homo erectus aspexerit terrā quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearū radialiū erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus cōtingentiæ, ille angulus secundū quē fit uisio, & cū ꝓspexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primi, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, & quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphæræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæ intentiōes linearum & angulorum in anima quieuerint, fiunt principia comprehensionis quantitatū remotionum quarūcunq;, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimant̃ partibus æqualibus correspondere, & utimur ijs uidens præter intētionē compositionis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorū & augmentatio ipsorū in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in ꝓportione linearū lōgitudinis radialiū quā per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, ꝓpendens ꝙ omne totū est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehēdit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatē remotiōis rerū uisarū secūdum lineas distantiarū suarū abinuicē & à uisu, sicut etiā uisus quoq; per uirtutē distinctiuā cōprehēdit quātitates altitudinū aliquorū corporū eleuatorū sup superficiē terræ, sicut turriū, parietum & moutiū, maxime cū remotio fuerit mediocris, uel etiā altitudo. Cū aūt remotio uel altitudo fuerit maxima, tūc partes paruæ, q̃ sunt in ultimo spacij, nō cōprehendūtur à uisu, nec distinguūtur per uirtutē distinctiuā, qm̃ parua quantitas in remotione maxima latet uisum, nō enim facit angulū sensibilē apud centrū uisus, ꝓpter qđ quantitas illorū nō certificat̃ per 3. huius. Nihil itaq; ex quātitatibus remotionū uisibiliū certificatur, nisi per corpora ordinata & cōtinuata medioeris distantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoq; remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionē rei uisæ remotioni sibi simili ex remotionibus assuetis & notis: remotio uero mediocris, cuius quantitas certificatur à uisu, est remotio apud cuius ultimū non latet uisum pars habens proportionem sensibilem ad totam remotionem, & cum uidens scit quantitatem anguli secundū quā uidet remotionem certam cognitā sibi, tūc secundū excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulū notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

 ignotas

ignotas accipiendo secundū quantitatē anguli & quantitatē ipsius remotionis, & etiam certificat̄ remotio per motū uisus super corpus respiciens remotiones extremorū alicuius superficiei aut spacij generaliter, aut forma rei uisæ cū forma remotionis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cōmuniter in imaginatione simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illā diiudicat modo dicto, patet ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, q̄ maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem.



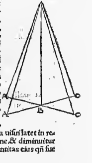
Sint exempli causa datæ duæ æquales & æquedistantes magnitudines, quæ a b & g d, sitq́ centrum uisus punctum e, & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq́ illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq́ ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq́ taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorū perueniant ad uisum: cum itaq́ puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam q̄ oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior à uisu sub minori angulo, patet q̄ linea e a secat angulū g e d, ergo per 29. primi huius ipsa secabit basem g d, sitq́ punctus, in q̄ linea a e intersecat lineā g d, pūctus z, & centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatē semidiametri e z, qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea .s. e b ex hypothesi, & linea e g per 21. primi, secet ergo lineā e g in puncto l, & lineam e b in puncto c, sitq́ ille arcus i z t, quia itaq́ trigonū e g z est maius sectore e z i, & trigonū e z d minus sectore e z t, ergo per 9. primi huius trigonū e z g maiorem habet proportionem ad trigonū e z d, q̄ sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, q̄ sectoris e i t ad sectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̄ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t: sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, q̄ patet per primam sexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius: est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, q̄ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo q̄ maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minorem, q̄ anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim q̄ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.

XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisiuæ est causa, sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiõis extremorũ lineæ uel superficiei rei uisæ causat æqualitatem angulorum ipsorum axium radialium illi lineæ uel superficiei incidentium secundum media ipsorum puncta, ut si lineæ a b c extrema quæ sunt a & c, æqualiter distent à cẽtro uisus, quod est d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypothesi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, sunt æquales. Si uero extrema puncta quæ sunt a & c, inæqualiter distent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & similiter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uisio obliqua. Si itaque linea uel superficies rei uisæ fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionẽ eius ex sensu æqualitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi lineæ uel superficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel superficiei directe uisibus oppositæ, & per 38. 3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & si superficies rei uisæ fuerit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremorũ eius, & etiam angulorum eius, & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuã, quãuis uirtus distinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui spacij obliquationẽ pyramidis continentis ipsum, quasi sentit diminutionẽ magnitudinis basis eius propter obliquationẽ, & nõ cõuenit secũdũ assimilationẽ quantitas magnitudinis obliq uisui oppositæ quãtitati magnitudinis directe uisui oppositæ nisi tũc quã cõparatio fuerit ad angulũ solum, sed si fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uisum & extrema rei uisæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuersitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotissima enim remotionum mediocrium respectu rei uisæ per obliquationem, est minor remotissima remotionũ mediocrium respectu illius eiusdem rei uisæ per directionem. Remotio uero mediocris respectu rei uisæ est in qua non latet uisum pars rei uisæ proportionẽ habens sensibilẽ ad totam rem uisam, tota itaque res obliquata uisui latet in remotione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione, & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius quã fuerit directe uisui opposita, patet ergo propositum.



XIII.

Horizon uidetur quasi periferiæ terræ cohærere, distantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cõcauam superficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cõprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certã remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc solum comprehẽditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ cohærere. Distãtia uero periferiæ horizõtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quàm distantia cenith capitis uidentis qui est polus horizõtis. Quia licet secundum diuersitatẽ illã, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum fiunt, centrum uisus ponitur centrũ mundi, apparet tñ sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficiei terræ quod sentit inter uisum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur; quod enim ex corporum mediorũ sensibili distantia quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior distãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur distantia periferiæ horizontis quàm distantia cenith capitis uidẽtis, & similiter est de qualibet parte alia cœli uisa, propter hoc quod uisus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo propositum.

XIIII.

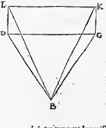
Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cõsequenti cõprehẽsio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum: comprehensio uero quantitatis remotionis est cõprehensio quantitatis uel magnitudinis spacij illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cõprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisa respectu uidentis, & ex cõprehensione quantitatis remotionis, quando omnia hæc simul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p 17. tertij huius, uisio distincta fit ex peruẽtu formarũ secundũ lineas perpẽdiculares super superficiẽ oculi incidentiũ ad ipsum uisum: cũ ergo uisus senserit formã sic aduenientẽ, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uisæ: locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensiõe situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum: cũ itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partẽ membri sentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cõprehendet statim locũ rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.

Sit centrũ uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingentia uel secantia, patet q̃d ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorũ punctis eadẽ est demõstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipsorum partibus uariatis secũdum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad modum certitudinis uisionis: ponatur itaq; g d & k l, æquedistare & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctũ d, neq; forma puncti k ad punctum g, q̃m si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũcto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranseunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisiuæ applicatur ipsi k l, applicatur etiam ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uidetur per suppositionẽ præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.



Visioni

XVI.

Visioni uirtutis distinctiuæ error accidit in remotiōis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Accidit enim uirtuti distinctiuæ in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositioue error in remotione rerum uisarum: existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uiso adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non perpendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiam ex nimia distantia uirtuti distinctiuæ accidit error in rerum uisarum remotiōe ab inuicem, tamē cū si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimū distent inter se, uidebunt tamen quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicē, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimū à se distent in ueritate, propter egressum etiam distantiæ à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiam situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideātur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nō multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis intemperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia unius ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intēperantia etiam dispositionis quantitatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intēperata quoq; soliditate corporū accidit error uisui in remotiōis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehendetur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aër nubilosus, sicut accidit plærunq; in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundū ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aëris nō comprehenditur quātitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, fitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperātia etiā tēporis fit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, q̄d statim uisui subripiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, perpenditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nō plene comprehendit; & sic ex breuitate tēporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponātur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationē, & quia apud

fortes

fortes uisus expertum est, & patet per præcedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis. Aestimabit uisus debilis illud quod est certius esse propinquius, & sic quia fortior color à uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem; & sic fit error in remotione ex uisus debilitate, & etiã quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio formarum, sicut etiam à speculis cum ab uno uisu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter grossitudinẽ aëris extrinsecam uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiuæ error accidit i remotione ex intemperata dispositione circunstantiarum quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per se notis, patet itaq; propositum.

XVII.

Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei & anguli solidi qui fit in centro uisus.

Pars enim superficiei uisus ad quam peruenit forma rei uisæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, secundum quam per 18. 3. huius, fit rei obiectæ uisio, quod est apud centrum uisus semper mensuratur, quamuis uirtus sensitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei; est enim semper proportio illius partis superficiei oculi ad totam sphæricam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87. primi huius, cũ eñ pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18. tertij huius, secatur tamẽ ipsa pyramis quasi æquedistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis resectæ per ipsam superficiem oculi. Magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ; quamuis aũt & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis; quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p 106. primi huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidũ radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali quæ est rei uisæ propinquioris; angulus ergo in centro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus correspondens illi angulo fit minor, & quãto plus approxima t res uisui, tanto plus ampliaẽ magnitudo; semper tñ magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi qui fit in centro uisus, patet ergo propositũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽsæ à uisu secundum oppositionem sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum, nec non suorum terminorum & spaciorum inter uisibilia distinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu, quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed sulum illud quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficiebus eius, quamuis corpus sit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possint lineæ rectæ per secundam 3. huius; sic ergo uisus comprehendit sulam rei superficiem, & si uisus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, sed tantum figuram corporeitatis; quod si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quod uisus comprehendet totam corporis superficiem, tũc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uisa sit apud uisionem, & similiter est de partibus corporis; quantitates ergo quas uisus comprehẽdit per oppositionem, nõ sunt nisi quantitates superficierum & linearum terminantiũ illas supficies uel ipsas

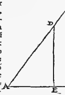
mensurantiũ

mensurantium secundum longum uel secundum latum, & quoniam comprehensis diuersorum corporum superficiebus diuersis & ipsarum terminis, necessario comprehenditur distantia inter illa corpora per comprehensiones partium superficiei uisus non coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacentium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum corporum, nec sunt plures magnitudines quæ uisu comprehendantur, patet ergo propositum.

XIX.

Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

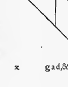
Sit uisus centrum punctum a, & sit res uisa linea b g, sintq; lineæ secũdum quas puncta g & b, perueniunt ad uisum g a & b a, uidet̃ itaq; linea b g sub angulo g a b, sitq; alia res quæ est, d e cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uisu, quia enim uisus a, comprehendit duo puncta d & b, super lineam unam quæ est a b, & duo puncta e & g super lineam unam quod est a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, sed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & pũctus e super punctum g, eorum uero quorum alterum alteri suppositionẽ nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, quĩ secũdũ iudiciũ uisus una ipsarum aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri sub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alta forte altitudinis ipsius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uisu, patet itaq; propositum.



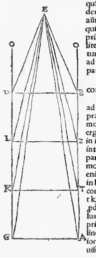
XX.

Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidet̃, & qđ sub minori minus: ex quo patet qđ idẽ sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso, & uniuersaliter secundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel sub eadem obliquitate uisæ.

Esto centrum uisus in pũcto a, & sit res quæ f e uisa sub angulo f a e, ꝓductis quoq; lineis a f & a e, producatur inter ipsas linea g b æquedistanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b sub angulo f a e, quam forte accidet uideri esse æqualem lineæ f e, per præmissam, ut si lineas g f & b e, non contingat uideri, sed uisis lineis g f & b e, uidetur minor, quia est secundum ueritatem per 4. sexti, linea g b minor quàm sit linea f e, cũ linea a g sit minor quàm linea a f, ex hypothesi: ducatur itaq; à puncto e linea æquedistans lineæ a g per 31. primi, quæ secet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq; linea a d, secans protractam lineã e f in puncto h, eritq; linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h est maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e est pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uisus partẽ à toto diiudicat, ꝙ ergo sub minori angulo uidetur, minus uidet̃, sed & quãdoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut potest uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ est æqualis lineæ f e, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uisualis qui est f a e, secundum quam uidetur res remotior, quæ est f e, minor & acutior est quàm conus pyramidis



g a d, & quoniã superficies oculi secat ambas istas pyramides, cũ ipsarum ambarum conus sit quasi in cẽtro oculi per 18. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisæ à pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cũ illæ duæ abscisæ pyramides æqualis sint altitudinis, quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad superficiem oculi extrinsecã, est axis ambarũ illarum pyramidũ abscisarum, pars ergo superficiei uisus ibi figurata ꝑ formã rei uisæ quæ est g d, est maior quàm pars eiusdem superficiei figurata per formam rei q̃ est f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius uisus uirtus sensitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correspondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correspondet angulus minor, quoniam secundũ qđ forma rei uisæ recipitur in superficie organi uisui, secundũ hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit uisio, & secũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uisæ: om̃is ergo res sub maiori angulo uisa maior uidetur se ipsa uisa sub angulo minori, & uniuersaliter in rebus directe uisis secundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uisæ, unde sub duplo angulo uisum duplum uidetur, & sub triplo triplũ, & sic secundũ proportionẽ neruoꝝ. In oblique tñ uisis, uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonũ a e f sit orthogoniũ, ita ut eius angulus a e f sit rectus, diuidaturq́; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, secante lineam f e in pũcto k, nõ propter hoc diuidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineã k e, & sic secũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ semper fit proportio quãtitatis uisæ ad quantitatẽ uisam, neq; em̃ talia uisa secundũ eandem uidentẽ dispositionẽ & sitũ respectu ipsi9 uisus. In cõformibus aũt uisibilibus secundũ distantia & situm & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũstantiã uidendi, quæ patent ꝑ primã huius, semꝑ secundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uisæ, unde etiã illud qđ sub minimo angulo uidetur, minimũ uidetur, & q̃d sub nullo uel insensibili angulo peruenit ad uisus superficiẽ, nullo modo uidetur, ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpositũ.



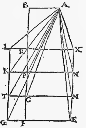
XXI.

Paralellæ lineæ secũdum remotiores à uisu ꝑtes quasi concurrere uidentur, nunq̃ tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuersale est qđ proponitur uisui quocũq; modo se habente ad illas lineas paralellas, siue em̃ uisus sit in illarũ superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio uisui accidit, sit ergo primo uisus in illa superficie, & sint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primã 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarũ superficie uisus qui sit e, uel ꝓpe illam, dico qđ superficiei interiacẽtis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior uisui apparebit latior quàm pars eius à uisu remotior, & ita lineæ a b & g d, quasi concurrere uidebũtur: signẽtur enim puncta æquedistanter, & similiter in lineis a b & g d, quæ sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungantẽ illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z l, t k, a g, quæ oẽs erũt æquedistantes ex hypothesi, & ꝑ 33. primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte, quod patet ꝑ 34. primi huius, palã ꝑ præmissam, q͞a maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́; uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia sic diminuuntur in uisu lineæ latitudinis, palam qđ supficies interiacens lineas minor

uidebitur

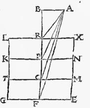
uidebitur, lineæ ergo a b & g d quasi concurrere uidebuntur, nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes, quia semp lineæ latitudinis sub aliquo angulo uidentur, cui in termino uisiõis subtenditur basis cuiuscũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes, si nota uisui quæ sit a, paralellæ subiaceant, quæ sint lineæ l g & x e, ita qđ uisus sit erectus super superficiẽ horizontis, & lineæ illæ sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illæ lineæ secundũ remotiores à uisu partes quasi cõcurrere uidebũtur, dimittatur eñ à uisu a, ꝑpendicularis sup superficiẽ horizontis ꝑ 11. undecimi, quæ sit a b, sintq; ut prius lineæ h e, k n, t m, paralellæ, dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearũ remotiores à uisu quasi cõcurrere uidentur, ducat̃ eñ linea à puncto b, perpendiculariter super lineã x l quæ sint b r, et ũtq; lineæ b r & l x, in eadẽ superficie per secundã 11. & producatur linea b r super lineam g e in punctum f, secetq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t, & ducãtur lineæ l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineæ a r, a p, a t, qm̃ itaq; angulus a b r, est rectus, palamq; superficies a b c, erecta est sup superficiẽ l x, e g, & earũ cõmunis sectio est linea b f, per 19. primi huius, qm̃ illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta est in superficie a b c, & similiter lineæ a p & a t, palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p u & a c m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogonij, si linea p n est æqualis lineæ r x, ex hypothesi, & per 34. primi, qa uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quàm linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo uidebitur linea r x q̃ linea p n, per præmissam, similiterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p, quoniam eadem est demõstratio, est enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ: Si ab æqualibus etc. tota ergo linea l x uidebit̃ maior quàm tota linea k n, eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores uisui uidebuntur strictiores, lineæ ergo l g & x e, uidebuntur quasi concurrere, non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia semper sub angulo aliquo uidebuntur, & eodẽ penitus modo demonstrãdum si lineæ paralellæ uisæ sint uisu superiores, ut si uisu inferius existente lineæ ipsæ paralellæ sint in aliqua sup̃ficie super uisum, ut accidit in tectis domuum, & similibus uisu existente inferius, patet ergo propositum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquedistãtibus obiectis uisui distãtia remotiorũ minor uisui apparet.

Esto ut in præmissa uisus, cuius centrum sit a, erectus in aêre secundũ erectionem uidentis, in superficie quoq; horizontis subiaceant uisui lineæ æquales & æquedistantes, & secundũ æqualẽ distantiam ab inuicem distantes, quæ sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positæ ut linea b e sit uisui ꝓpinquior, aliæ uero suæ nominationis ordine sint remotiores à uisu, dico quod linearũ k n & t m, distantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum eñ istæ lineæ sint æquales & æquedistãtes, quæ sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 30. & per 33. primi, linea l g æqualis lineæ x e, & ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis super superficiẽ l x, g e, & facta demõstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35. primi huius, qm̃ in trigono orthogonio a b f, partes æquales sunt abscisæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c, & e f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, ꝑ 10. quinti, linea ergo r p ꝑ 20. huius, uidebit̃ maior q̃ linea p c, et linea p t maior q̃ linea e f, Remotior ergo istaꝝ distantiatũ quæ sunt r p, & p c, et e f, minor ap

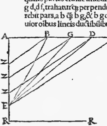


paret uisui per 20. huius, & hoc est ꝓpositũ. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas paralellas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiusdẽ uisibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, sintq́; æquales partes eiusdẽ uisibilis sup lineã æquedistantẽ lineæ r t collocatæ, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq́; perpendicularis a e, in qua sit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, sit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per

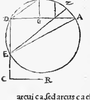


penultimã primi palã est, manifestũ est ergo, qm̃ ps a b, est ꝓpinquior uisui oĩbus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur em̃ lineæ p quas accedunt formæ punctoꝝ ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 31. primi, linea b z æquedistãs lineæ g e, quia igĩt in trigono a e g, linea b z æquedistat lateri e g, palã per secundã sexti, qm̃ est ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, sicut lineæ a b ad lineã b g, sed linea a b æqualis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo linea a z est æqualis lineæ z e, sed p penultimã primi linea z b est maior quàm linea z a, ergo linea b z est maior q̃ linea z e, angulus ergo z e b p 18. primi, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primi, æqualis est angulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistãtes, quæ sunt z b & e g, ergo angulus a e b maior est angulo b e g, ergo p 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, sub maiori em̃ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquedistãte lineæ e d, eadẽ est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ sunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipsas imaginata æquedistet lineæ g e uel g t, & hoc est ꝓpositũ.

XXIIII.

Aequalium diuersorũ uisibiliũ secundum eandem rectam lineam æque distantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uisui obiectorũ, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secũdũ lineã a d, quæ sit æquædistans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝝ cõcauorũ, & sint inæqualiter distãtes à cẽtro uisus qđ sit e, ducãturq́; lineæ à terminis uisibiliũ ad centrũ uisus, quæ sint e d & e a, & sit linea e a maior q̃ linea d e, dico qđ g d apparebit uisui maius q̃ a b, ꝓducantur em̃ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, describatur circulus p 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in



punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis sup a d, p 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã sit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquedistãs lineæ g k, erit ergo p 29. primi linea b c, ꝓpendicularis super lineã a d, seceťq; periferiã circuli in pũcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ꝑtes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, qm̃ illæ sunt æquales ex hypothesi, & à pũctis sectionũ sunt duæ lineæ ꝑpendiculares sup lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ sunt g k & b c, erit ergo p 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, sed & linea a b est æq̃lis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, qa uterq; rectus, ergo corda k d æqualis est cordæ c a, p 4. primi, ergo p 27. tertij, arcus d k æqualis est arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcũ z a cadit angulus

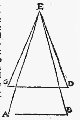
a e z,

a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimã sexti angulus l e d maior est angulo z e a, sed sub angulo a e z, uidebitur linea a b, & sub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uisui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod est propositum.

XXV.

Aequaliũ & æquedistantiũ magnitudinũ inæqualiter à uisu distantiũ, ꝓpinquior semꝑ maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter suis distãtijs uidetur.

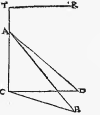
Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo, cuius centrũ sit e, sitq́ꝫ uisui propinquior g d q̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d q̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́ꝫ g d sub angulo g e d, qui est minor angulo a e b, ut parte sua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior q̃ linea a b, & hoc eodem modo demonstrandum, siue centrũ uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis: ut si uisus sit altior rebus uisis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter suis distantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris secundũ apparentiam ad a b minorem, secundũ apparentiã sit sicut b e distantiæ maioris ad d e distantiam minorẽ, qm̃ ut patet per 11. huius maior est proportio b e distantiæ maioris ad d e distantiæ minorẽ, q̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d est maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior q̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter suis distantijs, quoniam distantiarum maior est proportio, & hoc est propositum.



XXVI.

Om̃e uisibile obliquatũ à uisu minus uidetur se ipso secundum proximum sui terminũ directe uisui opposito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, sitq́ꝫ centrum uisus a, & sit uisibile obliquatũ à uisu b c, ducanturq́ꝫ lineæ a b & a c, & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducat̃ linea c d, æqualis lineæ c d, & æquedistans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri potest per 39. tertij huius, illa ergo directe uisui opponetur per suppositionẽ, ducat̃ quoq́ꝫ linea a d, & quoniam per a huius linea c d sub maiori angulo uidetur q̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uidet̃ linea c b obliquata q̃ sita æqualis, quæ est linea c d directe uisui opposita secundum proximũ terminũ ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c, & hoc est propositum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu nisi auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli qui formantur in centro uisus, & partes superficierũ uisus, secundũ quas fit cõprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundũ approximationẽ & remotionem eiusdẽ rei, & secundũ eandem directionem uel obliquationẽ se habentis ad uisum & ad axes radiales. Virtus ergo distinctiua distinguens quantitatẽ ueram rei uisæ, non considerabit solum angulũ uel solum remotionem, qm̃ neutrũ illorũ per se sufficit, sed considerabit angulũ & remotionẽ simul: quãtitates ergo ueræ ipsoꝝ uisibilium nõ cõprehendentur nisi per distinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit simul, & erit ipsius basis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, est superficies rei uisæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ est linea remotionis rei uisæ à uisu. Cõsideratio uero uirtutis distinctiuæ ipsius superficiei est semper in parte colorata superficiei uisus, angulo dicto correspondenti cum cõsideratione remotiõis ipsius rei uisæ à superficie uisus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ superficiei uisus semper est secundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nō est autem in illa cōsideratione uirtutis distinctiuæ inter remotiōem rei uisæ à superficie uisus & remotionem eius à centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiōis, secundū quantitatē extensiōis istarum linearū à centro uisus usq; ad terminos rei uisæ, & quomodo cū hoc cōprehenderit quantitatē remotiōis rei uisæ per 10. huius, tunc imaginabit quantitatē lōgitudinū istarum linearū & quantitatē spaciorū, quæ sunt inter ipsarū extremitates, quæ spacia sunt diametri rei ipsius uisæ, qm̄ ergo uirtus distinctiua imaginabit quantitatē anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitatē lōgitudinis linearum radialiū, & quantitatē situs ipsorū adinuicem, & quantitatē spaciorū quæ sunt inter extremitates eorū, tunc ipsa cōprehendet quantitatē rei uisæ secundū suum esse, qm̄ tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uisæ, remanet incōprehēsum. Hæc est itaq; qualitas cōprehensionis magnitudinis rerum uisarū, & fit plurimū ꝓpter assuetudinem uisus indistinctæ remotionis uisibiliū, qui quando senserit formā & remotionem rei uisæ, statim imaginabitur quantitatē loci & quantitatē remotionis, & ex ijs cōprehendet magnitudinē rei uisæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominē uidentem distantia inter hominē & nemus aut parietē uisum, quāuis illa distantia secundū ueritatem sit plurima, tunc uidebit propinquitas hominis ad nemus uel, ad parietem: & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concauum nemoris, & tunc per 19. huius uidebūtur homo & nemus aut paries eiusdē altitudinis, qm̄ sub eodem angulo uidētur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore: ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uisi sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta lignum & castrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus: sed cum lux est dubia, & æstimata sunt illa uisa fuisse fantasmata à uidentibus: non accideret autē aliquid talium luce existente in temperamento, qm̄ tunc distantia hominis à nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundū terminū ipsius apparentem mēsuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̄ si in aliquo loco statuatur aliqđ corpus fortis coloris, nō latebit uisum: q; si in eodem loco ponatur corpus æquale priori, sed coloris debilis, non uidebit illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex colorū identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positū effusa aliqua albedine in superficie terræ interiacentis uisum & rem uisam, nō uidebit; remota uero albedine spacij interiacentis, statim forma illius albi corpis cōprehendet, fit ergo tunc occultatio ex cōuenientia colorū, qm̄ si loco illius albi corporis ponatur corpus æquale sibi alterius coloris, unde uidebit ipsum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiam lōgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm̄ tunc uidebit res multo minor q̄ sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improportionales suo toti absconduntur uisui, quia nō potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniā pluta insensibiliter abscōdita faciunt rei sensibilem ablationē, quæ nō fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̄ corpus approximatū oculo, uidetur maioris quantitatis q̄ sit reuera, quoniam ꝓpter magnitudinē anguli corpus uidet maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundū quantitatē enim ampliorem anguli pyramidalis amplior superficies uisus informat, ut patet per 87. primi huius; unde secundū quantitatē illius anguli & elongationem corporis fit æstimatio quantita

titatis rei uisæ, ut præmissum est in præcedente ꝓpositione, nec enim longitudo distantiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nõ sit capax totius quantitatis radialiũ linearũ, nec potest certitudinaliter mensurari, & ꝓpter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam longitudinẽ. Vera aũt remotio corporis attendit̃ secundum lineam à centro uisus ad superficiẽ rei præcedentẽ, respectu cuius lineæ semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nõ facit aliquã sensibilẽ errorem in longitudinis situs æstimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantiã, tunc fit semidiameter oculi ꝓportionalis distantiæ corporis ꝓportione sensibili, erit enim aliqñ maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiõe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi; unde in tali ꝓprietate rei uisæ magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lõgitudinis æstimatæ respectu, uere inducunt sensibilẽ apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiã situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se æqualia, quorũ est unum post aliud in ordine dispositũ, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qđ est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut nigil stans in turris alicuius eminẽtia, uidẽs homines uel arbores æquales, inæqualiter à se distantes, ꝓpinquiores sibi æstimat altiorẽ. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisæ accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorũ unum sit modicũ maius alio, aut in sola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipsorum, forsitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimensione, qm̃ paruitas illius excessus nõ sentitur ꝓpter sui paruitatem, nõ enim excedit fines temperantiæ respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enĩ angulata corpora angulorũ, quia patum solida sunt, qñq; nõ uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniã in aëre nubiloso obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, ꝙ corpus uisum maius apparet q̃ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cũ tractatũ de ijs quæ uidentur per medium secundi diafoni faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio sæpius per aliquod spacium uelociter mouetur, apparet totum spacium ignitũ, quia nõ perpenditur quantitas temporis propter uelocitatẽ motus ticionis, & sic ignis paruus æstimat̃ maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutã, patet ergo propositum.

XXIX.

Visio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitæ remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisæ, siue partiũ eius oppositionem ad uisum secundũ directionem uel obliquationẽ, siue dicat ordinationẽ superficierum rei uisæ, uel partium eius apud superficiẽ ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierũ apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quæ sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciorũ, quæ sunt inter quælibet duo uisibilia simul cõprehẽsa à uisu, semper accepto situ secundũ quẽcunq; istorũ modorũ: hæc omnia & singula cõprehẽdit uisus, ut hæc sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semp cõprehendit quẽlibet motũ situs, cõprehensa remotione à uisu uel inter se, quæ debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppositio rei uisæ ad uisum, quæ quidem situs est, cõpo

componitur ex remotione rei uisæ à uisu,& ex parte uniuersi,in qua est res uisa respectu uisus:comprehensio autem remotionis rei uisæ est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima,ut ostensum est per nonam & per 10.huius. Cum ergo uirtus distinctiua cōprehendet locum rei uisæ & suam remotionē,tunc uisibilis cum illis cōprehendet rei oppositionē:uerus autem locus rei uisæ comprehenditur ex situ ipsius uisus,& ex situ ipsius rei uisæ apud uisionem,quoniã uisus nō cōprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquū uisui & locum propinquū ei:uirtus enim distinctiua cōprehendit omnia loca rerum locatarū per comprehensionem remotionis & partis uniuersi,ad quã est illa remotio,ut patuit per 14.huius:unde etiam comprehendet locum oppositum uisui apud cōprehensionem rei uisæ, & quoniã uisui ablato ab illa re uisa,destruitur uisio illius rei,tunc uirtus distinctiua cōprehendit q̃ res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisæ, & secundū hunc modum distinguuntur loca uisibilium,quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorū in superficie membri sentientis,ad qđ perueniunt formæ uisibilium distinctorum. Sicut itaq; loca uocum & sonorum comprehendontur à sensu auditus,& deinde mediante auditu à uirtute distinctiua,ita loca uisibiliū comprehendūtur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisæ peruenerit in superficiem uisus,sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma,& ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco,comprehendet uirtus distinctiua locum rei uisæ, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam,ipsa ergo comprehendet locum rei uisæ, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formæ à uisu sentiente. In perueniendo ergo formæ uisæ ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisæ,& partem superficiei uisus,quæ illuminatur & coloratur ab ista forma,& uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisæ,& per consequens oppositionem ipsius totius rei uisæ & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul:situs ergo oppositionis rei uisæ & partium eius ad uisum comprehendit à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuæ,quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarū extremitatum auxilio uirtutis distinctiuæ.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies,uel spacia,ut super illa perpendiculariter erecti,tunc uisus comprehendit superficiem rei uisæ,& remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti,tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam,& iudicabit uirtus distinctiua superficiē illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisæ diuersam,& à puncto coniunctionis axium extra lineam,in quam incidunt axes perpendiculariter,non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta æqualis remotionis à superficie uisus,tūc comprehendet illam superficiem obliquatam in eius oppositione,& uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatā:& similiter est de situbus linearum & spaciorū cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionē & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ,& ista æqualitas directionis & diuersitas obliquationis multotiens comprehendātur à sentiente per solam æstimationem & per signa:in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium,quod est obliquatum,quasi sit directū,quando scilicet non perfecte cōprehenditur diuersitas,quæ est inter remotiones extremitatum eius;unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat,oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris,quia etiã in magna distantia,parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet secundū modum prædictum superficies aliqua,uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamē pars illius superficiei,lineæ uel spacij per se directe opponitur uisui, quoniā axes

axes radiales ubicunq; extra unum punctũ perpendiculares incidãt, semp incidũt oblique, & secundũ angulos inæquales per 10. primi huius. Si aũt supficies, lineæ uel spacia æquedistẽt axibus uisualibus, nec secent ab illis, opponant aũt uisui, tũc etiã situs ipsorum in directione & obliquatione cõprehenditur à uisu per remotionẽ suarum extremitatũ, & potest fieri proportio istorũ ad superficies, lineas uel spacia quæ secant axes radiales, quibus axibus ipsa æquedistant, patet itaq; illud quod proponebatur.

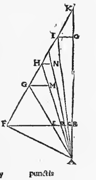
XXXII.

Situs partiũ & situs terminorũ superficiei rei uisæ, aut situs superficierũ eius adinuicem, & situs plurium uisibiliũ simul uisorum ex comprehensiõe diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiũ ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ.

Quoniã enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisæ puenit ad aliquã partẽ superficiei uisus, ad quã peruenit forma totius rei uisæ; unde cũ superficies rei uisæ fuerit diuersorum colorũ distinctorũ, tunc erit forma perueniẽs in uisum diuersorum colorũ, & erũt partes eius distinctæ secundũ directionẽ partiũ superficiei rei uisæ, tunc itaq; uisus sentiet quãlibet partẽ formæ uisæ ex sensu colorum illarũ partiũ & lucis quæ est in eis, & sentit loca formarum partiũ in superficie uisus ex sensu colorum partiũ illarũ & lucis earum, & uirtus distinctiua cõprehendit ordinationẽ illorum colorũ ex cõprehensione diuersitatis partium formæ, & ex cõprehensione differentiarum ipsarũ partiũ, & sic cõprehendit aliqd cõtiguũ & aliquid separatũ, similiter etiã est de ipsis uisibilibus contiguis uel disiunctis. Situs uero partium rei uisæ adinuicẽ secundũ accessionẽ & remotionem, uel secundũ præeminentiã unius ipsarum super alterã, & profundationẽ unius ipsarum sub altera cõprehenditur à uisu ex cõprehensione quantitatis remotionis partiũ secundũ magis & minus: termini aũt superficiei rei uisæ ac superficierum eius, quæ sunt lineæ ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorum cõprehenditur à uisu per cõprehensionẽ partis superficiei eius, in qua puenit color ipsius superficiei rei uisæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eius & p cõprehẽsionẽ terminorum illius partis ordinatiõis auxilio uirtutis distinctiuæ, & quoniam oĩa ꝓposita secundũ hunc modum cõprehenduntur, patet ergo illud q̃d ꝓponebatur.

XXXIII.

Oĩs linea uel supficies rei uisæ directe uisibus uel uisui opposita pfectius uidetur q̃ obliquata, & secũdum quãtitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.



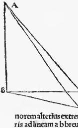
Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisæ directe uisibus oppositæ, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, sitq; superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitq; linea a d perpendicularis super lineã b f, ducanturq; à centro uisus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes ꝓducantur ad superficiẽ obliquatam. Incidat linea a e in punctũ g, & linea a d in punctũ h, & linea a c in punctũ i, & linea a b in punctũ k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothesi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior q̃ linea f d: & si à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ f d per 31. primi, quæ sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior q̃ linea e d: & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquedistans lineæ d c, quæ sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior q̃ d i, eodem quoq; modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo φ eidem angulo, qui fit in centro uisus, semper subtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, φ̃ lineæ directe oppositæ uisui: partes itaq; superficiei rei uisæ directe uisui uel uisibus oppositæ æqualiter distantes à puncto axis, uel à puncto coniūctionis, similiter uisiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quæ sunt in ipsa: superficies nota obliquata uisibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum uisum uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad uisum siue extra axes: & etiam si distantia sit mediocris ipsius superficiei obliquatæ à uisu, partes enim superficiei illius æquales partibus superficiei directe uisui oppositæ, ut patet ex prædemonstratis, sub minori angulo uidentur, quoniā si essent directe uisibus oppositæ, quia lineæ suarum extremitatum à centro uisus productæ, minoribus angulis subtenduntur, sic ergo totales illæ superficies instituuntur in superficiebus uisus, quasi congregatæ propter suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius uisus, quæ est informata superficiei obliquatæ, est paruus & sensibiliter minor, eo φ faceret eadem superficies uisibus opposita directe, uel superficies aliqua alia æqualis superficiei obliquatæ, quia ergo ipsa supeficies uisus informata ex illa obliquata superficie est minor, & partes paruæ illius superficiei obliquatæ incidunt angulis quasi insensibilibus ꝓpter maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uisus ad extremam illius partis, fient quasi linea una, qua propter sentiẽs non comprehendet angulū contentum inter illas, neq; partem quam distinguūt ex supficie uisus: tota ergo supficies obliquata uisui multū amittit sensibilitatis, q̃a si in ipsa fuerūt subtiles aliq̃ intentiones, non cōprehendent̃ à uisu ꝓpter latitantiā suarum partiū paruaꝝ, & qm̃ superficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpositæ passionis, ideo secundū quantitatẽ obliquatiōis fit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

Excessu remotionis nimio existente, res à uisibus obliquata quandoq; uidebitur directe opposita.

Quoniā enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit̃ secundū quantitatem diametrorū rei uisæ, ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundū quantitatem diametroꝝ rei uisæ: quæ enim magno uisibili non est nimia distantia à uisu, hoc minori uisibili est nimia, qm̃ non eodẽ modo in eadem distantia maius & minus percipiūtur à uisu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq; centrum uisus a, & res uisa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui sit b propinquior sit uisu, sitq; illa res uisa sub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor φ̃ ipsa res uisa, quæ b c à proximo sui termino ad uisum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus uisis maior est proportio distantiæ maioris ad distantiam minoris, φ̃ sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ remotione distantiarum proportio distantiæ maioris unius extremorum rei uisæ, ut in proposito ipsius c ad distantiā minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentiæ insensibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quasi directe uisibus opposita cum sit obliquata, & hoc est propositum.



XXXV.

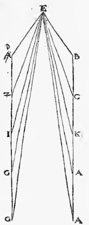
Omne uisum existens extra cōmunẽ axem in uno tantū axe uisuali, uel ꝑ radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.

Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, semper defert punctum, cui incidit ad punctũ medium nerui cõmunis, cui semper inhæret terminus axis cõmunis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundũ qđ est, & instituitur forma in concauitate cõmunis nerui in uno loco, & cõtinua sibi adinuicem secundũ continuationem rei uisæ, & punctus rei uisæ qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem cõmunem, uidetur tamen in loco propinquiori cõmuni axi, ꝙ sit in suo uero loco, tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori cõmuni axi, ꝙ sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quæ est apud extremum axis: & si axes amborũ uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem cõmunem, uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, ꝙ sit in suo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso, tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde hæc dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multũm assueta, tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus, qđ tamen non est uerum, patet itaq; propositum.

XXXVI.

Omnium uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum, quæ sunt à dextris in sinistram, & quæ in sinistris ad dextram educi uidentur partem.



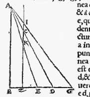
Sint duo uisibilia secundũ sui longitudinem ante oculos extensa, quæ exempli causa sint æquedistantia, & sint a b & d g, sitq; centrum uisus e, ducanturq; lineæ ad puncta illorum uisibilium in sinisteriori quidem parte quæ sit a b, ducantur lineæ e b, e t, e k, e a, & in dexteriori quæ sit g d ducantur lineæ e d, e z, e i, e g, dico ꝙ lineæ e z, e i, e g uidentᷣ quasi in partem sinistram productæ, & lineæ e t, e k, e a uidentur quasi ꝓtractæ in partem dextrã, sit eni linea e d ꝑpendicularis sup lineam d g, & linea e b ꝑpendicularis super lineã b a, erit ergo per 19. primi linea e d breuior oĩbus lineis e z, e i, e g, & linea e b breuior oĩbus lineis e t, e k, e a: lineæ ergo e d & e b minimã à uisu denotebũt distantiam linearꝫ g d & a b, secundũ illas ergo lineas ꝑfectior fit uisio partiũ rerũ uisarꝫ q̃bus incidũt ꝑ 23. h9, linea ergo e d apparebit dexterior oĩbus lineis suo uisibili incidẽtibus, & linea e b sinisterior, illis q̃ q; lineis ꝓpinquis incidẽtes mutabũt situs dispositionẽ sc̃dm recessum ab illis lineis, eritq; linea e z dexterior ꝙ illa linea e i, & linea e i dexterior ꝙ linea e g: palã ergo, qm̃ linea e g uidetᷣ in sinistra à linea e i, & linea e i similiter uidetᷣ in sinistra à linea e z, eodẽ quoq; modo uidebitur linea e a in dextrã educi à linea e k, & linea e k uidetur in dextrã educi à linea e t: punctũ ergo z plus approximat ad sinistrã ꝙ punctũ d, & punctũ i plus ꝙ punctũ z, & punctũ g pl9 ꝙ punctũ i: tota ergo linea d g uidetᷣ sinistrari, & tota linea b a uidetᷣ dextrari, qm̃ pũcto b existente sinistro, punctũ t uidetᷣ plus dextrũ illo: & itẽ punctũ k plus dextrũ pũcto t, & punctũ a plus dextrũ puncto k, patet ergo ꝓpositũ, qm̃ similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandũ, q̃ enim sub dexterioribus radijs uidentᷣ, dexteriora apparẽt, & quæ sub sinisterioribus sinisteriora, ut patet per suppositionẽ huius, hæc aũt omnia accidũt, q̃a lineæ paralellæ sc̃dm remotiores sui à uisu partes cõcurrere uidentᷣ ꝑ 21. huius, & hoc est propositum.

XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium, remotiores à uisu, altiores uidentur.

Sit centrum uisus a in altiori situ collocatũ, quoniam superfi-

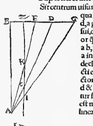
cies rei uisæ in qua sint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́; lineæ a b, a e, a d, a g, sitq́; causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, quoniam in alijs sitibus maior est diuersitas, dico quod linea g d altior uidetur quam linea d e, & linea d e altior quam linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quæ fiat altior quam linea a b, quoniam ergo punctorum formæ e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, quam perueniant ad punctum a centrum uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior est puncto t, & punctus t puncto k, ideo quod linea a t maior est quam linea a i, & linea a k maior quam linea a t per 18. primi: & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctum d, & in linea in qua est punctum k, est etiam punctum e; per comprehensionem uero punctorum d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, quoniam cum linea g d eleuatior apparebit quam linea d e, & similiter d e apparebit eleuatior quam linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionem huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundum illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, quod multum exaltato uisu superficies planæ iacentes longe à uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctorum ad uisum per modum circumferentiæ circa centrum uisus propter æqualitatem uirtutis uisiuæ, patet ergo propositum.



XXXVIII.

Superficierum uisui superiacentium remotiores à uisu decliuiores uidentur.

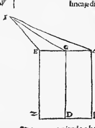
Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum quam superficies rei uisæ, in qua sint lineæ b e, e d, d g, & ducantur sicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico quod linea d g apparebit decliuior quam linea d e, & linea d e decliuior quam linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquedistans lineæ a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur quam forma puncti d, & forma d decliuior quam forma puncti e, & forma puncti e decliuior quam forma puncti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorum e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniam itaque, ut ostendimus in præmissa, linea a t est maior quam linea a i, & linea a k minor quam linea a c; & secundum harum linearum dispositionem fit forma illorum punctorum uisio, palam ergo, quoniam centro uisus & ipso uisibili sic dispositis. Remotiora igitur à uisu, decliniora uisui occurrunt, quam propinquiora, & hoc est propositum.



XXXIX.

Aequalium magnitudinum sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

Sit centrum uisus punctum i, & sint uisæ æquales magnitudines, quæ sub ipso uisu sint erectæ, quæ sint a b, g d, e z, sitq́; a b remotior à uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrum oculi punctum i, eleuatius existens illis magnitudinibus, ducanturq́; lineæ i a, i g, i e, dico quod magnitudinum illarum a b apparet altior quam g d, & g d altior quam e z, quoniam enim linea i a est eleuatior quam linea i g, & linea i g eleuatior quam linea i e, & in linea cui incidunt lineæ i a, i g, i e sunt puncta a g e, & per 37. huius uidentur puncta remotiora uisui altiora, puncta uero a g e sunt in magnitudinibus a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior quam ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

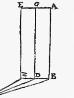


paret

paret altior quàm ipsa e z, quod est ꝓpositū, & qa de qualibet magnitudine lōgiori potest abscindi æqualis breuiori. Ideo in oībus magnitudinibus subiacentibus uisui præsens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidētur altiores, quàm sint secundum ueritatem.

XL.

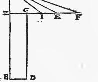
Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.



Esto sicut in præcedenti centrum uisus punctum i, & sint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ superstantes uisui, sitq; a b remotior uisui quàm aliæ, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmissa lineæ i b, i d, i z, quoniā ergo sicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineā i b, est decliuior modo uisui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quæ puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quæ est a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc est propositū, est aūt uniuersale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectæ accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autē idem.



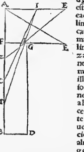
Sint duæ uisæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrū uisus punctum e, ducaturq; linea g e perpendicularis super lineā g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineæ a b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipsi uisui, nisi sola forma pūcti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficiei ab eodem pūcto ductas perpendiculariter insistere est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex præmissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundū hoc aūt diuersificatur in uisu quantitas lineæ a z, semper tamē illius lineæ a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspecti accedente uisui secūdum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentē, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundū aliā uero lineā accedente uel recedente uisu, accidit ecōuerso.

Sint ut in præmissa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente pūcto a qui sit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d subiacebunt uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta à centro uisus ad magnitudinem altiorem, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pūctum a sit altius quàm punctum g, perueniatq; forma alicuius pūctorū lineæ a b, quod sit z per

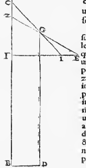
uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit linea secundum quam aduenit illa forma linea z e, sub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est linea z b, accedat autem uisus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uisum, sub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam linea a t est maior quàm linea z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit linea z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu fit minor, & hoc est propositum primum; secũdum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso,



nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in pũcto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius pũctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ linea z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem linea æquedistãte horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.



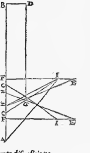
Hæc non differt in hypothesi à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacentia uisui, In hoc uero sunt superstãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitatum b & d, & sit linea b d æquedistans horizonti, sitq; centrũ uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; linea z g e, sub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars decliuior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur linea t g i, sub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor est quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uisa sub angulo, t i f

lo t i f maior est quàm linea z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc est primum propositorum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducãtur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uisum ergo à pũcto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z linea ergo z a est maior q̃ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiuæ error accidit in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non fit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ potest comprehendi, nec eñ est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima linea omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidit uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ sint diuersæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo fit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatiõe obijciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidit in oris crepusculaⷭribus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uisui in situ, cũ aliquid occurrit uisui subito, quod statim recedit, hoc enim forte directe uisui oppositum reputabitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate fit error uisui in situ, ut si ab obliquata distãtia licet temperata corpus aliquod in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cũ tamen sit obliquatio secundũ uerum.



Sic ergo in situs uisionẽ uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione

octo

octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ.

Quoniam enim formæ rerum deſcribuntur in oculi ſuperficie ſicut ſunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ ſecundum figuram quæ deſcribuntur in oculi ſuperficie ſic perueniũt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurãtur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima ſecundum ſui diſpoſitionem, tũc patet quod forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cõprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ, & ſimiliter cõprehenditur circularitas cuiuslibet partium ſuperficiei rei uiſæ, certificatur aũt hæc uiſio cũ uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unũ per totam circumferentiam rei uiſæ aut partis eius, ſic enĩ ex certificatione ſituum terminorũ formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex cõprehenſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiũ rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiũ rei uiſæ ſuper inuicem, patet ergo propoſitum.

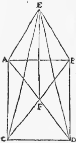
XLVI.

Figura rectilinea cõprehendit͂ à uiſu ex ſuorũ terminorũ cõprehẽſione.

Qm̃ enim figura eſt quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum ſunt lineæ quæ comprehendũtur uiſu non decepto ſecundum ipſarum ſituationẽ in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ, palam ergo quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi, & hoc eſt propoſitum, ſed in his omnibus uiſus requirit diſtãtiam mediocrem & alias circumſtantias uiſui debitas, ne forte fiat deceptio in ipſo uiſu.

XLVII.

Planicies ſuperficiei ſecundum mediocrem diſtantiam directe uiſui oppoſitæ comprehenditur, & ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationis ipſarum.



Sit ſuperficies plana a b c d, & ſit centrum uiſus e, à quo ducatur ſuper datam ſuperficiem perpendicularis e f, & quoniam ſuperficies illa eſt directe uiſui oppoſita, ſic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, diſtantia quæ ſunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cõtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtãtiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ ſint ꝑpendiculares ſuper lineã e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales, ſuperficies itaq; a b, c d, ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu, ſed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, centro uiſus productis illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis cõcluditur æqualitas, tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſui partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f, conſimiliter peruenit ad uiſum, tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum, & hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales nõ incidant ad medium, nihilominus per eandem demonſtrandum, ſemper enim termini cuiuslibet partium ſuperficiei erunt lineæ rectæ, ſuperficies ergo eſt plana.

XLVIII.

Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partiũ mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrē distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphæricæ superficiei, si à centro uisus ad centrum sphæræ linea recta ducatur, aliæq; præter centrum lineæ plurimum producātur, patet per 73. primi hujus, quod sola illa quæ centrū transit, est ppendicularis super sphæræ superficiē; aliæ uero oēs lineæ à centro uisus ad illā sphæricā superficiē productæ, sunt sup illā superficiē incidētes oblique, erit ergo p 8. tertij, pars perpendicularis interiacens centrū uisus & superficiē sphæricam omniū aliarum linearū breuissima, ergo secundū illā fit pxima approximatio ad uisum, & oēs circuli secundū punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphæræ descripti, erūt uisui proximiores secundū illa puncta, & secundū alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ppinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, oēs lineæ à centro uisus ad periferias maiorū circulorum productæ sunt longiores lineis ppinquioribus ipsi perpendiculari, ex cōprehensione ergo propinquitatis partium mediorum in illa superficie, et remotione aliarū partiū quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partiū mediarū quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiū superficiei uidetur gibbositas, quæ est causa conuexitatis, & qm̄ in omni pūcto supficiei sphæricæ secant se circuli magni trāseuntes per centrū illius sphæræ, & oēs lineæ quæ lineæ breuissimæ utrunq; æque ppinquant sunt æquales, ideo secundū æqualem distantiam à perpendiculari fit æqualitas omniū linearū ad sphæræ superficiē à centro uisus productarū, & apparet deflexio gibbositatis æqualis secundū omnē differentiā positiōis in sphæricis superficiebus maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarū, tunc fit eadē demonstratio pductis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorū æquedistantiū basi, alijs quoq; lineis pluribus ab eodē centro uisus non perpendiculariter per eosdē circulos pductis, cōplebitur demonstratio ut prius, & si illæ supficies quæcūq; obliquatæ sint ad uisum, nihilominus p eadē est demōstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partiū inæqualis distantia propositū cōcluderet de irregularibus cōuexitatibus per eadē fit cōprehensio in uisu, patet ergo ppositum, uniuersaliter enim cōuexitas comprehenditur à uisu ex ppinquitate partiū mediarū, & æquali remotiōe partiū extremarū, patet ergo qđ ppōnebat.

XLIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partiū mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

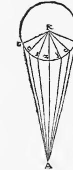
Per eadem q̄ in præcedenti demonstrandū, & similiter per omnē superficiē transcurrendū, semp enī per 8. tertij, linea à cētro uisus ad centrū sphæræ uel circuli pducta, quia continet diametrum, est omniū longissima, & sibi ppinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & oēs æqualiter ab illa distātes sunt æquales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua, & si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, secūdū arcualitas terminorū fit superius secundū inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

L.

Centro foraminis uneæ & circunferentia circuli in eadē supficie existentibus, circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis uneæ centrū a, in eadem existens superficie, cū circunferentia circuli uisi, ita q̄d plana superficies circuli imaginata pduci, secet sphærā oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli sit g b, & eius centrū k, & à punctis illius circūferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a, quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundū quas lineas formæ illorū punctorū accedūt ad uisum, dico qm̄ arcus b g, apparet uisui linea recta, ducātur enī à centro illius circuli lineæ k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, qm̄ ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniā

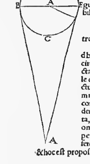
pars eius est, ergo per 20. huius, palã est, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, quõ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior quàm k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior quàm k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, quõ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e propinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctũ b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniũ breuissima, & linea a e breuior sit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinẽ aliqualiter accedens, patet ergo propositum, & hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus periferiæ circuli uisui oppositis, quia si à pũcto z ducaẽ aliqua perpendicularis sup lineam a z, tũc nõ est differentia magna uisui inter arcũ & lineã cõtingentem, cũ per maius spaciũ uisio fiat, prope uero existẽte uisu, maior percipitur conuexitas uel cõcauitas & magis apparet. Et si centrũ oculi & circulus nõ sint in eadẽ superficie, tũc circũferentia circuli uidebitur curua, quõ tunc situs partium lineæ circularis secundũ suum sitũ & esse propriũ, peruenit ad uisum & depingitur secundũ suã curuitatẽ in supficie illius, licet quandoq; forma sphærica illius curuitatis secundũ aliqđ sui varieẽ.



L I

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem supficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



L I I.

Centro foraminis uneæ existente in circũferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

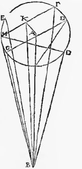
Esto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo à quo ad quẽlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiei uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediente, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles à punctis circũferentiæ ad centrũ ad ipsum uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

LIII.

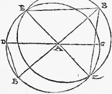
Exiſtente centro oculi in linea à centro circuli ſuper ſuperficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ ſuperficiei circuli inſiſtentis æqualis ſemidiametro, oēs diametri in eodē circulo ꝓducti æquales uiſui apparebūt.

Eſto circulus d e g z, cuius centrum ſit punctus a, erigaturq́ linea a b, perpendiculariter ſuper circuli ſuperficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ centrū oculi in linea a b in pūcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans ſuperficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur em̄ à centro uiſus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis eſt lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrum a ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g eſt æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uiſus inter ſe ſunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes ſemidiametri æquales apparēt, imò & ipſi diametri, ſub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, ſed & omnes lineæ æquediſtantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquediſtante diametrorum d g, cuius medio puncto qui ſit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij, ꝑpendicularis ſuper lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipſam per æqualia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h ſint recti, ut b a g, ex hypotheſi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k eſt maior quàm linea b a, & linea a g eſt maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k eſt maior angulo b g a, ſimiliter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebit maior quàm linea f h, per 20. huius, ſimiliter quoq; eſt de omnibus alijs lineis æquediſtantibus diametro reſpectu ipſius diametri, & ad inuicē demonſtrandum, quælibet ergo minor uidebitu minor. & ita totus circulus uidebitur propriæ ſuæ figuræ, & hoc eſt propoſitum primum. Si uero linea a b, non ſit erecta ſuper circuli ſuperficiem, ſed oblique inſiſtens, ſit tñ æqualis ſemidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cētro uiſus in puncto b, exiſtente em̄ ex hypotheſi, z a ſemidiameter ſit æqualis lineæ a b, & ſemidiameter a e æqualis ſit eidem, palā quoniam lineæ a b, a e, a z ſunt æquales. Si ergo ſuper punctum a, ad quantitatem ſemidiametri e a, circulus deſcribatur in ſuperficie in qua ſunt lineæ a e, a z, a b, palam quia tranſibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z eſt rectus, ſimiliter quoq; oſtēdetur angulum g b d eſſe rectū, & quia omnes anguli recti ſunt æquales, & ſub æqualibus angulis uiſa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oēs diametri illius circuli quocunq; ducanť æqles apparebūt, ſicut diametri e z ipſi diametro g d, qđ eſt propoſitum ſecūdum, patet ergo totū q̃d ꝓponebať.



LIIII.

Centro oculi exiſtente in termino lineæ maioris uel minoris ſemidiametro circuli, cuius ſupſiciei in cētro oblique eſt inſiſtens, æquales angulos cū diuerſis ſemidiametris cōtinentes, illæ diametri eiuſdem circuli æquales apparebunt.



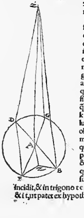
Sit circulus b g d e, cuius centrū a, & ſit centrū uiſus z, ſitq; linea a z non erecta ſed oblique incidens ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a, ſit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis angulo

gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim linea d a est æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, est quoq; ex hypothesi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis lineæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, basis d a uidebitur æqualis g a basi. Similiter quoq; per eadem demõstrabitur angulus e z a æqualis angulo b a z, & p præmissa uidebit̃ linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis est angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d z b totali angulo e z g sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter d b æqualis diametro e g, quod est ꝓpositum, possibile est aũt hoc in quibusdam diametris accidere, non aũt in omibus diametris circuli taliter uisui oppositi, nõ ergo oportet qđ oẽs diametri illius circuli uideãtur æquales; nõ eñ illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet linea z a, facit angulos inæquales.

LV.

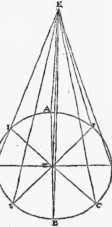
Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, sitq; maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

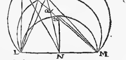
Esto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrũ circuli diametro quidem d g secũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta super superficiem circuli, sitq; linea e z maior semidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebuntur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distãt ab utraq; parte à minima diametro quæ est a b, quoniam enim diameter g d, est perpẽdicularis super diametrũ a b, & super lineã z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem e a z, ergo & e a z, superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto e, super superficiem circuli a b g d, perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmissa necessario cadet in communem sectionẽ illarum superficierum, quæ est a b, cadat ergo & sit e k, & ducãtur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturq; diameter circuli alia quæ sit s z p, constituendo cũ diametro g z d angulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq; alia diameter quæ sit i z d, ita ut anguli g z g & i z g sint æquales, quia itaq; à puncto e, in aere dato super substratam planam superficiẽ circuli qui est a b g d, ducant̃ duæ lineæ, una ꝑpendiculariter q̃ est e k, & alia oblique q̃ est e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ sunt k & z copulatur linea z h, in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, q̃m angulus e z k, minimus est omniũ angulorũ sub linea e z, oblique incidente, et semidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia diametro contentorum, & omnis angulus istorũ angulorum propinquior angulo e z k est minor remotiore; duo q̃q; anguli ex utraq; parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut sunt anguli i z k, & p z k inter se sunt æquales, copulentur q̃q; lineæ e i, e s, e p, e t, quia itaq; ab angulis duorũ trigonorũ d e g & t e i, ad medietates suarũ basium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter incidit, & in trigono t e i obliq̃ est, q̃ linea e z maior medietate utriusq; illarũ basiũ, g d & i t, ut patet ex hypothesi, ergo p 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i,



ergo

ergo ꝑ 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut ostensum est ꝑ 39. primi huius angulus e z i est maior angulo e z a, ambabus uero basibus trigonorum t e i & a e b, quæ sunt i t & a b, ad medium punctũ qđ est z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & sic per præmissã de qualibet aliarũ diametrorũ respectu diametri a b est demõstrandũ. Oĩm itaq; diametrorũ circuli propositi g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt i r & s p per præmissam, qm̃ propter æqualitatẽ angulorũ aliquorum qui sunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti sectio colũnaris. Sed & suppositis ijs quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquũ aliter demõstrari. Extra hanc enim figuram ꝓtrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter super lineam l m per 11. primi, & resecetur linea n x ad æqualitatẽ lineæ z e, quæ est ex hypothesi maior q̃ linea n m, æqualis semidiametro z g, ut patet ex præmissis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonũ l m x, & per 5. quarti circũscribať ei portio circuli quæ sit l m x, est itaq; illa portio circuli l m x maior semicirculo, ideo quia linea n x est maior utraq; linearũ n m & n l, & qm̃ trigonorum g z e & l n x latus g z est æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̃ ut patet ex præmissis uterq; ipsoꝝ est rectus, erit per 4. primi basis g e æqualis basi l x: & similiter iterata demonstratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; super punctũ n terminũ lineæ l n ꝑ 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & sit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, describaturq; supra circa trigonum l o m portio circuli quæ sit l o m, erit quoq; secundũ præmissum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi constituatur super punctũ n terminũ lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducãtur lineæ l p & p m, & circa trigonũ l p m describatur portio circuli ut prius, quæ sit l p m, erit quoq; modo præmisso angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctũ sectionis, ubi linea m o secat circũferentiã portionis circuli quæ l x m, quæ linea sit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis est angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat linea l m, angulus uero l q m maior est angulo l o m per 16. primi, patet, qa angulus l x m maior est angulo l o m, angulus uero l x m æqualis est angulo g e d, & angulus l o m æqualis est angulo i e t, pa-



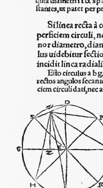


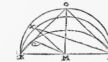
Iam ergo, quoniã angulus g e d maior est angulo l e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ sectionis, in quo linea m p secat arcum l o m, palam ut prius, quõ angulus l o m maior est angulo l p m, & quoniã angulus l p m est æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20 huius maior apparebit uisui in puncto e posito diameter g d, quàm diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & quõ de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem est demonstratio respectu diametri a b, patet quòd omnibus illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmissam angulus i e t æqualis est angulo s e p, palam, quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã sunt diametris g d & a b æqualiter distantes, ut patet per præmissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uisus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, sitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d se inuicem ad rectos angulos secantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & sit minor semidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico quòd diametri propositi circuli apparebunt inæquales, & quòd totus circulus uidebitur sectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab istis ambobus diametris distantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & existẽte ut sunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g est rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmissa dispositis, scilicet ducta linea z k super diametrũ g a, cui perpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet quòd angulus z e k est minimus omniũ angulorũ illorũ: & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a descendit linea z e ad mediũ basis, quæ est a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p descendit eadem linea z e oblique ad medium basis h p, est itaq; linea z e minor medietate utriusq; illorũ basium æqualiũ, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, quõ angulus g z a est minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a est angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuscunq; diametris medijs demonstrandũ, patet ergo per 30. huius, quõ omniũ diametrorũ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo se habentes, secundũ quòd plana approximant hinc & inde: duæ quoq; diametri æqualiter distãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo propositũ. Sed & suppositis ijs, quæ per 39. huius primi, potest reliquũ aliter demonstrari: Assumatur ut in præmissa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypothesi minor semidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k n l circũscribatur circuli portio per 5. quarti, quæ sit k o l: est autẽ illa portio minor semicirculo, quia linea





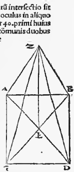
m o

m o est minor semidiametro, eritq́; per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & sit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq́; lineis k x & l x, circūscribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmisso angulus k x l æqualis angulo h z p. Item sit angulus k m q æqualis angulo a e z, & sit linea m q æqualis e z, ductisq́; lineis k q & l q, ut prius describatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmissum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior ꝗ diameter h p, & h p maior ꝗ g d, diameter uero h p & e i æqualiter distans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro uisus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipso diagoni a g, b d, & earū intersectio sit e, erigatur e z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq́; oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq; per 40. primi huius medietates diagonorū inter se sunt æquales, ut d e & g e, & linea e z est cōmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e sunt recti per diffinitiōem lineæ super superficiē erectæ, erit per 4. primi basis z g æqualis basi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq; linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & similiter per eandem, quia angulus a z e est æqualis angulo b z e uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq; linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & qm̄ linea g z est æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z & linea a b est æqualis ipsi g d, quoniā sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti sunt æquales: omnia itaq; latera ipsius quadrati hoc modo æqualia apparebunt, & hoc est propositū, qm̄ in omni puncto lineæ a z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uisus incidens obliquata super eius superficiem æquales angulos cōtineat cum diuersis medietatibus diagonorū, diagoni illius quadrati apparebūt æquales.

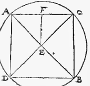
Sit quadratū a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, qd' sit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, sitq́; centrū uisus f, & linea f e sit maior ꝗ linea e a medietate diagoni, uel minor illa, sit quoq; linea f e obliquata super superficiem quadrati, sit tamē angulus f e a æqualis angulo f e c, dico ꝙ adhuc diagoni ipsius quadrati æquales apparebunt: circa punctū enim e describatur circulus ad quantitatē semidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorū sint æquales per 40. primi huius, qm̄ per 9. tertij circulus iste circūscribet totali quadrato, oēs terminos diagonorū attingēs, erūt ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestū est p 54. huius, qm̄ diametri circulorū in hac dispositione omnes uidētur æquales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cū illis, & hoc est propositum. Idem quoq; accidit in omnibus figuris poligonijs quibuscunq; formæ, & per eadem uel similia demonstrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratæ oblique à centro uisus incidēte, & inæquales angulos cū diagonis cōtinente, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semp̄ diagoni quadrati inæquales apparebūt.

Remaneat

Remaneat dispositio proximæ præcedentis, contineatq; linea f e inæquales angulos cum diagonis, ita ꝙ angulus f e a sit inæqualis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inæquales uideri, ꝙ si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet̃ diagonos quadrati inæquales uideri. Diuersitas tamen istarum inæqualitatũ, fit secundũ modum illic in circulis propositũ, secundũ diuersitatẽ angulorũ incidentiæ hinc inde, patet ergo ꝓpositũ, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte lõgiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus poligonijs parium angulorũ faciliter demonstrari, ꝙ ipsorũ diagoni quandoq; æquales uident̃, & q̃nq; inæquales, nec in talibus duximus immorandũ, quia quilibet huius scientiæ ꝑscrutator hoc faciliter cõprehẽdet.



LX.

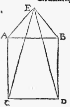
Centro foraminis uneæ in puncto medio superficiei cuiuscunq; figuræ rectilineæ existente, semꝑ figura secundũ sui formã propriã uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uneæ, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorũ possunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipsa superficie, pateťq; ꝙ forma cuiuslibet illorũ punctorũ uidebitur, & propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in superficie lineas figurabitur figura in oculi superficie, sicut est extra in superficie rei uisæ, patet ergo ꝙ totalis forma & figura illius sup̃ficiei uidebit̃, sicut est ꝓpria illi figuratio cuiuscunq; sit figuræ, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d, & centrum uisus e, & latus quadrati qđ sit a b, opponatur uisui directe, palam ergo, quoniã alia uisui opponẽtur oblique, sed per 26. huius quantitas oblique uisui opposita uidetur minor, quoniam sub minori angulo uidetur: directe uero uisui opposita, uidetur sua propriæ quantitatis q̃ oblique uisa: sub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uisibus opposita, q̃ sibi æqualia quæ opponuntur uisibus oblique, tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, distantia uisa altera parte longior, uidetur ut proponitur, sed est possibile, uel altera parte longior apparẽat uisui esse quadrata, ut si latus eius uero breuius directe opponat̃ uisui & longius oblique, tunc enim potest fieri propter dispositionem obliquitatis, ut longius latus appareat æquale breuiori. Multa quoq; similia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit suæ formæ diuersitas in uisione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis, sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.



LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedẽs, distantia oculorũ uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculorum, hoc est distantiā oculorum, & applicetur uisibus ut ꝓpius potest, secundū latus suū a b, dico ꝙ uidebitur altera parte longius, latera enim eius duo, s. a c & b d directe subijciuntur uisui, quō quodlibet illorū laterum imaginatū extendi secundū suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijcitur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebūtur ergo illa sua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidetur oblique, quōm cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualiū, uidetur ergo minus per eandem 26. huius; totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundū lineam c d, quàm secundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, quod est propositū: & eadem passio accidit figuræ quadrangulæ altera parte longiori, nec est differentia quo ad illū, quod etiā per eandē potest demōstrari, patet ergo ꝓpositum. Et quōm figura corporalis quædā figura est, licet uisio corporeitatis sit alia à uisione figuræ, quō uirtuti distinctiuæ error in uisiōe figuræ accidat, duximus in posterius differendum.

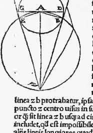
LXIII.

Corporeitas comprehenditur à uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundū trinā dimensionē, dico ꝙ ipsa quandoque cōprehenditur in quibusdā corporibus à uisu per se, quædā enim corpora continentur à superficiebus planis secātibus se recte uel oblique adinuicē, & quædā à superficiebus cōcauis & cōuexis, & quædam à superficiebus cōuexis & planis, & quædā à superficiebus concauis & planis, & quædā à diuersis superficiebus cōuexis, concauis & planis se intersecantibus, & quædam continentur ab una sola superficie rotunda: corpus itaque cōtentum à superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundū directam oppositionē siue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis sectio duarum superficierū uideatur, & ꝙ ambæ superficies se secantēs occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem à uisu comprehendetur, sic ergo corporeitas cōprehendetur. Corpora quoque, quorū superficies est conuexa siue sit una siue multæ, cum opponuntur uisui secundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uisu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uisu remotiores, quò cōprehēsio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à se respectu partiū propinquiorū sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionū illorum corporū. Corporis quoque concaui concauitas percipi potest à uisu secundū mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uisu per 8. tertij, ut prius; profunditas illius corporis cōprehenditur à uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorū communes sectiones se à uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur à uisu cum sentitur obliquitas illarū superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiæ, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animæ superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, ꝙ nihil uidetur nisi corpus. Vnde qando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunque per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quæ est tertia dimēsio ipsorū, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animæ, patet ergo propositum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

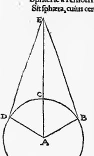


Eſto data ſphæra d g, cuius centrũ ſit a, circulus eius magnus d g e b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctũ z, & ſuper lineam diſtãtiæ centri ſphæræ qđ eſt a, & centri oculi qđ eſt z, poſitam ꝓ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circulorũ iſtorũ lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulũ d g e b, qui eſt circulus magnus ꝓpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrũ uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qđ eſt a, duæ lineæ ad terminos linearũ z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos, fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorũ cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulũ d g e b, protractæ ergo circulũ nõ ſecabũt. Si uero dicať, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ perueniũt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrũ uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ ſit linea z b uſq; ad circulum; palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qđ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulũ ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.

LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſuꝑficies conuexa uel concaua uideť plana.

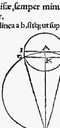
Sit ſphæra, cuius centrũ ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrũ uiſus e, ducanturq; lineæ e a, e b, e c, e d, palamq; per 50. huius, quoniã forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circulorũ in ſuperficie ipſius deſcriptibiliũ accedũt ad rectitudinem linearũ, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demõſtratio de cõuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cũ enim in illa partiũ rei uiſæ plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparete totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexũ corpus uel concauũ in remotione maxima fuerit à uiſu, tũc uiſus nõ comprehendet concauitatẽ uel conuexitatẽ, ſed cõprehẽdet ipſum quaſi planũ, quia ſitus partiũ ſuperficiei ſuæ adinuicem nõ comprehendiť à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundũ concauitatẽ æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſuꝑficie ſecundũ diuerſitatem ſitus figurať, unde plana iudicanť, & plana uidebiť totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierũ ſolis & lunæ uidenť planæ, ſemidiametri enim ipſorũ ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habeť aliquã ſenſibilẽ ꝓportionẽ, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulũ magnũ illius ſphæræ cõ



ræ contingens,& illæ lineæ omnes sunt æquales inter se per 58. primi huius,& q̄m sensibiliter nō excedunt lineam à centro uisus super sꝑficies illarū sphærarū ꝓductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quasi æquales ipsis ꝑpendicularibus,quæ transeunt centra illorum corporū à centro uisus productæ,& arcus interiacentes rectitudini accedunt:unde totales superficies uidentur planæ,& hoc idem propter eandem causam accidit in omnibus alijs stellis,quæ propter remotiōem maximam quasi quædam superficies partium circulorū uidentur, patet ergo propositum.

LXVI.

Sphæricæ superficiei cōuexæ illuminatæ uno oculo uisæ,semper minus hemisphærio apparet,& pars eius uisa circulo continetur.



Sit sphæræ uisæ centrū a,& sit centrum uisus b,producaturq́ linea a b,sitq́ ut super ficies plana transiens punctū b,secet sphæram,erit ergo per 69. primi huius communis sectio illius superficiei & sphæræ circulus,sit ille circulus g d,& super diametrū a b,quæ interiacet centrum uisus & centrū sphæræ uisæ,describatur circulus qui sit a g d b,& producantur lineæ g b,d b,a g,a d, quia ergo arcus a g b est semicirculus,palā per 30. tertij,quia angulus a g b est rectus. Similiter autē & angulus a d b est rectus, ergo lineæ b g & b d sunt contingentes circulū per 15. tertij,copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuū, quā secabit linea b a per æqualia ꝑ 58. primi huius,sit ergo punctus sectionis k,eruntq́ per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula,patet & hoc ꝑ 3. tertij,ducat̃ q̄ꝑ centrū a linea i t æquedistāter lineæ g d per 31. primi:erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis super lineā i t, cum ipsa sit ꝑpendicularis super lineam g d æquedistantē lineæ i t, ergo ꝑ 15. tertij erit linea i a contingēs circulū a g b d,& ipsa est diameter circuli d g,arcus ergo d g qui uidetur,minor est semicirculo,ꝓut etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manēte fixo latere b k,intelligatur circūduci quousq; redeat ad locum unde cœpit, & palam,quoniā linea b g contingens circulū d g,unūquodq; punctū superficiei sphæræ,cui ipsa circūducitur,continget,& linea k g motu suo faciet circuli sectionem,fietq́ pyramis,cuius uertex erit punctū b,qđ est centrum uisus,basisq́ eius erit circulus per motum lineæ k g factus:pars ergo uisa sub circulo continetur, palam quoq;, quoniam uidetur minus hemisphærio:est enim,ut præmissum est,sphæræ uisæ diameter i t, & linea g d illi æquedistās minor diametro,est aūt linea g d diameter basis pyramidis uisionis,minus ergo hemisphærio uidetur,quod est propositum.

LXVII.

Visu sphæræ illuminatæ conuexæ approximāte,minus superficiei sphæræ uidetur,apparet autem quasi magis uideatur.

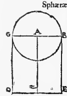


Esto ut in præmissa sphæra,cuius centrum a,sit quoq; centrū uisus b,& ducatur linea a b,& circa diametrū a b describatur circulus g b d,& ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter super lineam a b per 11. primi,& quia lineæ a b & e z sunt in una superficie per 2. undecimi. Intelligat̃ hæc superficies plana secare sphæram,ipsa aūt per 69. primi huius secabit sphærā secundū circulū qui sit g e z d,eruntq́ puncta sectionis duorū ꝓpositorū circulorū quæ g & d,ducantur lineæ g a,d a,b g,b d,& patet per modū ꝓximæ præcedentis,q̄m lineæ b g & b d contingūt sphæram, & uidet̃ ab oculo existente in puncto b pars sphæræ g d: sit ergo ut appropinquet oculus sphæræ,& fiat in pūcto c, ducaturq́ c a circa quā ut diametrū describat̃ circulus a k d l,ducanturq́ lineæ c k,c l,a k,a l,ergo propter præmissam uidebitur sub circulo exi-

stente in puncto c pars sphæræ, quæ est k l, quæ minor est parte sphæræ g d uisæ ab oculo existente in puncto b, quoniam arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius atringit sphærã, minor est arcu g d, quæ cadit inter puncta cõtingentiæ lineaȩ b g & b d, quod patet per 60. huius, palam ergo, quoniam appropinquante oculo ipsi sphæræ, minus superficiei sphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt si producãtur uersus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor est angulo g b a, similiter angulus a c l maior est angulo a b d, totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d; pars ergo sphæræ, in qua est arcus k l, sub maiori angulo uidebitur, quam pars sphæræ in qua est arcus g d, apparet ergo per 20. huius maior uisui pars sphæræ quæ est k l, quam pars eius quæ est g d, & hoc est propositum.

LXVIII.

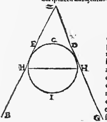
Diametro sphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali existente, hemisphæriũ est quod ambobus uisibus uidetur.



Sphæræ datæ sit centrũ a, sitq; circulus eius maior, cuius diameter sit b g, quæ ex hypothesi erit æqualis distantiæ oculorum, hoc est lineæ connectenti centra uisuum amborũ quæ sunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypothesi erit æqualis & æquedistans lineæ g b, ducatur quoq; perpendicularis à puncto a centro sphæræ super lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniã linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquedistans lineæ g e, ergo per 33. primi patet quod linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypothesi, erunt oculi in punctis d & e, dico quod hemisphæriũ est quod uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit; linea ergo a b mota describet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipsa est semidiameter, erit autem circulus magnus sphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b describitur circulus magnus, hic autem sphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propositum.

LXIX.

Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, si maior diametro sphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemisphærio est quod ambobus uisibus uidetur.



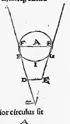
Sit sphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus sit e c d i, sintq; centra amborum oculorum b & g, sitq; linea b g producta maior diametro datæ sphæræ & eius circuli magni, dico quod a b ambobus uisibus maius hemisphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantq; in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter sphæræ æquedistans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter sphæræ ex hypothesi est maior quam linea b g, palam, quoniam lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ scilicet e z & z d, palã, quia portio circuli quæ est e c d est minor semicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiusdẽ circuli reliqua, quæ est e i d est maior semicirculo: hæc autem portio est illa quæ uidetur, & quia idẽ est de oĩbus circulis magnis in tota sphæra signatis, palã, quia maius hemisphærio est, quod superficiei sphæricæ hypothesi tali existẽte uidetur, & hoc est propositũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uisuum, si diametro sphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemisphærio est quod uidetur.

Sit

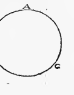
Sit sphæra data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter sit f h, sintq; centra oculorum d & e, & producatur linea d e, cõnectens centra oculorum minor existens diametro f h, ducanturq; lineæ illum circulum contingentes, quæ sint d b & e g, dico quod min9 hemisphærio est illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e, & quoniam linea d e, est minor diametro f h, palam per 15. primi huius, quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uisus, sit ergo concursus punctus z, palam per 58. primi huius, quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes, quæ sunt z b & z g, quod arcus b i g est minor semicirculo, minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e, ergo ut prius min9 hemisphærio uidebitur sub oculis d & e, & hoc est qđ ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis ueæ in superficie sphæræ concauæ illuminatæ existente tota sphæræ intrinseca superficies uidetur.

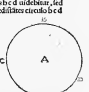
Esto centrum foraminis ueæ punctus a, & sit sphæra data, cuius maior circulus sit b a g trãsiens per centrum a, patet ergo per 52. huius, quoniam sic uisu disposito totus circulus b a g, poterit uideri, & q̃a plurimi circuli magni spæræ sesecant super polos sphæræ, quilibet autem punctus sphæræ est polus sphæræ, palã quia oẽs circuli magni sphæræ datæ, qui per omnia puncta superficiei sphæræ imaginari possunt, transeuntes se intersecabunt super punctũ a, erit ergo punctũ a, quod est centrum foraminis ipsius ueæ in quolibet illorum magnorum circulorum, oẽs autem illi circuli magni sphæræ totam sphæræ superficiem euacuant, quia non est dare punctum in sphæræ superficie, quem aliquis circulus magnus nõ transeat, uisu ergo taliter disposito tota cõcaua sphæræ superficies uidebitur, & hoc est propositum.



LXXII.

Centro foraminis ueæ intra sphæræ cõcauæ illuminatæ superficiem uel extra illam existente portio circularis sphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uisus ductæ, eritq; uisum quandoq; hemisphæriũ, quãdoque maior portio quandoq; minor.

Esto centrum foraminis ueæ punctum a, & sit sphæra concaua, cuius circulus magnus sit b c d, & centrum sphæræ sit punctum e. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto e, centrum sphæræ quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per diffinitionẽ circuli magni, tũc manifestum est per 52. huius, quod totus circulus b c d uidebitur, sed & per eandẽ 52. huius, omnes alij circuli subiecti hemisphærij æquedistãtes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cẽtrum uisus, omnes quoq; lineæ directe ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales per 65. primi huius, & quoniam hi omnes circuli totũ hemisphæriũ exhauriunt, patet quod in hoc situ existente uisu totũ hemisphærium uidebitur, quod si punctum a, centrum foraminis ueæ sit sub centro sphæræ, quod est pũctum e, tũc per eadem minus hemisphærio uidebitur. Si sit supra centrũ e, siue sit intra sphæram siue extra, tunc similiter per secundam tertij huius, omnes circuli ad quorum circunferentias possunt ꝓduci lineæ rectæ uidebuntur, maius ergo hemisphærio uidebitur, & si linea à centro uisus ad superficiẽ sphæræ ducta, oblique incidat superficiei ipsius sphæræ, tunc palam, quod etiam superficiebus multorum circulorũ oblique incidet, & potest accidere quod tota figura sphæræ uidebitur inæqualis, suorum circulorum periferijs quibusdam tendentibus ad figurã se-



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphærio cõcauo appropinquante minus superficiei sphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphæra conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hæc sphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficiebus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non existente licet in sphærarũ superficiebus permaneat dictorũ modorum uisibilitas, non tamen actu uidebũtur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundũ diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphærarũ quæ uidentur, nonne passiones uisibus generantur, æquales sunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distantia oculorum existente, & diametro sphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́; basis pyramidis uisionis æquedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisiõis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diametrorum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphæræ illuminatæ, aut æquedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisiõis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphæræ uisæ, quoniam ut ex hypothesi diameter sphæræ uisæ est maior quàm distantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris sit æquedistans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem sphæræ diametro consistunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidet̃ autẽ superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorũ circulorum usq; ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non secat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphæræ uisæ superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebrescit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi fit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphæræ uisæ illuminatæ maiore distãtia oculorũ existente, diametroq́; sphæræ illuminantis eidem æquali uel maiore basis pyramidis uisiõis intersecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basiũ sint sub sup̃ficie cõmunis sectionis, erit illa cõmunis sectio pars superficiei sphæricæ irregularis, uidebiturq́; sup̃ficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro sphæræ uisæ fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum basium sub sphæræ quæ est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostẽsum est in præmissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ essent inæquales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus præmissis curuis lineis inæq̃lis quãtitatis

titatis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suæ circumferentiæ, quàm arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suæ circumferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorũ, patet ergo propositũ.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphæricæ, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphæræ fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphæræ illuminatæ est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, quod etiam basis pyramidis uisionis omnis sphæræ sit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, quod ab illorũ axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphæræ uisæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterque axiũ est perpendicularis super superficiẽ sphæræ illuminatæ uisæ, palam per 111. primi huius, quod uterque axiũ transibit per centrum illius sphæræ: punctus itaque intersectionis axiũ est in centro illius sphæræ, & solũ ille punctus qui est centrũ sphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaque interiacet quarta magni circuli sphæræ æqualiter distantis à duobus punctis duarum intersectionũ circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis: cõmunis itaque sectio istarũ duarum basiũ est quarta superficiei sphæricæ, & quoniã tota superficies sphærica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphæricam planam à maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphæræ intersecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphæricæ, uidetur autem plana superficies duobus quasi æqualibus circunferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmissum est, omnis illuminatio sphæræ fit secundũ pyramidum cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palã si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non secent, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus sũperficiei sphæræ, cuius una pars est illuminata uel aliâs uisa, nec incidentia luminis quæ sic superficiei sphæræ aliqualiter à uisu perpendetur, utpote si globum ligneum uel cereum, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen superficiei sphæricæ ipsius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circunferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminatur per circunferentiã basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphæræ est minor quarta parte superficiei sphæræ; cũ enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei cõmunis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illã superficiem æqualiter distans à duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basiũ diuidens totam sphæram & illam communem sectionis superficiem per æqualia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtensus est minor recto, patet quod ar

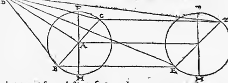
cus ille est minor quarta circuli, & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & q̃a nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum situm suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio cõmunis sectionis basium ductarum pyramidum uidetur quasi duobus æqualibus arcubus contenta propter insensibilitatem inæqualitatis, maxime cum à remotiori spacio fit uisio per 50. huius, certum tamẽ est per 27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter sphæræ corporis illuminantis est maior diametro sphæræ illuminatæ, & distantia oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus patet, quare forma lunæ sit in recessu à coniunctione nouacularis; in tempore enim cõiunctionis luna non uidetur, nisi fiat eclypsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafonitatem corporis lunæ propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafonitatem partium suæ sphæræ uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphæricum lunæ uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed proprio lumine priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpori lunæ, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uisum. Corpus tunc lunæ non uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis illuminationis, nec secat una illarum basium aliam. Cum autem luna recedet à sole, istæ bases se incipiunt intersecare, tunc ipsorum communis sectio quæ est portio superficiei sphærici corporis lunæ uidetur, & propter magnitudinem distantiæ uidetur illa portio sphæræ quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & concauum contenta, quæ uidentur æquales propter remotionem, nõ sunt autem æquales, sed semper illa quæ est in conuexo, quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis est pars maioris circuli quàm illa quæ est in concauo, quæ est arcus circuli basis pyramidis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunæ est auersum soli & cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secundum situm solis, & secundum latitudinem motus lunæ. Et durat semper in luna hæc figura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim luna uidebitur in quadratura, quoniã quarta pars suæ sphæræ interiacẽs periferias ductarum basiũ uidebitur, & in prima quadratura & secũda semper arcus illuminationis, quia directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis semper curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & planæ superficiei p 75. huius, & hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem supponentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquedistantes in eadẽ superficie sphæræ lunæ, ut patet per 68. primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ ex omni parte circunfertur æquale. Et deinde luna mota usq; ad cõcauum circulorum ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obfuscatur lumen approximans tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiæ competentibus ab oppositione ad coniunctionem, sicut à cõiunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna ꝓpter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus, necesse est easdem figuras ex præmissis tribus theorematibus prouenire. Et secundũ hoc coelestium influentium aspectus & modi diuersificantur; non apparet autem hoc uisibiliter in stellis alijs à luna; propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius accidit error uisui; ut patet p 16. huius. Videntur itaq; omnes aliæ stellæ præter lunam semper rotundæ ꝓpter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellæ eædem maxime plenæ quandoq; maiores quandoq; minores, quod nos eidem causæ paucitati scilicet suæ illuminationis uel

multitudini credimus ex præmissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad præsens uero nobis sufficiat ex præmissis ꝓpositionibus demonstrationẽ præsentibus attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuscũq; stellæ est maior ꝗ̃ sit distantia oculorum cuiuscũq; uidentis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarũ illuminatione accidere est necesse, quamuis illã distincte non cõprehendat uisus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Messala, Sed super hoc nullã attulit demonstrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus medietate curuæ superficiei uidentur.

Esto columna rotũda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrũ a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uisus cum centro circuli basis columnæ, & ducãtur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ sunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter super basem g b erectæ, per 92. primi huius, sitq; ut per lineas b e & b d, una transeat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum superficierum secat columnam, quoniam lineæ d b & d g, sunt contingentes circulum basis, & lineæ b e & g z sunt lineæ longitudinis in superficie columnæ nõ secantes illam: sunt ergo illæ superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum contingentium columnam, quia ambæ transeunt centra uisus, ut patet ex præmissis, & ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio fit in quadam linea transeunte centrum uisus æquedistanter axi columnæ & hoc quod inter ipsas de superficie columnæ intercipitur, hoc solum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, sunt æquedistãtes g 6. undecimi, palam per 33. primi, quoniã cordæ arcuum basium inter ipsas cadentes, quæ sunt g b & z e, sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correspondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipsarum basium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquedistantium basibus sunt æquales portioni circuli g b, est autem hoc minor semicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt minores suis semicirculis, uidebit̃ ergo minus medietate columnæ, quod est propositũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice præsenti supposita diligens inuestigator multa particularia concludet.



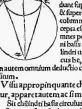
LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si æqualis diametro basis chilindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra signatus sit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter super lineam z a, per 11. primi, & descrịbatur super lineam a z, ut super diametrũ

B circu-

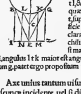
circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, contingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per 101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares super lineas a e, a b, p 92. primi huius, ideo quod sint erectæ super basem, superficies quoq; ductæ super lineas z e & z b, & per lineas longitudinũ sibi conterminales secabũt se io linea per centrum communem amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concaui, ducta æquedistanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit minor diametro basis columnæ, quæ si maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem oppositam in aliqua linea superficiei ductæ per lineam ductam per centrum commune æquedistanter axi, & per ipsam axem. Si uero fuerint diametri basis columnæ uisæ & linea cõnectens centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ cadunt super terminos diametri æquedistãtis centris oculorum, & superficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ columnæ inter has superficies columnam contingentes intercepta est portio sũperficiei columnæ quæ uidetur, sunt autem omnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portioni basis interceptæ. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chilindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito arcus b e, tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, horum autem omnium deductio est euidens ex præmissis pluries repetitis, patet ergo propositum.



LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ superficiei uidebitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus b g cuius centrum sit a, & diameter f h, oculi uero centrum sit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, circulum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b i & g z, uidetur itaq; p modum præmissarum sub oculo existente in puncto e, superficies chilindri i b & g z, quæ minor est semichilindro per 78. huius, appropinquet ergo uisus columnæ & sit in puncto t, & ducant lineæ cõtingentes basem columnæ, quæ sint t k & t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri, quæ sint b a & k n, uidebitur ergo sub uisu existente in pũcto t, superficies chilindri, quæ est b a & k m, quæ minor est superficie i b & g z uisa in puncto e, cuius declaratio est similis declarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uisu ad chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autẽ ac si magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. primi, angulus l t k maior est angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uersus punctum g, patet ergo propositum per 20. huius.



LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnæ rotundæ uel lateratæ cuiuscunq; incidente, uel si distantia oculorum æqualis uel minor fuerit diametro basis chilindri obiectæ directe uisui, sola basis uidetur, quæ si maior base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnæ rotundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis sunt perpendiculares super basem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum nisi solus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ superficiei basis, uidebitur ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum quæ

est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro basis, tunc enim ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro basis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uisus, & uidebitur tota conuexitas uisæ columnæ, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiæ suæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisione facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo illud quod proponebatur. Est aũt possibile ut uisu oblique basi columnæ incidente, tota columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quæ est basis absidis columnaris rotundæ incidente, tota illa basis & pars linearum longitudinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit ꝑpendiculariter erectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis hæc est sectio q̃ dicitur columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnæ abscisa dicitur absis, dico quod si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa scilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uisu. Huius autem causa est obliquatio basis quæ sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ residui anguli peruenĩũt ad uisum, quod nõ accideret si illa basis posset directe uisui opponi; hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, patet ergo propositum.

LXXXIII.

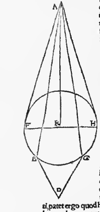
Centro foraminis uneæ in superficie illuminata concaua columnæ cuiuscunq; existente, semper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uisionibus, idẽ accidit qđ sphærarũ cõcauitati.

Disposito enim uisu secundum propositũ modum respectu cuiuslibet columnæ cõcauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundũ lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipsam contingunt in pũctis diuersis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes ꝑ secundam tertij huius, & quoniam formæ omniũ aliarũ linearum longitudinũ, & omnes puncti basiũ directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnæ cõcauitas uidet̃ secundũ omnia puncta suæ superficiei. Sed forte accidet figuræ uisæ irregularitas ꝓpter aliquarum suarũ partium obliquationẽ ad uisum ꝑ 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uisionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in sphæris cõcauis, quoniam uisu positæ in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ superficiei concauæ & basium uisibus occurrit. Et recedente uisu ab illo pũcto, semper uidebitur portio columnæ minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ basi in eadem superficie cũ centro unius oculorum existente, minus medietate superficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis sit punctum a, & sit centrum uisus d; & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-



cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstrauimus in columnis, quoniã superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes resecant & intra se illas continent, cum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidũt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpositum.

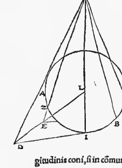
LXXXV.

Centris amborũ uisuũ in eadem superficie cũ base coni existentibus, si linea connectens centra uisuũ æqualis fuerit diametro basis, hemiconiũ uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solũ in eadẽ superficie cũ base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æquedistantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & est idẽ demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



Sit circulus a b, basis coni, cuius centrũ l, & sit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui est basis coni, in pũctis b & a, & ducanẽ à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo ꝑ ea q̃ prius in præcedentibus dicta sunt, supficies g a b uideẽ sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulõ qui est basis coni, & à uertice coni cõtinuenẽ lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio supficiei conicæ, q̃ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, super angulum a d b, & hoc est ꝓpositum.

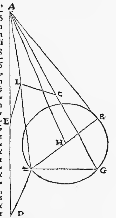
LXXXVII.

Lineis à cẽtro uisus ad basem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, si in cõmuni sectiõe supficierũ ꝑ easdẽ lineas & per centrum

oculi

oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctũ a, axis quoq; sit a h, centrumq; oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & quũ hoc sit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniã centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cõtactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctum a, quæ sint z a & g a, qđ fiet 101. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticem punctũ coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & quũ eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarũ cõmunis sectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q; si oculus appropinquat cono secundũ lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiei portio nũc q̃ prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut approximando ipsi cono perueniat in punctũ e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquẽ circuli coni æquedistantẽ basi b z g; ergo necessario cadent in aliqua puncta linearũ a z & a g, ideo q; illæ secant ꝓportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, q̃m secundũ lineas illas terminatur uisus, & secundũ illas superficies contingentes terminatur uisio circulorũ. Si ergo dicatur q; illæ lineæ contingentes aliquorũ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum; & similiter illæ contingentes terminẽt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diafoni, qđ est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequẽtes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qđ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile; cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipsarũ duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e l & e c, quia ergo angulus d e l est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c l & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est propositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

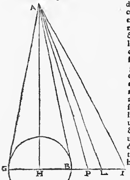


LXXXVIII.

Eleuato uisu respectu superficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qđ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur usq; ad punctum l, & à puncto t, qđ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico q; oculo posito super punctum t, qui est eleuatior puncto k, pars superficiei conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

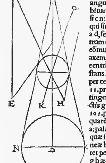
uidebitur, ꝗ̃ uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: concurrant autem per conuersam secundæ 6. quoniam enim linea t p est minor ꝗ̃ linea a b, ut patet ex præmissis, & illæ lineæ æquedistant, patet ꝙ lineæ a t & b l concurrent, sit ergo punctũ concursus i, & similiter lineæ a k & b l concurrent, sitq; punctus concursus l; palam itaq;, quia magis uidebitur de cono super punctũ i, ꝗ̃ super punctum l per 86. huius, propinquior enim est ipsi cono punctus l, quàm punctus i; qđ autem de superficie conica uidetur oculo existente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uisus existente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uisu existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed qđ uidetur à pũcto i maius est eo qđ uidetur à puncto l & minus esse uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius est illo qđ uidetur à puncto k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponitur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisibus potest demonstrari, patet ergo propositum.



LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem coni ducta perpendiculariter existente super axem superficiei conicæ medietas uidetur.

Verbi gratia sit pyramis a e n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, ꝙ punctũ d est centrũ circuli basis ipsius coni, sitq; centrũ uisus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico ꝙ conicæ superficiei a c n medietas uidebitur, secet enim aliqua superficies conum a c n æquedistanter basi c n: hæc ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundũ circulũ qui sit f g, & eius centrũ, qđ sit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, seceto; superficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq; cõmunis huic superficiei & circulo f g erit orthogonalis super axem, quoniã axis est erectus super superficiem circuli, & transibit centrũ circuli. Sit quoq; illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquedistans lineæ b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoq; per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ sint f e & g h, & ab eisdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ sint f a & g a: duæ ergo superficies planæ, in quarũ una sint lineæ f e & f a, & in quarũ altera sint lineæ g h & g a: palam, qm̃ contingent pyramidem secundũ lineas longitudinis, quæ sunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̃ linea k l æquedistat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ sunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquedistantes lineæ b a: quælibet ergo ipsarũ est in eadem superficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ superficies necessario se-

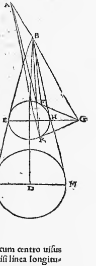


rio fecabunt fe fuper lineam b a per 19. primi huius, utraq; ergo fuperficierũ pyramidẽ ꝓpofitaꝶ in terminis diametri unius fuorũ circuloꝶ contingentiũ tranfit per centrũ uifus: ꝙ ergo fuperficiei conicæ inter illas fuperficies cadit, apparet uifui, eft aũt hæc medietas pyramidis, qm̃ illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo fitu medietas fuperficiei conicæ uidetur, quod eft propofitum.

XC.

Linea à centro uifus ad uerticem coni ducta angulum obtufum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur fuperficiei conicæ pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq́; per 89. primi huius, ꝙ centrũ circuli bafis eft punctũ d, fitq́; punctũ a centrũ uifus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtufus, ita tamen, ut linea a b nõ fiat una linea cũ aliqua linearũ longitudinis coni, fed fecet eas utcunq; poffibile eft productas omnes, eritq́; tunc uifus altior uertice pyramidis. Sitq́; ut in præcedente circulus e h æquediftans bafi pyramidis quæ eft i m, & linea cõmunis huic fuperficiei & circulo, in quo eft centrũ uifus punctũ a, & axis coni qui eft b d fit linea e h, eritq́; linea e h ꝑpendicularis fuper axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cũ linea b a, producta ultra punctũ b, concurret aũt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d eft obtufus ex hypothefi, & angulus d b h eft acutus per 32. primi, & linea e h eft ꝑpẽdicularis fuper axem b d. Sit ergo concurfus punctus g, & à puncto g producãtur duæ lineæ g f & g k, circulũ e h contingentes per 16. tertij, contingant q́; circulũ in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, ꝓducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctũ b quæ fint f b & a b; fuperficies ergo illæ in quibus funt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingũt pyramidem, & in utraq; iftarũ fuperficierũ erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in ꝗ concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi eft in utraq; illarũ fuperficieꝶ, ergo utraq; fuperficies tranfit per punctũ a centrũ uifus, & quoniã per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includũt minorem partem circuli, qm̃ arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarũ lineaꝶ ab eodem puncto productaꝶ, eft minor femicirculo, tunc patet, ꝙ illæ duæ fuperficies includũt minorem partem fuperficiei conicæ ꝗ̃ fit medietas; refiduũ ergo illius fuperficiei eft maius medietate, hoc autem uidetur à uifu taliter ut ꝓponitur collocato, pars ergo fuperficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc eft ꝓpofitũ, ambobus uero uifibus adhuc uidetur magis.



XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uifus concurrerit, nihil uifum totius fuperficiei conicæ latebit, nifi linea longitudinis illa fola.

Sit pyramis, cuius uertex fit punctũ b, & linea longitudinis fit c b, fitq́; centrum uifus punctũ a, & linea c b producta ultra punctũ b, concurrat cum centro uifus puncto a, dico ꝙ non latebit uifum totius huius fuperficiei conicæ pars aliqua, præter quandã lineam intellectualẽ, quæ eft ipfa linea longitudinis b c. Omnis enim fuperficies in quo eft linea à centro uifus ad aliquod punctũ axis ducta, fecabit pyramidẽ, excepta tãtum illa fuperficie in qua eft linea a b c, hæc enim contingit pyramidem fecundũ lineã b c ꝑ 95. primi huius, & qm̃ illud qđ fub fuperficie contingente pyramidem, & tranfeunte cen

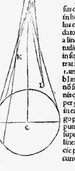
tro ui-



tro uisus continetur occurri uisui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctorũ superficiei illius conicæ in superficie uisus depinguntur: palam ergo, q̃m tota superficies conica uidetur, excepta sola linea intellectuali quæ est b c, dato enim quocunq; puncto superficiei pyramidalis extra lineam b c, dico q̃ illud uidebitur, sit enim illud punctũ h, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit h b, fietq; triangulus h b a, qui necessario erit in aliqua superficie pyramidẽ secante, pertranseunte centrũ uisus a: ex lineis aũt illius superficiei non cadunt, nisi duæ in superficiem conicã pyramidis. s. linea lõgitudinis b h, & linea opposita lineæ b h in alia parte pyramidis, q̃m ut patet per 90. primi huius, planæ superficiei secantis conũ trans axem, & superficiei conicæ cõmunis sectio est trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentũ: linea uero a h secat lineam b h in puncto h, & linea c b secat eãdem b h in pũcto b per 91. primi huius: lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis nisi in puncto a, nec enim ad aliquod punctũ mediũ lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nõ occultabiť ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrũ uisus a, occurrit ergo punctus h uisui, cũ inter ipsum & uisum nõ accidet solidi corporis interpositio, eadem quoq; est ꝓbatio de quolibet alio dato puncto superficiei pyramidis: in linea uero b c quæ ꝑpendicularis est super superficiẽ uisus p 72. primi huius, solũ tantũ punctũ possibile est uideri, ut ostensum est in 4. huius: omnia uero alia puncta lineæ b c necessario occultantur, patet ergo ꝓpositũ. Patet itaq; ex ijs, q̃m in hoc situ nulla superficierũ pyramidẽ contingentium peruenit ad centrũ uisus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidẽ contingit, & omnes superficies aliæ conũ contingentes, secant lineam productam à centro ad ipsam pyramidem inter uerticem coni & centrum uisus.

XCII.

Axe pyramidis cum centro uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.



Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoq; punctus b, & sit uisus centrũ punctũ a, sitq; ut axis b c ꝓducta currat in punctũ a, dico q̃ in hoc situ oculi tota conica supficies pyramidis occurrit uni uisui, nullus enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultať, dato enim quocunq; puncto sit ille l, & ducatur ad ipsum à centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b, fietq; trigonũ l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo q̃ linea a c ducta à centro uisus intrat in ipsam pyramidẽ secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, q̃m linea a b est in linea superficie: linea uero a l secat lineã b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nõ sunt nisi duæ tantũ lineæ in superficie pyramidis. s. linea longitudinis quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quæ sit b k, ut patet per 90. primi huius; hæc ergo linea b k producta ultra punctũ b, cum sit in eadem superficie cũ lineis a b & b l, necessario secabit angulũ a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l: sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidẽ in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l; producta ergo linea a k in infinitũ, non concurret cum aliqua illarũ linearũ: nõ interponať ergo solidum punctum

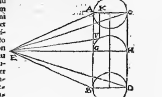
qđ

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrum uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio: & eadem est demõstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaq; ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrum uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam à centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrum uisus & pyramidum, quàm in uertice ipsius axis, ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis à centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiẽ quæ sit a b & c d, dico quod si à centro uisus quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f, secabit propositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidẽ secans ipsam in puncto f æquedistanter basi, eritq; per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g f h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est c d in pũcto h, & ducantur à puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e h, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadẽ superficie cum lineis illis existens secat circulum g f h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redijt, patet ergo propositum.

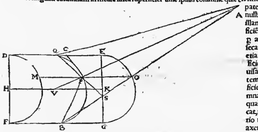


XCIIII.

Pluribus planis superficiebus centrum uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secãtibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere: & ecõuerso superficiem per æqualia illã uisam superficiẽ, diuidentẽ axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisa sit e d f g, & axis eius sit h i, sit cẽtrum uisus punctum a, sintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ superficies transeuntes centrum uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulũ super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cõtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p s, tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus, qui sit b q & eius centrum sit u, ducãturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, à centro uisus circulũ

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secentq; lineā illam circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducātur intra columnā lineæ b u & q u, semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, est linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æquales, ut supra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b: sed linea t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana secans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqualia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei cōtingenti columnam in media linea superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est linea m o, patet quod nulla ipsarum illam superficiē uisam p æqualia secat. Sed etiam superficies quæ uisam partem superficiei columnæ p æqualia secat, necessario trāsit p axem. Sit enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficierum secantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, sed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & similiter linea p s æqualis ipsi lineæ s b, relinquit ergo linea a t æqualis esse lineæ a s, & quoniā in illis trigonis a p s & a p t, linea a p est cōmunis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum est rectus, linea a p est perpendicularis super lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, superficies in qua est linea a p secās columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandū, & hoc ꝓponebatur.

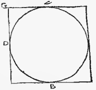


XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantiæ qua facta non fiet uisio, ut patet per 8. huius. Corpus uero angulare circa angulū est minus quàm circa alias sui partes,

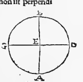
tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulũ g quàm circa puncta remotiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulũ esse figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda; quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figura altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadratæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis est proportionalis, respectu distãtiæ totius corporis à uisu aliqua proportione sensibili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æstimantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimũ ex aliqua magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per eadem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quãdoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus figuris: passiones proprias ipsarum superficierum illis corporibus, quorum sunt ipsæ superficies applicantes: sit itaq; rota a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq; oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quæ cadit à centro oculi super cẽtrum rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiei ipsius rotæ, illa ut non sit perpendicularis super rotæ superficiẽ, nec æqualis semidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ sunt mediæ inter maximã & minimã, ꝓpinquiores minimæ sunt minores remotioribus ab illa, quælibet aũt duæ æqualiter distantes ab altera diametrorũ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idẽ accidit in figuris lapidũ molariũ & oĩbus alijs quibuscũq; figuris & hoc est ꝓpositũ.



XCVII.

In figuræ uisiõe uirtuti distinctiuæ error accidit ex intẽperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata eñ lucis dispositione figura poligonia æquilatera uidebit̃ de nocte circularis uel sphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiã sphæra sub luce ualde debili uisa æstimat̃ sup̃ficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultãtur uisui partium prominentia in sup̃ficie ipsius sphæræ. Ex intemperata etiã lõgitudine distantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphærica, & etiã figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p 59. huius, qñ etiã propter remotionẽ nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nõ sentitur. Tunc ꝓpter ipsam remotionem quadratũ altera parte longius uidetur, ut patet p 62. huius. Accidit etiã error uisioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorũ laterũ æqualiũ opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphærica uidetur plana p 65. huius. Ex inordinatione etiã situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicũ super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigo

niæ uel columnaris figuræ, & similiter propter æqualitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata æstimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabūtur uisui, unde forte forma eius angularis æstimabitur rotunda, sphærica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquæ prominentiæ latebunt uisum, & æstimabitur eorū superficies plana, ut hæc patere possunt in athomis solis, quorum certa figura nō cōprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui à minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam soliditate accidit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur sphærica, forte et sphæricitas illorum corporū uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aëre nubiloso obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphæricitas, & si in ipso fuerit sphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nō est taliter dispositū ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumē, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & æstimatur planicies. Et si fuerint res figuræ angularis subito uisæ, forte sphæricæ apparebunt. Visus quoque debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidētur res sphæricæ planæ & angulares sphæricæ, sic ergo patet propositum in omnibus circunstantijs uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ, sunt idem illis qui in situs & figuræ accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accidit ex errore proueniente circa species figurarum, ut si superficies sphærica conuexa uel concaua æstimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uisu non comprehendet uisus corporeitatē, quando non comprehendit obliquationem superficierum, & hoc totum accidit ꝓpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficierum ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cū certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cōprehenditur corporeitas, & cū comprehenditur figura indistincte, cōprehenditur etiā corporeitas indistincte, & hoc accidit in o͞mibus modis quibus error accidit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarū, ideo etiā errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit̄ sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figuræ.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur à uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficiei uisus partibus impressarum.

Distinctio quæ est inter quælibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, hæ enim sunt principiū distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam hæc per se perueniunt in partem superficiei uisus, quandoque autē lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quæ distinguūtur, quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguentia formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundū situm distinguentibus corpora, quorum formæ distinguūtur in uisu, & tūc si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quæ est in loco distinctionis, nō est in corpore continuato cum utroque corporum quæ sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoque fit distinctio uisibiliū ex hoc,

quia

quia non est possibile plura uisibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus, in loco indistinctionis, sed est inæqualis obliquitatis, aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui, quàm alia, quæ non est uisui oblique opposita, uel quæ sibi opponitur plus oblique, & secundum hoc comprehēdet uisus distinctionem uisibilium formarum, si ipsorum distinctio secundum spaciū interiacens sit ampla siue stricta, dum tñ sit sensibilis respectu remotiōis corporū uisorū & respectu quantitatū corporum distinctorū, quia forte quãdoq; distinctio formarum est quantitatis unius capilli, & illud diminutū non aufert distantiã sensibilem in uisu, patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium cōprehenditur à uisu ex distantiæ priuatione.

Cùm enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendet ipsum esse continuū, & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa à uisu, comprehendet uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & cōtigutionem ex comprehēsione aggregationis duorū terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrunq; duorum corporum cōtiguorum est diuersum ab altero & distinctum ab eo, tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisæ perfectam unitatem quæ est continuitas, patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur à uisu per hoc, quod unum uisibilium cōprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & in illorum distinctione comprehendet quod quodlibet ipsorum est ab altero diuisum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus distinctiua comprehendet numerū ex multitudine illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorū unitatem, & per hunc modum omnium rerum uisarū numerū cōprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propositum.

CII.

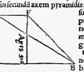
Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uisibus secundū æqualitatem angulorū obliquius incidentes plurimū à se distant.

Quod hic proponitur satis patet, quando eñ linea radialis superficiei uisus oblique incidit, tunc ipsa per 47. secundi huius, refringitur à superficie oculi, & ad cōcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc secundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens propter suæ incidētiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suæ refractionis acutū, unde tunc linea refractionis intersecat lineam directe incidentem, & à superficie oculi æqualiter refractam, & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uisam, & si ambæ formæ oblique incidant secundum eundem suæ obliquitatis modum, ita ut utrobiq; sit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam per quam directe incidens ad mediū punctum concauitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medij puncti concauitatis nerui, sit dextra, & sic quandoq; accidit illas formas à se plurimum distare, & quoniam quælibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuæ, quoniam secundum luces & colores quæ sunt in ipsa forma, quæ est extra, depingitur ipsa forma in superficie organū membri sentientis in duobus locis secūdum neruum oculorū quibus incidit & à quorum superficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propositum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uisuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, qm̃ forma illius puncti incidit uisui secundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

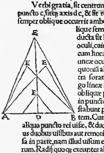


superficiei alterius uisus uenit ad punctũ aliud q̃ ad mediũ punctum concauitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficiei uisus, & sic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorũ uisuum a & b, sit linea e f quod uisum directe oppositum centro uisus a. sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, q̃ forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem lineæ e f tota oblique incidit superficiei uisus b, palam per ea quæ declarata sunt in eadem 3. tertij huius, q̃ forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formæ, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.

CIIII.

Omnis forma rei uisæ intra axes radiales constitutæ, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitq; axis d c, & sit res intra axes uisa, quæ e, dico q̃ forma rei uisæ, quæ est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidebitur esse duæ, q̃ autem oblique semper incidat ambobus uisibus, patet, cum enim à puncto c,



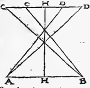
ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis uueæ oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 13. undecimi, quoniã ab aliquo puncto superficiei rei uisæ, quæ est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non possunt, omnes ergo lineæ à superficiei corporis e ad superficiẽ uisuum productæ, sunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, sed ultra, & plurimum à se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duæ per præcedentem. Cum itaq; axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axium uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoq; exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisorum incidit duobus uisibus, in duobus locis diuerse positis, & peruenit ad loca diuersa concauitatis communis nerui à duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formæ non superponuntur sibi, erunt ergo duæ formæ, & ita semper forma rei taliter ad uisum dispositæ uidentur duæ formæ, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.

CV.

Lineæ rectæ uicinæ uisibus in superficie axis communis erectæ super trigonum

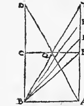
gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebũtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis.

Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b, & sit linea recta h z, quæ secundum medium punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quæ sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est ꝙ ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicũq; punctus cõiunctionis qui est q, lineæ h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & sic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cõiunctionis declinantia, ac si duæ lineæ se intersecent in puncto coniunctionis quód est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uisum dextrum ex parte axis h q, fiunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quæ à centro uneæ respicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uisum dextrum, fiunt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum fiunt dextri, perueniunt enim utriq; radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis uneæ complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriusq; anguli axium & istorum semidiametrorum sunt æquales circa centrum utriusq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem sint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidistante lineæ a b per 31. primi, quæ sit c z d, producatur linea a q in pũctum d, & linea b q in punctum c, patet quòd secundum illas lineas fit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quòd fit obliquatio uisionis, qui sunt c q z, & d q z, sunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uisuales, quæ exempli causa sint lineæ b q, & q c, coniunctæ sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuersitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uisibus, quæ obliquatio fit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad mediũ punctũ concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut ostendimus in præmissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte sectionis partes linearũ sunt æquales, & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & secũdum elongationem à uisu fiunt minores, quousq; circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisæ, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterq; apertus reseruetur, sic uices mutando quãtum placet.



CVI.

Si à puncto coniunctionis linea inter duas perpendiculares productas à terminis lineæ connectentis centra uisuũ eidem æqualis & æquedistans fuerit, producta forma cuiuslibet puncti productæ lineæ aut rei super ipsam existentis, & forma rei existentis super alteram perpendicularium in puncto propinquo prædictæ lineæ uidebitur tantum una: existentis autem in eadem perpendiculari remotæ à producta linea uidebitur semper duæ.



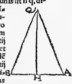
Sint centra duorum uisuum a & b, linea ergo connectens centra est a b, & ab illius terminis erigantur perpendiculares a c & b d per 11. primi, et sit punctus coniunctionis q, erunt ergo axes uisuales a q & b q, à puncto uero q per 31. primi ducatur linea k q c, æque distans lineæ a b, dico ꝙ formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut rei super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendicularium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res uisa, ad huc uidebitur eius forma una, ꝙ si fuerit in puncto ualde remoto ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur eñ à puncto b lineæ b k, b r, f b, palam ergo per 19. primi, quoniam linea b k, est maior ꝙ̄ linea b t. Sed linea k q, est æqualis lineæ q c, ex hypothesi ergo p 35. primi huius angulus c b q, est maior angulo q b k, est eñ in trigono orthogonio quod est c b k, producta linea b q, ab angulo c b k, ergo proportio anguli q b k, ad angulum c b q, minor ꝙ̄ portio basis, quæ est q k, ad partem basis quæ est q c, Sed partes illæ basis ad inuicem sunt æquales, ergo angulus c b q, est maior angulo q b k, per 10. quinti. Sed per 4. primi angulus c b q, est æqualis angulo k a q, angulus ergo k a q, est maior angulo k b q, ergo per argumentum petitionis factæ in principio primi libri huius remotio lineæ a k, ab axe a q, est maior ꝙ̄ remotio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotiones est modica, quoniam differentia inter duos angulos k a q, & k b q, est modica, forma ergo puncti k, non multum obliquabitur ab axibus uisualibus, qui sunt b q, & a q, non ergo uidebitur illius puncti k, forma nisi una, qm̃ forma eius non multũ elongať à puncto medio cõcauitatis nerui, & qm̃ corpore aliquo existente in puncto r, patet ꝙ radij exeuntes ad punctũ b r & a r, & quia etiã duo anguli r a q & r b q nõ multũ differũt, qm̃ angulus k b r, quæ est illoꝝ angulorũ differentia, ut patet, nõ habet sensibilẽ quantitatẽ, quando punctus r fuerit ualde ꝓpinquo pũcto k, forma ergo pũcti r adhuc non uidebitur nisi una. Si uero corpus aliquod cuius forma se offert uisui, existat in aliquo puncto lineæ perpendicularis super superficiem uisus, quæ est a c, remoto ualde à puncto k, ut est punctum f, tunc quia anguli f b q & f a q, sunt diuersi maxima diuersitate. Ideo ꝙ angulus f b k, qui est illorum angulorum differẽtia est sensibilis quantitatis, tunc corpus ꝙ est apud punctum f, uidebitur duo, quando duo axes concurrunt in puncto r, forma enim puncti f oblique incidit superficiei uisus b, unde nõ peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, ut patet per 102. huius, sed apparet ultra illud, sic ergo numeratur forma illius puncti f. Ex hoc itaq; patet, ꝙ uisum in quo concurrunt duo axes semper uidetur unum, sicut etiam patuit per 46. tertij huius, & ꝙ unumquodq; uisorũ, in quo concurrunt radij consimilis positionis, inter quos non est magna distantia ab ambobus axibus uidetur etiam unum, illud uero uisum in quo concurrunt radij multum distantes ab axibus uidetur duo, propterea ꝙ ipsum uni uisuum incidit directe & alteri ualde oblique, uel si ambabus uisibus incidit oblique, una illarum obliquitatum est sensibiliter maior ꝙ̄ altera, uidetur ergo talis res duæ per 104. huius, patet ergo propositũ.

CVII.

Puncto coniunctionis in angulum trigoni, cui subtensa basis sit æqualis lineæ connectenti centra oculorum secundum terminos suæ basis, applicati centris

ti centris amborum uisuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uisui repræsentat.

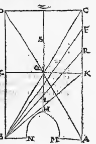
Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus, taliter ut ꝓponitur, uel si ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centris oculorū, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q; laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præsentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uneæ per 24. tertij huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidē uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinistrum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & fit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctū q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Assumatur tabula lignea planæ superficiei, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a b, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistātes, sintq; a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q, & à puncto q, qd per 40. primi huius est medius punctus superficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquedistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorū colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum b interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisuū, & sit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita q; corpus g sit sup punctū q, & corpus p sup punctū k, & corpus e sup punctū c, & applicent̄ illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita q; nō cadant, & tūc applicet̄ tabula uisibus ut supra ꝑmissum est, deinde expimentator inspiciat forti intuitu corpus g, qd est in puncto q, medio puncto tabulæ, tūc ergo duo axes amborum uisuum concurrent in aliquo puncto superficiei corporis g, & supponentur duobus diagonis tabulæ, qui sunt b q, & a q, aut erunt æquedistantes illis, & axis communis supponetur lineæ h q, & si in hac dispositione intueantur ambo uisus, oīa quæ sunt in superficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuscuiusq; corporum, quæ sunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extensa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ secantes se super punctum q, uel super q̄dcūq; aliud punctum, cōcurrāt radij uisuales, & etiā quilibet duorū diagonorū qui sunt



b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior quàm sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, quòd duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterque uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde instituuntur in côcauitate nerui cômunis ab inuicê remotæ, infigunttur enim in duabus partibus contrarijs respectu puncti medij nerui cômunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, quòd si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in linea h z, æquedistanter à puncto q, & sit corpus e uicinius uisibus in puncto l circa punctum q: & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipsis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, quamuis secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarum duarum linearum. Idê quoque accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui quàm alterum, quia enim tunc uterque diagonorum apparebit duo, unde super utramque linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, quòd si corpus e in eadem linea a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k, quàm sit punctũ r, sitque puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoque accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionê dirigantur ad quodcunque punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto r, & corpus p in puncto k, tunc utraque ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquod punctũ lineæ t k, tunc reuertetur prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inscribat omnes ipsas una scriptura manifesta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cæra ut stent erectæ, & applicata tabula ipsis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & côprehendet eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, côprehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum; tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k reposita

ſita tertia cedula ponatur penes primam, quæ eſt in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehendentur in ſuis ſcripturis æqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas: & ſi tertia cedula moueatur plane ſuper lineam q k, axibus illorum uiſuum cadẽte in punctum q, uidebitur tunc diminui diſtinctio ſcripturæ cedulæ motæ ſecundum diſtantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur ſecundum lineam latitudinis a k protenſam, tunc ſemper minuetur ſcripturæ diſtinctio, ita quòd tandem nulla erit diſcretio ipſius. Peractisq; circa lineam c d, eiſdem quæ cum his cedulis facta ſunt circa lineam k c, eadem tunc uiſibus apparent quæ prius ſeruata diſtantiæ proportione, & etiam ſi elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his paſſionibus ambobus uiſibus accidunt, plus accident uni uiſuum ſi alter fuerit coopertus. Deinde aſſumatur ſchedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius ſignetur per 40. primi huius, & alia ſchedula ſcribatur ſcriptura aliqua diſtincte, & erigatur hæc ſchedula ſuper lineam k t, & dirigatur uiſus ad medium illius ſchedulæ, tunc enim uidebitur ſcriptura bene diſtincta, ſed ſcriptura quæ eſt circa medium ſchedulæ uidebitur diſtinctior, quàm quæ in extremis.
Deinde parum obliquetur ſchedula ſuper lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uiſuũ cadentibus ſuper medium punctum ſchedulæ, inuenietur ſchedula minus diſtincta quàm prius, cum ſchedula fuerit ſuper lineam k t, & ſi ſchedula plus obliquatur, indiſtinctior uidebitur ſcriptura, & quanto magis obliquabitur ſchedula, tanto magis latebit utrumq; uiſum uel alterum ipſa ſcriptura. Et ſi ſchedula ſecundum alterum ſuorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur ſuper ſuperficiem tabulæ ſecundum lineam k q, tunc patet quòd medietas ſchedulæ cadet extra tabulam; uiſui itaq; cadente in punctum q, tunc uidebitur ſcriptura circa punctum q diſtinctior, minus autem ſecundum partes remotiores ab illo, & ſi obliquetur ſchedula ſuper lineam q k, apparebit latentior ſcriptura ſecundum quantitatem obliquationis & diſtantiæ à puncto q, & ſi ſchedula ponatur ſuper lineam c d, tunc uiſibus directis ad medium punctum ſchedulæ erit litera legibiliter diſtincta. & ſi obliquetur ſchedula ſuper punctum z, & tunc erit ſcriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum eſt circa lineam t k, idem accidet in diſtinctione ſcripturæ proportionaliter illi ſpacio diſtantiæ, etiam ſi elongetur ſchedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uiſibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uiſuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorũ quæ ꝑ plura theoremata proponuntur, & patet manifeſte, quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propoſitum.

C I X.

In uiſione diuiſionis, cõtinuationis & numeri error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmiſſorum uiſione, quia ſi de nocte uideatur tabula, in qua ſint linearum obſcuratarum protractiones, uidens illas putabit forte diuiſiones eſſe uel ſciſſuras, & ita continuum etiam putabitur diuiſum, & partes eiuſdem continui plura putabuntur ut diuiſa, cum tamen tabula ſit continua & tantum una. Similiter exiſtente uiſu in forti luce reflexa, ſi ipſi uiſui adhibeantur corpora modicum diſtantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum diſtantiam diſcerni. Ex intemperata etiam di-

stantia fit error in præmissorum uisione. Pariete enim aliquo à longe uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus, forte putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spacium illius coloris. Similiter etiam si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut consueuit in talibus crescere hædera, uidebitur forte paries secundũ hæderæ spacium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, æstimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum æstimetur diuisum, & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa æstimantur continua, & plura æstimantur unum, corpora enim à longe uisa in colore similia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel scamni apparẽt quãq; cõtinuæ, cũ modica diuisione ad inuicẽ sunt diuisæ, & sic diuisa æstimant̃ ꝓpter remotionem à uisu esse continua, & plura æstimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in præmissorum uisione, si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint puncta sensibilia, nigra uel ualde tenebrosa, illa quẽ diuisiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit continuitatis unio, & si in hoc corpore fuerint lineæ tenebrosæ sensibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuisæ, cum sint continuæ, & plures, cum sint unum. Similiter etiam ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quòd uno aspectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti spacium quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum sint diuersi & plures: qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem præmissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione præmissorum: adhærente enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim lateret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitreum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate, si enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana superficie constituta, & bene cõpressa, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiẽ ipsorum: huius autem error causa est paruitas quantitatis spacij & aeris, secundum quòd se illa folia contingunt, & sic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; soliditatis fit error in præmissorum uisione, in corpore enim magnæ raritatis ut in cristallo pura, si in aliqua parte superficiei suæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fissum secundum locum in quem cadit illa linea, & ita æstimatur uitrum discontinuum & plura, & hoc accidit propter perspicuitatem quæ accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmissorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmissorum uisione. Si enim corpus in quo sit linea nigra subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uidentur, æstimabuntur continua, sicut accidit in tabulis scamnorum subito inspectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uisus error accidit in uisione præmissorum, & secundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte semper durante uisus debilitate, & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorum oculorum, quæ diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & æqualis ordinationis, ut satis demonstratum est ex præmissis, patet ergo propositum.

Motus

CX.

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motæ secūdum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quæ sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quàm prius, palam quod facilitas huius comprehensiotis motus fit ex comparatione rei motæ uisæ ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tūc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaq; motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisæ motæ respectu alterius uisibilis qd' est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisæ motæ respectu illius uisibilis non secundum se totū moti, & hoc modo comprehendit uisus motum circularem. Similiter etiam accidit motū à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia cōparetur. Cum enim uisus fuerit quictus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tūc elongabitur aut appropinquabit uisui per motū, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tūc sentitur, quod si mobile mouetr tantū circa uisum circulariter, tūc enim superficies uisiua oculi non fit tota sphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis uneæ est uisiua, & non aliæ partes superficiei oculi; aliqua itaq; re mota circa uisum, necessariò mutabitur situs partis oppositæ uisui, & cum illa pars rei uisæ motæ fuerit mutata, sentiet uisus mutationē eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisæ. Et si ipse uisus moueatur, cōprehendet tamen motum secundum quēlibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisæ motæ, sentiēdo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus; sed tamen quādo ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, adhuc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quæ accidit rei uisæ motæ propter motum ipsius rei, uel propter motū ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formæ corporum existentium nō motæ, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte perueniat in uisum forma rei uisæ motæ, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisæ non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quælibet duo instātia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisiua est uirtus sensitiua, oportet tempus ab ipsa cōprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Siue enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontis uel æquedistantem illi, siue etiam nō sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehēsione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij super quod mouetur res uisa secundum se totum motu recto, & tunc uisus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ spacij directi, super quod fit motus in superficie horizontis, aut in superficie æquedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehēsione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficie horizontis, aut æquedistante ipsi aut erecta super ipsam, motū enim compositum ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spacij tortuosi super quod fit motus. Comprehendit etiā uisus diuersitatē & æqualitatē motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quæ mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

unum ſpacium pertranſitum ab uno mobili in aliquo tẽpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorũ ſpaciorum cũ inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterũ duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

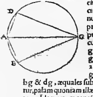
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitũ in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniã ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aũt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pũctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper



eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono enĩ a b g, circumſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoq; contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſup circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.



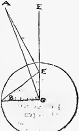
Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aëre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circumſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pũcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroq; ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.

CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planã ſuperficiem in qua

in qua sit cẽtrum uisus mota sui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, semper æqualis uidetur. Idémq; accidit secundum lineam à centro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato.

Esto a b aliqua magnitudo uisa erecta super quamcunq; superficiem planam datã, in qua sit cẽtrum uisus quod sit g, & ducatur ab altero terminorum rei uisæ ad centrum uisus linea g b, & secundum quantitatem lineæ g b, centro existente puncto g, describatur circulus, dico quod si sup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ est a b, q̃d semper uidebitur æqualis oculo ipso in puncto g existente, quia em̃ linea a b, est erecta super superficiem planam p diffinitionem, quia semper facit angulum a b g rectum, & semper angulum æqualẽ cũ linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, sed & linea g b semper est æqualis sibijpsi, cũ sit diameter circuli, & linea a b semp est æqualis sibijpsi; ducatur itaq; linea a g, palaḿq; q p totam circuli periferiam angulo a b g est æqualis sibijpsi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, semper uidebitur æqualis quod est primum propositorũ, ducatur iteḿq; linea g e à centro oculi erecta super superficiem circuli, erit ergo linea g e æquedistans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uisus eleuetur super superficiem circuli secũdum aliquod punctum lineæ g e quod sit e, in quo figatur uisus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota super circuli periferiam æquedistanter lineæ g e, semper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet p 4. primi, quoniam angulus a e b semper est æqualis sibijpsi, cum enim angulus b g e, sit semp æqualis sibijpsi, erit basis b e sibijpsi semper æqualis, & angul9 e b g æqualis sibijpsi ergo etiã angulus a e b est semper æqualis sibijpsi, ergo & basis a e, & angulus a e b, erit semper æqualis sibijpsi, ergo p 20. huius, linea a b, semper uidebitur æqualis sibijpsi, patet ergo secundũ propositorum, & hoc est totum quod proponebatur.



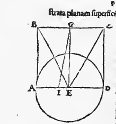
CXVI.

Quantitas oblique incidens superficiei planæ, in qua est centrum uisus, uniformiter mota secundum circuli periferiam, cuius centrum est centrũ uisus, semper æqualis uidebitur: ipsa uero existente æquali semidiametro illius circuli mota quoq; secundum sui situs æquedistantiam per illius circuli periferiã quandoq; æqualis q̃nq; minor quãdoq; maior uisu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum sit punctum e, & in eius periferia sumatur punctum d, sit quoq; linea d z, oblique incidens superficiei circuli, & sic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod si linea d z, in circuli periferia trãsponatur uniformiter, ita ut cum semidiametris illius circuli semper æqualem contineat angulum, quod ipsa semper æqualis apparet, hoc autem potest euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Est enim angulus d e z, semper æqualis sibijpsi, ergo & res semper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e, cẽtro circuli a d, cuius sup̃ficiei oblique incidat linea d z, quæ sit æqualis semidiametro d e, moueatuŕq; per circuli illius periferiam secundum sui primi situs æquedistantiam, sitq; exempli causa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis suæ propriæ quantitati, utpote semidiametro circuli aliquando maior aliquãdo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquedistans lineæ d z, p 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis super circuli superficiem per 11. undecimi, quæ sit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ e g, per 31. primi, quæ sit a b, quæ resecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, erit́q; linea a b æquedistans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet ex hypothesi est obliqua super superficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad sub-

strata

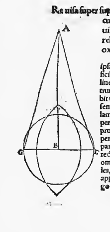
strata planam superficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tūc



patet per 39. primi huius, quoniā angulus g e a minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua g e, & quæcunq; linea in substrata superficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, & duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes sunt inter se æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z transpositarum secundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim lineæ g z, g b, e b, z e, e d, quia itaq; linea g e est æquedistans lineæ a b & æqualis, patet per 34. primi, qm̄ linea g b est æqualis lineæ e a & æquedistans eidē, sunt ergo duæ supficies palellogrāmæ q̄ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a est acutus, ut patet ex præmissis, ppter obliquationē lineæ g e, super superficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtusus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius, angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacunq; linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e, est ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, sed tamen linea e z sit diagonus paralellogrāmæ e d z g, palam quod angulus d e z est medietas g e d anguli per 4. primi, & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a, angulus itaq; d e z est maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmissa cum angulus g e a, sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea g e, & aliqua linea in superficie circuli a d e producta, palā quia medietas anguli g e a est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo lineæ a b, uidebitur omnium aliarum sibi æqualium quantitate minima, & quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquedistantes ab utraq; quantitatum, quæ a b & d z, ad inuicem uidebuntur æquales, & hoc est propositum.

CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa pūctum in quo res uisa superficiei cōiungitur, res semper æqualis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferiā oxigoniæ sectionis.



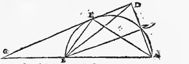
Sit a b, magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b, sitq; centrum oculi in puncto g, in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spacium b g lineæ, describatur circulus qui sit g d, dico quod si transponat̄ centrum oculi à puncto g, super totum circuli g d periferiam, apparebit uisui linea a b semper æqualis, quoniam enim angulus a b g est semper rectus per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, sunt ubiq; æquales, ergo per 20. huius, res uisa, quæ a b, semper uidebitur æqualis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigoniæ sectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis, quæ super ipsius sectionis pūctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonia habet semidiametros inæquales, & omnes lineæ à centro usq; ad circunferentiam ductæ sunt inæquales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

feriam accidebat, qđ patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totũ quod proponebatur.

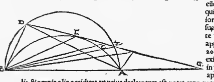
CXVIII.

Reuisa fixa manente oculo uero moto secundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uisæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uisui apparet.

Sit res uisa quæ a b, & sit centrum uisus punctum e, incidat'q; linea e g, oblique lineæ a b, producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, sit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo transmutato secundum lineam d g, quoniã linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. sexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝓportionalis, quæ sit exempli causa linea e g, hoc autem est possibile per resectionem lineæ d g per 3. primi, ponatur'q; centrum oculi in puncto e, producatur'q; linea e b, & producatur in superficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis super lineam b a, quæ sit b d, quæ per 14. primi huius, cõcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d, dico quod moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & describatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ similiter sit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g, ut patet per 16. sexti, & ex præmissis, est æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniã linea g e est contingens circulũ b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadat'q; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, erit'q; b a z d, quadrilaterum inscriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, sed angulus z a g, ut patet ex præmissis est æqualis angulo g d b, sed angulus d b g, rectus cũ angulis b d g & d g b, ualet duos rectos ꝑ 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, sed omnes anguli quadranguli cuiuscunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, est ergo quadrilaterũ z d b a circulo inscriptibile, circumscribatur ergo ei circulus ꝑ 31. tertij, & per 9. quarti, & sit circumscripta portio circuli quæ sit b d z a, ducatur'q; linea b z, secans arcum e a in puncto t, secabit enim ipsam ideo, quia ut patet ex præmissis punctũ z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco, sed angulus a t b est æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui est b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior est angulo a z b, angulus uero a z b æqualis est angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui est a b circuli maioris qui est b d z a, angulus itaq; a e b maior est angulo a d b, centro uero uisus existente in pũcto d, uidetur linea a b sub angulo a d b. Ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pũcto e quâm in pũcto d per 20. huius, mutato ergo oculo secũdum puncta lineæ e d, semper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam semper minor se ipsa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodem'q; modo uisu mutato super pũcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̃ super punctũ e, qm̃ lineæ ductæ super pũctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, semper angulus erit minor angulo b e a, qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis ꝑ 21. primi, maior erit illo cõstituto suꝑ aliquod punctorũ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero terminorũ lineæ a b, ꝓductam, et ꝑ lineã à reliquo



eius termino copulatã, quilibet aũt angulorũ constitutorũ super aliquod punctorũ arcus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in pũcto e quàm ipso existente in aliquo punctorũ e g, semp quoq; minor apparebit secundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uisus existẽte in pũcto g, nõ uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aũt semp apparebit secũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit sicut ad punctũ d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̃ ut iam ostendimus uisu existente in pũcto g, nõ uidebit̃ linea a b, imò tota linea g b, nisi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ꝓpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod si linea e g nõ ex parte puncti a, sed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ est demonstratio. Sit em̃ ut fiat cõcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumscribat̃ portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, sitq; centrũ oculi super punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d intersecat circumferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̃ cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipso existente in puncto d & z apparebit linea a b, æq̃lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.

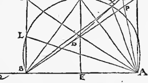


CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantẽ rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens sit a b, diuidaturq; p æqualia in pũcto e, & erigatur super ipsam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrũ oculi in pũcto z, ducãnturq; lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & describatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, p 5. quarti, ducaturq; linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secat circulũ quod sit l, ducatur linea a l; palã ergo p 16. primi, qm̃ angulus a l b maior est angulo a d b, sed p 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi existente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc em̃ cõcluditur p 34. & p 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em̃ b g a æqualis est angulo b d a, & similit̃ patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus à punctis d & g, ergo p 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, semp sibijpsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝓducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, qm̃ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p 16. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qđ angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p 19. primi, linea b h est maior q̃ linea a h, ergo & linea b g est maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se intersecant, sit pun

ſit pũctus ſectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a eſt æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, ſed per 15. primi, angulus a p g eſt æqualis angulo b p h, ergo per 14. ſexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, ſicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, ſicut lineæ a p ad lineam b p, ſed linea a h eſt minor quàm linea b g, ut patet ex præmiſſis, ergo linea a p eſt minor ꝗ̃ linea b p, linea ergo b p eſt maior quàm linea a p, quæ eſt ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem ſit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmiſſis linea p o minor quàm linea p b, abſcindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducatũ linea h o, quia itaq; ꝑ 3. undecimi quinti, & ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, ſicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o eſt æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. ſexti, quoniam trigono h p o & g p a ſunt ad inuicem æquiangula, eſt ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit baſem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipſa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, eſt ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, ſcilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uiſus exiſtente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h ſecet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, q̃m angulus b z a eſt maior angulo b h a, & quoniam quibuſcũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, ſiue linea d z ſit maior quàm linea z g, ſiue minor, ſemper eodem modo poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitũ, angulus eñ b z a, ſit maximus omnium illorũ angulorum, & ei ꝓpinquiores fiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo diſtãtes fiũt æquales, & ſecundũ illorum angulorum quãtitates ꝑ 20. huius, mutatũ quantitas rei uiſæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo tranſpoſito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, q̃nq; æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca ſua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipſas, neq; ſecũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; ſecundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & ſint uiſæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b ſuper ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ ſit b z, ſitq; oculus diſpoſitus in tali ſitu, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo eſt centrũ uiſus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, poſito cẽtro uiſus erunt ſemꝑ per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uiſus æquales, manifeſtum ergo ꝑ 20. huius, quoniam ſecundum quemcũq; punctũ lineæ d z poſito centro uiſus d, ſemper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, tranſponatur autem oculus, & ſit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & deſcribatur circa a e g, trigonum circulus qui ſit a e d g, per 5. quarti, & adijciantũ lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte oppoſita puncti e circunferentiam, quia itaq; arcus a z eſt æqualis arcui z g, ꝑ ultimam ſexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, ſiue punctum ſit centrum deſcripti circuli ſiue non, ſemper enim ex hypotheſi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,



palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g, sed sub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo existente centraliter in pũcto e, & sub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior fit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod est propositum.

CXXI.

Sunt loca in quibus posito uisu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Esto centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines æquales uisæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, semper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus g z b est æqualis angulo g z d. Idem quoq; accidit si super utranq; illarũ linearum b g & g d semicirculus describatur, & à puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoq; accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed est etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ sunt b g & g d, uisui inæquales apparent, ad quẽ inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineã g d portio maior semicirculo quæ sit g d z, possibile quoq; est hoc super g d, describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, est rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20. huius. Est itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus sectionis portionis maioris semicirculo cõstitutæ sup unam magnitudinum, & semicirculi sup alteram cõstituti, & hoc est quod proponitur.



CXXII.

Est locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.



Sit ut in præcedente centrum uisus in puncto z, & sint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ secũdum angulum d g b, qui diuidatur p 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico q oculo existẽte super quodcũq; punctũ lineæ z g, semp magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior; ductis em̃ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior basis subtenditur, p 26. primi, qm̃ si detur q illi anguli sint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod est cõtra hypothesim, palã ergo q illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipsa g b, qm̃ sub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, describatur em̃ sicut in præmissa circa lineã b g maiorẽ ipsaq; portio

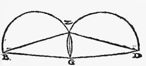
maior

maiot semicirculo quæ sit b z g,& ducanẽ lineæ b z & z g,& circumscribantur lineæ g d,minori portio similis portioni b z g,hoc est angulum æqualem angulo b z g,capientem,sit quoq; communis punctus istarum sectionum punctus z,& ducantur lineæ z b, & z g,z d,quia itaq; angulus d z g,est æqualis angulo b z g, quoniam in similes cadũt portiones,oculi itaq; centro posito in puncto z,qui est punctus communis sectionis illatum portionum,magnitudines b g & g d æquales apparent, qđ est propositum.

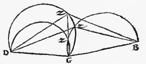
CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uisus posito æquales magnitudines erectæ super subiacentem planam superficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b,& g d,æquales & erectæ super subiacentem ipsis planam superficiem,dico φ est locus ubi posito centro uisus magnitudines a b & g b, apparent æquales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta,quæ sit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10.primi,& à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z,super lineam b d,in eadem superficie per 11.primi, dico quòd super lineam e z,perpendicularem super lineam d b existente centro uisus super magnitudines a b,& g d,æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z,& ducantur lineæ z a, z b, z g, z d,quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z,latus b e, est æquale lateri d e,& latus e z est cõmune, anguli uero z e b,& z e d,sunt æquales, quia recti,palam per 4.primi,quoniam linea z b est æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, est æqualis lineæ d b p hypothesim,& anguli g d z, & a b z,



sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ, erit ergo per 4.primi linea z a,æqualis lineæ z g,& reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis est angulo g z d,ergo per 20.huius æquales apparent magtuitudines a b,& g d, dico etiam φ quandoq; inæquales apparent ipsæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmissa dispositione in eadem substrata superficie transmutatur centrum oculi extra lineam e z,& fiat in puncto i,& ducatur linea i e,ad medium punctum lineæ b d,& ducantur lineæ i a, i b,i g, i d, eritq; per 24.primi linea i b, maior φ linea i d, ideo quod angulus b e i,est maior angulo d e i, æquis inter se lateribus cõtento, abscindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3.primi,



sitq; linea b t,æqualis lineæ lineæ i d,& ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ anguli i b a,& i d g sunt æquales,quia recti,erit per 4.primi angulus b t a,æqualis angulo g i d.Sed angulus b t a, per 16.primi,est maior angulo b i a,quia est extrinsecus trigono a t i;angulus ergo g i d,maior est angulo b i a,ergo per 20.huius,uisu existente in puncto i maior apparet linea d g, φ linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato,demonstrandũ;uariantur autẽ magnitudines in uisu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibilium, patet ergo propositum.

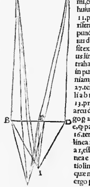
CXXIIII.

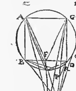
Sunt loca in quibus centro uisus posito in eadem superficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.

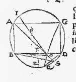
Sit rectangulum a b d g,cuius duo latera a b & g d, sint æqualia,dico φ sint loca in quibus centro uisus posito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumscribatur enim illi rectangulo per 40.primi huius,& per 9.tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

 sunt

sunt b d, & a g, in quocunq; puncto ponatur centrũ uisus. Sit autem exempli causa positus in puncto medio arcus b d, qui sit o, & copulentur lineæ quæ o a, o g, o b, o d, quia itaq; latera a b, & d g, sunt æqualia, erunt per 27. tertij arcus a b, & d g æquales, ergo per 26. tertij, erunt anguli a o b, & g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d, & a g, semper enim centro uisus in quorumcunq; illorũ punctorum existente uidentur a b, & g d, magnitudines æquales. Similiter quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f, per 10. primi, & in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4. primi, & 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si à puncto f, ducatur per 11. primi linea perpendicularis super lineam b d, quæ sit f, & secans periferiam circuli in puncto o, tũc ad huc secundum præmissa in quocũq; puncto lineæ f z, ponatur centrum uisus, semper per 4. primi, & 20. huius dictæ lineæ a b, & g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi sit extra circulum a b g d, ut in puncto e, ꝙ sit exempli causa propinquius lineæ d g, q̃ ipsa b a, dico ꝙ uidebitur linea a b, maior q̃ linea g d, ꝑtrahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d, seceťq; linea e a, periferiam circuli in puncto t, & linea e g, in puncto r, & copulẽtur lineæ b t, & d r, & quoniam, ut supra paruit lineæ a b, & g d, sunt æquales ex hypothesi, ergo p 27. tertij, erit arcus a b, æqualis arcui g d, erunt ergo per 26. tertij anguli b t, & g r d, æquales propter duorum arcuũ æqualitatem, ergo per 13. primi anguli b t e & d r e sunt æquales, qa uero arcus b t, est maior arcu d r, propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g, erit ergo p 28. tertij latus b t, maius latere r d, linea uero e t est minor q̃ linea r e, ꝙ patet ex penultima tertij, & 15. sexti, protracta prius à puncto e, p 16. tertij, linea e q, circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e, sit maior q̃ linea e g, ex hypothesi, patet etiã per 8. tertij, lineã a r, esse maiorem linea e t, quia uero linea b t, est maior q̃ linea r d, & linea e t, est minor q̃ linea e r, fiat per 3. primi huius, ut quæ est proportio lineæ b t, ad lineam t e, eadem sit lineæ r d, ad aliquã lineam quartã, quæ necessario, ut patet ex præmissis, erit minor q̃ linea r e, abscindatur ergo per 3. primi æqualis illi à linea r e, quæ sit r p: copuletur quoq; linea p d, ergo per 6. sexti trigona b t e, & r d p, æquiangula erunt, eritq; angulus r p d, æqualis angulo b e t. Sed per 16. primi angulus r p d, maior est angulo p e d: angulus ergo a e b, est maior angulo g e d, ergo per 20. huius, uidebitur linea a b, maior q̃ linea g d. Si autẽ centrum oculi consistat intra circulũ, tunc immutetur figura, sitq; ut prius circulus a b d g, circũscriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d, diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur à puncto f, ad periferiam circuli perpendicularis super lineam b d, quæ sit z f, cõsistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o, dico ꝙ linea g d, apparebit maior q̃ linea a b. Sit enim centrum illius circuli punctum e, ducãturq; lineæ o a, o b, o g, o d, producatur linea a o, usq; in punctũ circumferentiæ, ꝙ sit g, & linea g o, usq; in punctum q, & linea e o, usq; in punctum i, & copulentur lineæ q d, & g b, cum itaq; linea a s, sit maior q̃ linea g q, per 7. tertij, propter hoc ꝙ punctus o, in q̃ est centrũ uisus, datus est in portione z f d, ꝑpinquior lineæ d g q̃ lineæ q b, & ꝑpinqor puncto g, q̃ puncto a, linea ꝗq; a s, est propinquior centro e, q̃ linea g q, est ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b, æqualis est arcu g d, per 27. tertij, & ex hypothesi, Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus, remanebit arcus b s, maior arcu q d, ergo per 28. tertij erit





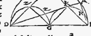


erit corda b s, maior q̃ corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor q̃ linea o q, cum linea o s, sit propinquior diametro e i, q̃ linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoq; b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum quo in præmissis superius usi sumus, patet q angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior q̃ linea a b, centro oculi existente in puncto o, qd' est propositũ. Similiter & q; si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior q̃ linea d g, hæc ergo latera trianguli q̃nq; uidentur æqualia, q̃nq; inæqualia in diuersis locis cẽtro uisus posito, quod est propositũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cõpositæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

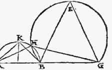
Sit duarũ magnitudinum datarũ b g maior, & d g minor, & circa utrãq; semicirculus describatur, ut circa lineã d g semicirculus d z g, & circa lineã b g, semicirculus g k & tertius semicirculus describatur circa totã lineã d b, q sit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a, pal, ãquia pductæ lineæ secant minores semicirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k & linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaq; centro secundum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datatum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositũ.



CXXVI.

Possibile est inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportione secundum quam propositus angulus diuidetur.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturq; angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpendicularis super diametrum a b, & incidet centro semicirculi, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in puncto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio maior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, eritq; angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatq; pũctus e in medio arcus b e g, quia itaq; linea a b & b g, uidentur directæ uisui oppositæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam q accidit similiter super omnia puncta illorum arcuum semicirculi .s. præmissi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uisionis hincinde sit super eadem, uisu itaq; existente in pũcto communis sectionis ipsarũ, q sit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuersificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiso angulo per aliũ numerũ quẽcũq;. Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secũdum aliquã proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portionẽ circuli capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & super posito centro uisus ad illum angulum ui, debitur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantiæ secundum rectam lineã protensæ à puncto cõcursus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, qm̃ in omnibus uisis ex inæquali distantia, maior est proportio distantiæ maioris ad minorem, q̃ anguli ad angulum, ut patet per 11. huius: idem quoq; accidit, si angulus a k b, secundũ aliã proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g, constituatur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaq; propositum.

CXXVII.

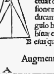
Sunt loca in quibus posito uisu eadẽ magnitudo q̃nq; totius suæ quãtitatis, q̃nq; medietatis, q̃nq; quartæ, uel secũdũ datam proportionem uidetur.



Esto a b magnitudo uisa, dicoq; ipsa transmutato cẽtro uisus ad diuersa puncta, quandoq; ipsa apparet suæ ꝓpriæ quãtitati, quandoq; in alia quacũq; portione: describatur enĩ circa lineam a b, circulus a e b, ita q; linea a b non sit diameter illius circuli, qđ potest fieri sumpta diametro circuli aliqua linea maiore, q̃ sit linea a b. Sit itaq; centrum illius circuli punctum g, & ducantur lineæ a g, b g, a e, b e, palã ergo per 19. tertij, quoniam angulus a g b, duplus est angulo a e b, oculi itaq; centro existente in centro circuli g, linea a b apparebit duplo maior q̃ appareat centro oculi existente in arcu a e d, per 20. huius, qm̃ omnes anguli cõtenti sub lineis ab istis punctis ad puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorũ duplus est angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propositum.

CXXVIII.

Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quantitas augmentari.



Sit linea uisa b g, & sit oculus in puncto 3, ducanturq; lineæ 3 b & 3 g, & accedat oculus propius lineæ, & sit super d punctum. Intelligimus enim hic accessionem secundũ lineam rectam perpendicularem super magnitudinem uisam, ducantur ergo lineæ b d & g d, & quia per 21. primi, angulus b d g, est maior angulo b 3 g, res autem sub maiori angulo uisa maior uidetur per 20. huius, uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo super d existente, respectu eius quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



Sit magnitudo a b, quæ uidetur, & centro oculi sit in puncto g, & ducantur lineæ g a & g b, & augmentetur b a, magnitudo ita ut fiat magnitudo b d, maior q̃ b a, & ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d, maior est angulo b g a, ut patet per 29. primi huius quia est maior sicut totum sua parte, palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d, q̃ b a, maiora uero se ipsis prius uisis uidentur omnia postmodũ aucta, & in eo uero q; maiora sunt sub maiori angulo uidentur, & quoniam tale uisum uidetur idem ei qđ prius uisum est, & æstimatur æquale sibi ipsi, omnium autem æqualiũ q̃d appropinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur, ut patet per 7. huius, uirtus ergo distinctiua animæ sentiens angulum sub quo fit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non in directo

in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quã docp̃ concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.



Verbi gratia, uideaẽ magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediũ qđ est b, nõ sit in directo suorũ extremorũ, sed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, si eius medius punctus sit remotior à uisu, accedat uero medius punctus rei uisæ, qđ est b, ad uisum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico ꝗ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quoꝝ formæ secundũ ipsoꝝ sitũ & distantiã describunẽ in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex sũpficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa secundũ diuersitatem situs sui puncti medij, & hoc est ꝓpositũ.

CXXXI.

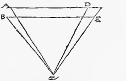
Omnium mobilium æque uelocium secundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineã a g, & sit b remotius à uisu q̃ c, q̃ ergo linea a b, est maior q̃ linea a c, palam per 7. huius, qm̃ secundũ lineam a b sub minori angulo fit uisio q̃ secundũ lineã a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, q̃ quæ fit in puncto c, & similiter per eandẽ 7. huius, sub minori angulo uidetur spacium qđ in aliquo tempore pertransit mobile b, q̃ illud spaciũ qđ in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebiẽ ergo b tardius moueri qđ sub maiori angulo uidetur mobile b, q̃ mobile c, & similiter spaciũ qđ pertrãsit mobile b, sub minori angulo uidebitur q̃ spaciũ, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebiẽ spacium per quod motũ est mobile b, spacio qđ pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem ad huc uidebiẽ moueri b, qđ est remotius à uisu q̃ ipsum c, quod si ambobus ipsis existentibus in una axe uisuali, & aliquod ipsoꝝ fuerit intra concursum axium propinquissimũ uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ paruit; unde æstimabiẽ tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

CXXXII.

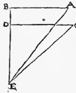
Omnium mobilium æqueuelociũ super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarũ remotior à uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico ꝗ mobile a, ꝗ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius q̃ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor q̃ linea b c, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri q̃ mobile b, ꝗ in eodẽ tẽpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, q̃uis ut patet ex hypothesi illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, q̃ mobile a, remotius uisui; quãdo em̃ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præposteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior q̃ linea a d mobile ergo a, æstimatur tardius moueri q̃ mobile b, quod est propsitum.

CXXXIII.

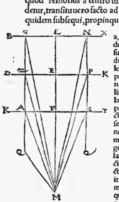
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisorum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, existẽtia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, sitq; centrũ uisus e, & sit ut axis uisualis trãseat ex puncto d, ad punctũ b, erit ergo punctũ b remotius à uisu, quàm sit punctũ d, palã itaq; per 7. huius, quoniam linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet, quàm sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet maior quàm linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatẽ anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, quàm uisibile g uidetur, ergo uisibile a fieri posterius uisibili g, quoniam uiso g uidebit a retro illud, quod est propositum.

CXXXIIII.

Mobilium secundũ lineã cui perpendiculariter insistunt æquedistantes lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorũ, illud quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi uidetur, transitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. s. b g, d 3, k a, super lineã quæ sit g a, cui orthogonaliter insistat secundum puncta g 3 a, sitq; mobile b g, remotius à centro uisus, quod sit punctũ m, & sit mobile a k, uisui propinquius, ducaturq; à uisu à puncto. s. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ sit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq; lineæ k a, d 3, b g, ad lineã m l, incidatq; linea k a lineæ m l, in punctũ f, & linea d 3, in punctũ e, & linea b g, in punctũ l, & quoniam lineæ g a & m l sunt parallelæ, palam per 21. huius, quoniam ad partẽ l, cõcurrere uidentur, propinquior igitur uidebitur g, ad punctũ l, quàm 3 ad punctum e, uel a ad punctũ f, uidetur igitur præcedens b g, subsequens uero d 3, & ultimũ ipsorum k a, protrahatur itaq; linea g a, ultra punctũ a, ad punctũ q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, est maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, est maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad punctum g, quàm linea m 3, ad punctũ 3, uel linea m a, ad punctum a, quoniam anguli extrinseci maiores sunt intrinsecis, itaq; mobile b g, quod est remotius, uidebit præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus secundũ lineã rectam, quæ est g a, ad lineã m l, æqueuelociter ipsis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod est postremum, uidetur subsequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quousq; linea g a, supponatur lineæ m l, tunc secundũ lineã rectã m l, mobile k a propinquius uisui uidet quàm alia, & maius per 7. & 20. huius, facto autem transitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecõtrario, tũc mobile remotius uisui uidebit seq, & propinquius præcedere, propter eandẽ causam quã præmisimus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, quod est remotius à centro uisus m, pertrãsita linea m l, perueniat ad locũ lineæ n x, & mobile d 3, ad locũ lineæ p r, et mobile k a, quod est propinquius uisui perueniat ad locũ lineæ s t, ducatur quoq; à centro uisus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, subsequi duo alia mobilia, ideo

ideo quod sicut præmissum est, linea n x magis approximat ad punctũ l, ꝙ linea p r ad punctũ e, uel ꝙ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit sequi, & linea a k, quæ fuerit prius subsequẽs sup lineam s t, uidebitur præcedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum. CXXXV.



Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & sit centrũ oculi punctũ a, sit aũt inter hæc mobilia b, tardissimũ, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius ꝙ c, et omĩa moueantur ad eandem partẽ uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motũ est cum oculo, nõ ergo mutat sitũ respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebit a, mobile uero b, quia est tardissimũ, patet quod moto uisu ipsum est pertransitũ per motũ uelociorẽ ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp magis & magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelocissimũ est præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp fit plus distans à uisu, uidet ergo præcedere, patet itaq; ꝓpositũ. CXXXVI.

Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uisis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.



Sint enĩ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & sit c, aliquid nõ motũ. Sitq; centrũ uisus a, ducantur à centro uisus lineæ a b, a c, a d, q͂a itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã q̃m ipsum fit ꝓpinquius ad illũ ꝙ corpus c, quia nõ mouetur, sed & mobile d, æqueuelociter motũ est mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare sitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat sitũ respectu illoꝝ amboꝝ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc est ꝓpositũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uisa uidetur ad partem contrariã moueri, quia enĩ partes nubiũ æque uelocitet mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uisu, ꝓpter remotionẽ in paruo tp̃e nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta signata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cũ enĩ talia mobilia sic signata mouent̃ circulariter, q̃dlibet suoꝝ punctoꝝ motu suo describit circulũ, q̃m q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tp̃e sensibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã super quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficiẽ uisus per modũ circũferentiæ circuli, q̃m enĩ motus circularis est totus unus, nõ diuidens tempus, nõ potest uisus cõprehendere formã puncti signati nisi secundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tp̃e cõprehendit colorẽ illius pũctũ circũgiratũ, & si plura sunt pũcta secundũ ordinẽ unius sub altero signata, plures uidebunt̃ circuli subalternatim & ordinate cõtenti, & hoc est ludus pueroꝝ in trochis sup planas superficies circulatiter exagitatis, q̃m q̃n trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aspexerit q̃s ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt puncta ab inuicẽ distãtia, uidebunt̃ plures circuli æq̃distãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uisus differentiã coloꝝ cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura puncta diuersoꝝ coloꝝ sibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uisus oẽs illoꝝ pũctoꝝ colores quasi unũ colorẽ, diuersum ab oibus colorib. q̃ sunt in illis punctis, q̃si sit color cõpositus ex oib. coloribus illoꝝ pũctoꝝ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuersitatẽ coloꝝ, & si motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uisus illud corpus motũ, quasi q̃escẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tp̃e sensibili, sed in minimo tp̃e giratur tota circũferẽtia sup quã reuoluit̃, & similiter mota linea uidebit̃ secundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiusdã sup̃ficiei rotũdæ descripta in sup̃ficie ipsius uisus, & si linea illa

fuerit colorata, tūc ꝓpter motus uelocitatē, motus facit totā superficiē rotundā appare
re coloratā, & hoc est propositū. CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intempe
rata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intēperata em̄ luce accidit error in uisione motus & q̄etis, si em̄ de nocte cōpre
hēdit uisus hoīem añ aliqđ nemus, forte occultabiť ei distātia hoīs ad nemus. Si itaq; ui
dens moueať uersus hoīem uisum, quāto magis ad illū accesserit, tāto distantiā illā certi
us uidebit, unde cū pri9 simul una cū nemore appareret ei homo uisus, & q̄to ad eū pl9
accedit, pl9 uideť à nemore remotus, & certū est ei nemus immotū remanere, æstimabit
ergo hoīem ad partē cōtrariā nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hoīem uisum im-
motū & q̄etū esse, & etiā si homo de nocte uisus nō plene cōprehēdiť, q modicū moueať
nō discerneť motus eius, & uidebiť quiescēs, hi aūt errores nō acciderēt in tēperata luce.
Et intēperata etiā remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si qs. n. ad partē
in qua lunā añ solē aut stellā aliquā uiderit moueari, cū post plurimū motū lunā añ seui
derit elōgatā nō minus q̄ in principio sui motus, æstimat ipam lunā ad eādē partē secū
moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elōgatiōes q̄ durare, & euenit hoc etiā ī luna ad partē
cōtrariā ꝓperāte, accidit q; hic error ideo, q a notū est hoī, qđ in his naturis inferiorib9
existētib9 duobus corpibus, q̄ꝝ unū moueať in partē aliquā, si tūc permāserit identitas
situs respectu alterius corpis, tūc necesse est etiā aliud corpus ī eandē partē æq̄li motu fu-
isse motū, hoc tñ nō oportet sic æstimari ī luna uľ stellis, q̄m magnitudo uiæ q̄ pagit qs
motu suo, nō est ꝓportionalis magnitudini corpis lunæ uel alterius stellæ, ergo neq; ex-
cessus postremæ ꝓpinq̄tatis ad stellā sup primā ꝓpinq̄tatē est sensibilis respectu totalis
remotiōis. Idē etiā error accidit ī motu nubiū, crediť. n. uelocissimus eē motus lunæ, q a
ptes nubiū, p quas uideť luna, subito mutanť, et luna nec cū his partibus nubiū, nec cū il
lis uideť esse sita, & q a luna est corp9 luminosum uisibilius q̄ nubes, æstimať lunā moue
ri motu, qđ secundū ueritatē nō moueť. Similiter etiā accidit error in q̄ete, aliqs. n. à lō
ge uisus nō ueloci motu motus, q̄escere uideť, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos
licet uelociter moueanť, uiæ em̄ q̄s incedūt ī tpe paruo, nō sunt ꝑceptibiles uisui à tanta
remotiōe, unde durante situ ipsaꝝ, respectu uidētis identitate q̄escere putanť. Similiter
etiā accidit hic error, si ī eadē linea uisuali uel axe corpus aliqđ uisum uel à uisu moueať
Tūc em̄ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabiť īmotū, q a nō ꝑcipiť an ꝑtes uel ipsum
totū se aliter habeat nūc q̄ prius, uia em̄ q̄ icedit, est īꝑceptibilis à tāta remotiōe. Ex in
tempata etiā situs oppositiōis oblig̃tate accidit error uirtuti distinctiuæ in p̄missoꝝ ui-
sione, unde aliq̄ uelociter nauigāte ī flumine, & obliq̄ īspiciēte arbores in ripa fluminis,
tūc arbores ab axe uisuali multū elongatas æstimabit moueri, illæ uero arbores quibus
axis uisualis īcidet q̄escere uidebūť. Similiter rota aliq̄ mota, ut molendini obliq̄ uisa ui
deť quiescere. Est aūt hic error ꝓpter solā obliq̄tionē situs rei ad uisum, q̄m talis rota di
recte intuita moueri uideť. Ex intēperata etiā magnitudine accidit error in uisione præ
missaꝝ. Si em̄ moueanť duo, q̄ꝝ unū sit paululū uelocius alio, putabit uidēs esse æqualē
ipsoꝝ motū, cū insensibile sit uisui unius motus sup aliū excrementū, & similiter quātitas
excessus uiæ quā trāsit alius, īꝑceptibilis est uisui, unde indicať æq̄litas motuū & uiaꝝ
& similiter res pua mota forte æstimabiť nō moueri, etiā si distātia à uisu fuerit tpata. Ex
intēperata etiā raritate accidit error in p̄missis. Si em̄ in aere nubiloso obscuro duo cor-
pora moueanť, q̄ꝝ unū alio paululū uelocius moueať, iudicabunť forsitā æquales ipsoꝝ
motus, cū ꝓpter intēperiē diafonitatis aeris discerni nō possit motus unius ad motū al
terius excessus, uideť em̄ tūc perpēdiculariter à uisu excessus uiæ ꝑtrāsitæ ab uno à uiaꝝ
transitæ ab alio. Similiter etiā in tali aere à lōgitudine media nō tñ parua si qs uideat a-
quā fluentē, aut iudicabit eā īmotā, aut si fuerit fortis eius fluxus, æstimabiť minus mo-
ta q̄ moueať. Ex intēperata etiā tpis fit maximus error in uisione motus & q̄etis, q̄ per
se tpe mensuranť, cū em̄ duoꝝ mobiliū unū paulo uelocius alio mouebiť, tunc motus in
tpe modico cōprehēsi æq̄les iudicabunť, q a nō est tā subito cōprehensibilis ipsoꝝ exces
sus, & si aliq̄d tarde moueať hoc in tpe modico in respectu nō uidebiť moueri, q̄m uiaꝝ
quā moueť in modico tpe, est īperceptibilis uisui ꝓpter sui paruitatē, sed & uelocissime

motũ circulariter, & in eodẽ loco manens, ut trochus, nõ æstimaťmoueri, locus eñi trochi nõ mutať, & partes uelocissime redeũt ad priorẽ sitũ. Ex intẽperantia etiã dispositionis uisus accidit error uisioni pmissoꝝ. Cũ eñi qs sæpius in circuitu fuerit reuolutus & post quiescit, tũc putat ꝙ uicini parietes moueanť, ideo qa spiritus uisibiles ĩterius moti discurunt ex motu corpis ipsius facto, nec statim qescente corpe exteriorij spũs intrinsecus moti quiescũt, eo ꝙd leuiores corpe grosso sunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos, illi aũt moti formas motas uirtuti distinctiuæ repñtãt, uideť eñi oĩa moueri, ꝗrũ formæ motis spĩtibus uirtuti aĩæ offerũr etiã post qetẽ ipsius uidentis, & huius simile ẽetiã ĩ alijs motis, trochus eñi diu post qetẽ manus motricis moueť, & nõ quiescit ꝗusq; uirtus infixa sibi desinit mouere. Est etiã ꝗdã corpis & oculoꝝ infirmitas, in ꝗ uidenť oĩa circũuolui. Si etiã corp9 similiũ ptiũ uolaťtarde, ut accidit in ꝗbusdã rotis horologioꝝ, tũc uisus debilis nõ pcipiet motũ eius, neq; etiã sanus uisus pcipiet motũ p ui tpis. Si uero sit corp9 dissimiliũ ptiũ, ut ĩ rotis molẽdini, tũc forte etiã uisus debilis cõphendet motũ, nisi ualde festina fuerit rotæ reuolutio, qa ,ppter uelocitatẽ motus forte dissimilitudo ptiũ rotæ nõ poterit comprehendi, patet itaq; illud ꝗd proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas cõprehendiť à uisu ex cõprehensione lucis superficiei corporis asperi incidentis, ꝑ quã cõprehendiť diuersitas situũ partiũ supꝑficiei corpꝛis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficiei corporis, palam per 11. secundi huius, quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit superficiei illius corporis, partes ergo præminentes erunt manifestæ luci & discoopertæ, & in partes ,pfundas perueniũt umbræ permiscentes lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod non accidit in superficie plana, eius enim partes sunt consimilis situs, & fit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis, uisus itaq; cognoscit formã lucis in superficiebus asperis & planis diuersam propter frequentationem uisionis superficierum asperum & planarum, & secundum hoc dijudicat asperitatem superficierum uel planiciem in corporibus asperis quibuscunq;, sed si superficiei asperæ partes fuerint ualde præminentes, potest etiam uisus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehensione distantiæ quæ est inter partes, & sic ex comprehensione diuersitatis situs partium superficiei corporis asperi cõprehendet etiã asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximæ diuersitatis, quoniam maioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formæ lucis uidebitur distantia partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si præminentiæ partium superficiei rei uisæ fuerint paruæ ualde, non comprehendet uisus illam asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, fit ergo per diuersitatem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per comprehensionem diuersitatis situum partium superficiei corporis, asperitas comprehenditur à uisu, patet ergo propositum.

CXL.

Lenitas siue planicies cõprehendiť à uisu ex cõprehensione lucis supꝑficiei lenis corporis incidentis illis etiã per suarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas est æqualitas situs partium superficiei, patet quod partes corporis lenis sunt consimilis situs, lux ergo illis corporibus incidens fit consimilis & in illis umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quæ est quædam lenitas uel planicies, comprehenditur à uisu ex scintillatiõe lucis in superficie illius corporis, & ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, comprehendit etiam uisus quandoq; planiciem per intuitum diligentem, per quem comprehendit partium superficiei uisæ æqualitatem, quandoq; etiam comprehẽdit ipsam planiciẽ superposito uisu in una parte illius superficiei uisæ, & cum formæ partium extremarum illius superficiei quæ sunt remotiores à uisu secundum lineas rectas ꝑueniunt ad uisum in ipsa superficie productas, tũc uisus sic ipsius superficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ,ppositum.

CXLI.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intẽperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantiæ errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem distantiæ æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replicatæ, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distãtia nõ potest discerni diuersitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs fit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si eñ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisu non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cũ non sit nisi lenitas in illis; hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tũc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimã corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accidit uisioni præmissorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorũ, æstimabitur hoc corpus quod est ratũ & lene esse aspetum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, quia in aëre nubiloso obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa re polita cũ non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex patuitate etiam temporis fit error in uisione præmissorũ, cũ enim subito uidetur aliquod aspetum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio fit error. Ex uisus etiã debilitate fit error in uisione, præmissorũ, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmisimus, illa corpora diafona, quæ sunt peruia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cũ ergo uisus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehensi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni: quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafunitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corpoꝝ ualet spissorũ talibus corporibꝰ diafonis, ipsorũ cõprehensio à uisu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut pater de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLIII.

Spissitudo siue densitas cõprehendĩt à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & nõ sentiet in ipso aliquã diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinẽ, quia cũ statim ad illud corpus terminatĩ opera

tio

tio uisiua, nec aliquid penetrat, p illud uero uisus exercetur ad uidendũ ultra ipsum formas aliorum corpotum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partiũ con pactatum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur.

CXLIIII.

In raritatis & soliditatis uisiõe error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis mulrum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena fit comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritaris uiam rransirus formarũ prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quàm sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, qa remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non pcipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoq; uidentem uinũ esse in uase uitreo, runc æstimabitur à uidenre uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum polnum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro mulrum paruo, quia post ipsum non fit corporis solidi cõprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione præmissorum, Si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum ratum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu sibi soli, unde fit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabirur solidum, & fit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aère enim nubiloso obscuro corpus tarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita fit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoq; descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, purabitur forsitan quod illud sit rarum infimæ raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitũ, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuchit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quàm uera, & cũ fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidũ, patet ergo uniuersaliter in oĩbus illud qđ proponebatur.

CXLV.

Vmbra cõprehendit̃ à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera p̃sente.

Est enim umbra priuario cuiusdam lucis existente actu præsentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaq; senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus existẽs in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationẽ illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipsi, cum itaq; uisus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ proijcitur secundum directionẽ radioꝝ, percipiet tamen secũdam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenesttam radius solis incidit, totam domũ sui diffusione illuminãtis, tunc uisus extra locum radij existens sentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce solis quæ est in radio uel in alia luce forti, & forte uisus quandoq; statim sentiet corpus umbrosum, quandoq; non nisi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebitur umbram multiplicatam secundum diuersarũ lucium priuationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uisus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaq; secundum omnes modos umbrarum quos præmisimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

CXLVI.

Obscuritas comprehenditur à uisu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uisus comprehendit aliquem locũ & nullam lucem in illa, tũc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras densorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propositũ.

CXLVII.

In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circũstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albũ lux candida, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantiæ fit error in uisione umbræ, si etiam à lõge uideatur corpus album in quo sint partes multæ nigræ, æstimabũtur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̃d corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiã situs oppositiõis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primũ positum, æstimabitur umbra proijci ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus albũ, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in parte cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula pũcta illa singula esse foramina in quibus fit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola pũctorum paruitate; quod si illa pũcta sunt maximæ nigritudinis, tũc æstimabũtur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorũ paruitas est causa apparitionis tene-

bræ

brarum. Ex intemperāta etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domū ꝑ fotamē aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem soliditatis. Similiter etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram projicit super proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semꝑ superior projicit umbram super inferiorem usq; ad fundū aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quærit̃ in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores iacentibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intensæ raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ peruenie͂tes ad uisum, & comprehe͂detur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur omnis tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præstātia uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorū. Si enim in albo pariete sint partes subnigræ descendētes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigræ subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiā debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ subnigræ descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multū nigræ apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilium circūstantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̃ à uisu ex comprehensione simplici formarū uisibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut e͂m exem-

 plarit̃

pliciter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solã. Color etiã facit pulchritudinẽ, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formã sibi appropiati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uisu, in quibusdã em̃ formis pulchris sunt maculæ turpes paruæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones paruæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uisum apparent, & faciũt formã uisui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uisu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uisu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidenẽ pulchræ nisi per ordinationẽ partiũ, unde scriptura & pictura, oñes quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ nisi ꝑ cõpetentem sibi sitũ, quamuis enim figuræ linearũ sint oẽs ꝑ se bene dispositæ & pulchræ, Si tamen una ipsaꝝ est magna & alia parua, nõ iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ sint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uisu, unde uidetur pulchrũ corpus sphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cõtinua placent uisui, & plantæ spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiã facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarũ distinctarum sunt pulchriora locis paucarũ stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uisu pulchritudinem, motus em̃ hoĩs in sermone & separatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinare uerba. Asperitas etiã facit pulchritudinem, uillositas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uisui. Planicies quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum sericorum & si ad politionem siue tersionẽ accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, q̃d non accidit in aëre condensato ꝓpter uapores. Spissitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uisibilium sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt latentes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uisui propter umbrã, quæ uisui admixtione cũ lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiã facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nõ uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiusdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quãdo fuerint consimilia, unde oculi quoꝝ unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit em̃ tota facies nõ pulchra, q̃m enim partes congeneæ nõ fuerint cõsimiles. Diuersitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuersæ ꝑtes uniuersi ornãt & pulcrũ faciũt uniuersum, & diuersæ partes aĩaliũ aĩalia: eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à uisu

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum nõ facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum: quælibet enim figura nõ facit pulchritudinẽ in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plutium intentionum formarũ uisibilium ad inuicem, & nõ solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cũ tenuitate & subtilitate colotis est pulchrior quàm unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiotum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cõiunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nõ facit una illarum intentionum per se: facit autẽ proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cõiunctione intentionum sensibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariũ: omnes enim pulchritudines quas faciũt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione ad inuicem consistũt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cũ itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinẽ, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutẽ sentientẽ, & cõprehendet uirtus distinctiua pulchritudinẽ rei uisæ in qua est illa intentio, & sic cõiunctio diuersarum intentionũ fit causans pulchritudinẽ, cũ peruenerit illa coniunctio ad sentientẽ, tũc uirtus distinctiua cõparabit illas intentiões ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinẽ rei uisæ cõpositæ ex illarũ intentionũ cõiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omniũ formarum sensibilium pulchritudo: in pluribus tamen istorũ consuetudo facit pulchritudinẽ, unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cõsuetudinis formã, sicut illud quod per se æstimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiũ corporis humani & picturarũ approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & sicut unicuiq; suus ꝓprius mos est, sic & ꝓpria æstimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter sit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uisu, cum intentiões sensibiles neq; per se neq; ex cõiunctione ipsarum ad inuicẽ aliquã pulchritudinẽ sunt causantes.

Turpitudo formarum est priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmissum est, quod intentiones nõ faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consueta proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudo, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ꝓpter quã nonnunquã accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrũ.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiuæ error accidit ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis. de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisa picturæ subtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint

 in ea

In ea maculæ paruæ ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si à magna distantia uideatur res in qua sunt picturæ minutæ, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni præmissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosæ maculæ ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo uiso fuerint picturæ subtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uisum latebunt ipsum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni præmissorum in exemplis præmissis, cum propter solam sui paruitatē aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione præmissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquæ paruæ particulæ uel mensurationes ipsi decorem inferētes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris causæ, & iudicabitur uas deforme, & sic uas tale deformant aliquæ particulæ, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illæ causæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni præmissorum, cum propter aërem obscurum nubilosum causæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocq; breuitate error accidit uisioni præmissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutæ causæ pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cū aliquis inspiciens per foramen uidet aliquam faciem, tūc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando econuerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum, minuta enim quæ sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodq; istorum, patet ergo ꝓpositum.

CLI.

Consimilitudo comprehenditur à uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.

Est enim consimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaq; uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensiōe cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatiōe alterius illarum ad alteram, uisus itaq; comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex cōprehensione cuiuslibet formarū intentionū secundum suum esse & ex cōprehensione illaꝝ ad inuicē.

CLII.

Diuersitas comprehenditur à uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.

Cum enim diuersitas ut hic accipitur non sit aliud q̄ differentia formarū sensibiliū cōprehensarum à uisu, hæc diuersitas cōprehenditur à uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarū diuersarū, & ex cōparatione alterius illarum ad alterā, & ex cōprehensione priuatiōis cōsimilitudinis in eis; diuersitas ergo cōprehendit̄ ꝑ sensum uisus ex cōprehēsione cuiuslibet formarū & intentionū ꝑ se, & ex comparatione ipsarum adinuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CLIII.

In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuæ ex intemperata dispositione octo circūstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secūdum speciem, uel eiusdem figuræ secundū speciem in quibus partialis diuersitas ꝑ latentia signa distincta est, tūc enī illa in luce debili nō uident̄, & ob

& ob hoc īter illa corp̄a oīmoda iudicabiť similitudo: & si aliq̄ corp̄a solū, ꝓpter aliq̄ mi
nuta signa ipsis cōmunia ꝑticipent similitudinē, tūc, ꝓpter lucis debilitatē illis causis cō
similitudinis nō ꝑceptis iudicabiť diuersitas totalis, q̄d nō accideret in luce tēpata. Ex
sup̄flua etiā elongatione accidit error in p̄missoꝝ uisione, ut patet in p̄missis exēplis. Mi
nutæ eñ causæ similitudinis uel dissimilitudinis à magna remotione non uidentur per
octauā huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quæ
res paruas non sinit comprehendi à uisu per 26. huius. Accidit etiam error in præmisso-
rum uisione propter causatum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatē, propter
quam cæteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiā
soliditatis error accidit uisioni præmissorum. Si enim duo uasa multum rara conueni-
ant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositiōe, tūc
uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebūt causæ diuersitatis, & reputabun
tur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cū sint
peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intem-
perantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. in aere enim nubiloso &
obscuro minutæ causæ similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis eti
am breuitate præmissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel
dissimilitudinis causæ paruissimo tempore inspectæ latent uisum. Debilitas etiam uisus
errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum. s. similitudinis uel dissimilitudi
nis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CLIIII.

Virtuti distinctiuæ error' quandoq; accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circunstantiarum octo omnium uisibilium cō
currunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarū per se sufficeret ad
causandum errorem, si enim moueatur aliquid à magna distantia motu rardo, illud subi
to uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiā
subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentē tem
pore conuenienti. Sed illis duabus caussis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus di-
stinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiā quādoq; concurrunt intēperantiæ plures ad
unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret, Si enim à magna distan
tia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum coloꝝ
motum tardo motu, tunc forte uidebitur quiescere. Sed motus eius qualibet illarum cau
sarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoq; intemperantiæ omnium
circumstātiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel
quandoq; plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quæ plus experientiā
q̄ rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit ex
emplariter.

CLV.

Error accidit uisui uia scientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ est in anima alicui rei uisæ in intēperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisæ.

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet q̄ sit in rei ueritate, tunc fit er-
ror uia scientiæ in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei
applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiā cuiuslibet octo cir-
cunstantiarum rerum uisibiliū. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in re-
rum cognitione, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem in-
fert formæ uisæ, unde accidit error in crepusculis in omnibus uisis, unde etiam noctilu-
ca uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans co-
lor, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam
uisibilis à uisu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario,
uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quā-

doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei: uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia patum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa, uitro eñ colorato uisui & rei uisæ coloratæ ĩterpositæ æstimabit̃ color corporis oppositi mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & si oculis & rebus uisis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non q secundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus filorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem in uisus superficie situantur, unde illi colores diuersi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannũ laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum inspicienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ diafonitatis medij, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsan est error in specie uel in indiuiduo uel utroq;, forsan enim æstimabit equum fuisse mulũ, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoq; uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnẽ colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias 8. circumstantiarum rei uisæ, ut patet. his autem & eorum similibus non duximus multum insistendũ, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

CLVI.

In solo uisu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunq; in colore sibi similes uideri, cũ tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus in quo sit multa colorꝝ diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrũq; extremorũ. Distantia etiã uisibiliũ errorẽ inducit uisui, q̃a ꝓpter impro

portionatam

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius particulæ, & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruatum partium corporis diuersi coloris euadũt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisa fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solã carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem prætendit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente læditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus læsio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à temperamento recedente, patet ergo quod secundũ omnes circũstantias rerum uisibilium in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebatur.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositũ est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius medij coloris speculi commixti firmantur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & horum multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginẽ quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idẽ in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cãdelas uidenť, propter grossitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicate, patet ergo propositum.

CLVIII.

Visum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totũ ipsum fore unũ

corpus

corpus continuum uisus iudicabit, quia etiã uisus recta curua, rotunda quadrata ex re-motione iudicat, sicut est in præmissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus pannũ coloratũ, in quo est minuta colorꝝ diuersoꝝ cõspersio, ad quos ꝓportionata partium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiam aspexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, q̃m extra temperantiã est longitudo respectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia respectu uisus, quia ergo uisibilẽ rei circũstantiã uisus ꝓtensus nõ perspicit, palã quia debilitatur ex ꝓtensione sui ad uisibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.

Experientia similiter comprobat quod hic ꝓponitur, auxilio præcedentis, quia enim uisum ꝓtensum longe debiliorem fieri pateus est, ut præmissum est, ideo accidit q̃ ea quæ longe uidentur ꝓpter uisus debilitationẽ omnia nigriora apparent, sicut etiã corpora remotiora & minora & planiora q̃ sint, uisibus apparent, q̃m eminentiæ suarꝝ partium asperitates & tumores in ipsis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in speculis uidentur, quia propter reflexionem ipsoꝝ distantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto eñi magis ex remotione etiã rei albæ immoto speculo distantia à superficie speculi augmentatur, tanto magis color ille albus uisui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uidenẽ q̃ in loco suo uisui in eodẽ loco existẽte, q̃m reflexio facta in aqua auget distantiã: nihil aũt differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam distantiam uisionẽ rei cõplere: semper eñi fit iudicium uirtutis uisiuæ secundum quod forma est in uisus organo recepta: neq; latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nõ uidebit̃ nisi alba. Sed si reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uisui præsentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde sicut uisus colorẽ nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq; albã existentem uidet uisus propter distantiam ampliorẽ, quæ fit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuationi & negationi propter uisus protensi debilitatem, & q̃m coloratio nubis fit ex impressione luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex præmissis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & effectum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ simplici & directæ uisioni necessaria existere, & eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum modum uisionis, qui fit per reflexionem à politis corporibus, quæ specula dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo à quibuscũq; speculis exquisitius pertractemus. Primo itaq; in præsenti quinto huius scientiæ libro præmittemus, quælibet illoꝝ quæ æstimamus communia omnibus speculis, & deinde adiungemus passiones quæ accidunt rebus & uisui à solis speculis planis, quorum speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod & speculoꝝ planorum passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in libris sequentibus, quibus alioꝝ speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtñ sicut in principio huius scientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, à q̃-

rum

rum ſuperficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium ſuperficiebus accidunt. Nec intelligimus quod ſolum hæc reflexio fiat ad uiſus animalium, ſed etiã ipſis uiſibus non præſentibus fit reflexio formarum, & accidit uiſibus, ſi in locis reflexarum formarum diſponantur, quod fiat reflexio ad ipſos, quod manifeſte patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uiſum à ſpeculo quocũq;, eſt tñ in receptione harũ formarum reflexarum in uiſibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uiſu, q̃uis aũt ut in procemio huius ſcientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in ſenſum, qm̃ unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculorũ. quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directe uiſibus occurrit, nõ poteſt tñ in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculorũ quorũcũq; cõprehendi ueritas formæ, ſicut cõprehendit̃ in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus em̃ à q̃buſcũq; ſpeculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cũ tñ ſecundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis niſi ſemper miſcentur cũ colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uiſus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uiſæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus q̃ in directa ſimplici uiſione, quæ uero ad hunc uiſionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuſcũq;, & à planis maxime ſpeculis præmittimus, ſunt iſta. Politio corporũ, eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis. Speculũ dicit̃ omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundũ quã forma rei incidit ſuꝑficiei ſpeculi. Linea reflexionis dicit̃ illa ſecundũ quã forma reuerberata propter ſoliditatẽ ſpeculi quã penetrare nõ poteſt reflectitur ad uiſum. Punctus incidentiæ dicit̃ ille punctus in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi, & idem eſt punctus reflexionis, qm̃ formarũ reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, dicit̃ linea orthogonaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana: quod ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua, tunc dicit̃ perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam illam ſuperficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ ꝑductam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectã cõtingentem cõmunem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uiſus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto ad quã terminat̃ ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni ſectione. Imago dicitur forma in ſpeculo cõprehenſa. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ. ſ. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema q̃nq; uideri. Item quòd uniformis ſitratio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq; figuræ ſint, ſuperficies à quolibet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terso polito, quia in tali corpore non patet transitus lumini uel colori, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planaꝝ superficierū, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formaꝝ reflexio, & ob hoc opposito speculo lumini forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectā ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniā secundū rectitudinem lineaꝝ reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita superficie cuiuscunq; sit figuræ, à quolibet suoꝝ punctoꝝ fit reflexio secundū rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctū corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politi, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie corporis politi: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundū lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminant̄ ad bases pyramidū præmissaꝝ, per quascūq; autem lineas lumen corpori polito incidit, secundū illaꝝ ꝓprietatem reflectit̄, siue sint perpendiculares siue oblique, patet ergo propositū. fit aūt à corporibus politis reflexio lucis, nō aūt à corporibus non politis asperis, quīn in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtū cū umbra illoꝝ corpoꝝ, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præsente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̄ fenestræ descendat lux solis super corpus multū coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaq; super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaq; mixtim cum luce reflectitur, ergo etiā mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politū si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politū. Si uero corpus politum sit rarum & lucidū actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia, tunc reflectunt̄ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, q̄ ab his corporibus densioribus q̄ sint illa, & etiā circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uident̄ formæ lucis & coloris incidentes superiori superficiei istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principij secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongat̄, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet q̄ cū secūdū aliq̄d corpus corpis luminosi ꝓcedit lux ad supficiē corporis politi in modū pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationē:

lux,

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoq; secundum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores q̃ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio q̃uis fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsoꝝ colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debilior q̃ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponit̃. Tunc eñ in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ sensibilis. Idẽ quoq; accidit si in radio incidentiæ ipsius speculi ponat̃ corpus diafonũ coloratũ, per q̃d transeat radius incidẽs ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponat̃ uitrum coloratũ, uel si modo simili ut experimentanti uidebit̃, disponat̃. Cadente itaq; luce forti super speculũ argenteum & ipsa reflexa super parietem albũ, notabiliter uidebit̃ lux parietis debilior q̃ speculi, eflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus est debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis q̃ luces. Colores. n. debiliori modo incidunt q̃ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitant̃. Color enim debilis cũ ad speculũ peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores q̃ sint ĩ loco à quo reflectunt̃. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibiliter in luce, licet eñ lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tñ debilior est lux reflexa. Opponat̃ eñ in aere radio solis intranti per fenestrã domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculũ minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ nõ ĩcidit in speculo cadat in terrã super corpꝰ album, & lux à speculo reflexa cadat similiter sup̃ corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaq; super corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, q̃ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in coloꝝ reflexione faciliter demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debilior sit luce prima, est tamen fortior quàm lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idẽ est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor q̃ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit eñ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã ĩgreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radiĳ incidentis per illam fenestrã, quã lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc eñ fiet palam, quòd erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, q̃ super aliud corpus simile positũ extra illum locum eũdem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi nõ suscipiat radium directe sed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratũ, sed debilius ualde q̃ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiores.

Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales sic fiunt, descendunt eñi grauia perpendiculariter sup superficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori secundum angulum suæ emissionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter est motus: et quia ut in principio secundi libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neq; deficit in necessarijs, palam quod necessario agit secũdum lineas breuiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c est frustra, quoniam consecuta est finem in puncto b. non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia quorum motrix est anima secundum breuiorem lineam mouenẽ ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ & si non nunq; inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & instamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmissis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores sunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propositum prout possibile nobis fuit.



VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3. secundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis est æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ est linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet situm in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ est linea media lineæ incidẽtiæ sensibilis in loco incidentiæ, & similiter qualibet aliarum linearum mathematicarum in linea sensibili reflexionis eundẽ retinet situm, quã sua compar in linea incidentiæ sensibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propositum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuscũq; speculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuersitatem situs, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum.

Vniuersaliter enim quibuscunq; modis contigit decipi uisum circa intentiones uisibilium per simplicem uisionem uisarum, eisdem etiam modis cõtingit uisum decipi in uisione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uisio est quædam uisio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilium ipsi uirtuti distinctiuæ præsentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifestius fit hoc in speculis, uel propter debilitatem lucis uel ꝑpter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus, uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi, uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota fit reflexio à sũpficie ipsius speculi. In alijs uero quibuslibet modis licet similiter causeẽ error in uisione formarum reflexarum à quibuscunq; speculis ad uisum, non est ille error tam sensibilis, ut in istis modis positis, nec tamen fit totalis excusatio ab illis, patet ergo propositum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nō potest fieri nisi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non possunt esse nisi corpora plurimū planarum superficierum uel unius superficiei concauæ uel conuexæ: sicut autem patet sensui, licet corporum planarum species secundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis est identitas superficiei planæ, cum nec enim in ipsis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aūt patet per 118. primi huius, omnis superficies conuexa uel concaua regularis aut est pars superficiei sphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula, quorum unum est planū cuiuscunq; figuræ, & tria sunt cōuexa, sphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria sunt concaua, sphærica, columnaria uel pyramidalia, nec est possibile plura esse specula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propositum.

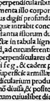
IX.

Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunq; regularibus speculis instrumentaliter declarantur.

Assumatur semicirculus æneus conuenientis spissitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui sit a b c, cuius diameter sit a c, & eius centrum d, producaturq; linea d b perpendiculariter supra diametrū a c, per 5. primi, est ergo d b semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per ultimā sexti: abscindatur itaq; ex linea d b superius sexta pars ipsius per undecimam sexti, q̄ sit b e, & secundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat semicirculus qui sit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit secundū puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur secundū puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterū à semidiametro b d, inferius abscindatur sexta pars ipsius, quæ sit d o, & à puncto o ducatur linea æquedistans diametro semicirculi quæ est a c, per 31. primi, quæ sit p o q, hanc itaq; intersecabunt omnes lineæ ad partes diuisionis à cētro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipsam intersecat sit r, & in quo linea d k sit s, & puncta in quibus intersecat semicirculus f e g sint t & u, deinde à totali semicirculo abscindat̄ pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime superficies, & acuatur d, centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadem superficie semicirculi cum lineis productis: nos aūt quātitatem lineæ b e, quæ est sexta pars semidiametri d b, deinceps digitū appellamus, est ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14. præmissorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & spissitudo eius sit 7. digitorum, & in hac tabula signetur punctus medius per 40. primi huius, & super ipsum fiat circulus secundū quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniā eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum super idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturq; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter semicirculo æneo, qui est a b c, ita ut prima pars circuli lignei respōdeat primæ, & secūda secūdæ & sic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pūcta diuisionis lineæ rectæ, & rotundet̄ tabula lignea extrinsecus secundū circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitq; quædā armilla lignea cuius latitudo est duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ ꝓfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius superficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntq; in superficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum secundum diuisionem semicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in superficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis super planam superficiē



latitudinis ipsius:ponatur enim pes circini super terminū lineæ diuidētis circulū,& fiat semicirculus in superficie conuexa armillæ,qui diuidatur per æqualia per 29.tertij,& ,producatur à puncto ad punctum linea,palam per 105.primi huius, quoniam illa linea est perpendicularis sup supficiē latitudinis,quæ pars est basis columnæ,& eodē modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in superficie armillæ concauæ. In qua etiā supficie ex parte planæ superficiei nō diuisæ sumatur altitudo duorū digitorum,& in perpēdicularibus lineis omnibus in illa superficie productis, fiant signa, & secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ, immissa tabella ænea,secundum signa illa fiat circulus æquedistans planæ superficiei armillæ immissa tabella ænea quantitatis circuli f e g,uel alio modo prout cōuenientius possit fieri,& secundum quantitatem medietatis grani ordei fiant alia signa intra illos duos digitos,& circumducatē circulus æqdistans priori circulo secundū quantitatē pmissam medietatis grani ordei,& sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum,secundū profunditatem semicirculi ænei a b c,signentur alia pūcta in prædictis perpendicularibus,& iterū fiat circulus secundū illa pūcta, & excepto per aliqua instrumenta illo corpore ligneo inter hos duos secūdos circulos existente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cōcauitati ænea semicirculi portio,quæ est p b q, quæ intrabit concauitatē usq ad portionē minoris circuli quæ est t e u , ideo quod distantia istorum duorum arcuū est unius digiti,& eadem est profunditas cōcauitatis factæ in tabula lignea,fiat aūt taliter ut superficies circuli f e g, diuisa per lineam à centro d,ad circumferentiam producta , sit ad partem superficiei armillæ , diuisæ ; lineæ itaq perpendiculares ductæ in concaua superficie armillæ , tangent lineas diuisionis circuli f e g , & cadent perpendiculariter super superficiem circuli f e g. Item in conuexa superficie armillæ ex parte superficiei non diuisæ signetur punctus in qualibet perpendicularium productarum secundum distantiā duorum digitorū ab ipsa plana superficie nō diuisa,& posito pede circini super quodlibet punctorum signatorū, fiant circuli, quotum cuiuslibet diameter sit æqualis quantitati grani ordei,& secundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda , & inde aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus,qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillæ , tanget semicirculi f e g superficiem,quoniam ut patet ex præmissis centrū cuiuslibet illorū circulorum paruorū, erit in circūferentia circuli prius signati in superficie concaua armillæ, à quo distat superficies circuli ænei qui est f e g ,secundum quantitatem medietatis grani ordei,Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata,cuius diameter sit æqualis diametro armillæ ligneæ, & perquisito puncto medio ipsius p 40.primi huius,ab illo puncto medio circūducatur circulus ad quantitatem semidiametri d e, & hic circulus erit æqualis circulo f e g,& basi concauitatis armillæ. Item super centrum huius circuli fiat quadratum,cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis æqualiter distantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ, quod potest fieri per 41.primi huius,& fodiatur hic quadratum ad profunditatem unius digiti,& planentur omnes supficies concauitatis suæ , ut fiant rectangulæ,& fundus eius fiat planus . Deinde huic tabulæ coaptetur immobiliter basis armillæ,ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur concauitati armillæ . Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum spissa, cuius basis diameter sit æqualis quātitatis grani ordei , sicut diametri foraminum,& ponatur illa columna in prius factis foraminibus,quæ cū peruenerint ad concauum armillæ,contingent lineas in circulo f e g productas , fiat aūt in capite columnæ quodcūq artificium, non permittens columnam intrare nisi ad locum determinatum, & ut firmius stare possit,modicum ceræ sibi circumponatur,etiā tantæ longitudinis columna,ut procedens super superficiem circuli f e g,contingere possit latus quadrati cōcaui in tabula lignea,quod est æquedistās lineæ r s,ductæ in superficie circuli ænei. Deinde fiant septem regulæ ligneæ planæ æquedistantiū superficierū orthogonaliū,æquales & penitus similes , quarum longitudo sit digitorum sex,latitudo quatuor,& spissitudo com-



do cõmunis,ut inferius necessitas ipsius finis edocebit,& una ipsarũ adaptetur quadrato concauo,ita ut orthogonaliter cadat super fundũ quadrati concaui,& ut faciliter intret sine compressione,ducaturq; taliter ut punctus d,centrum scilicet circuli a b c,contingat unam superficierum latitudinis regulæ,& in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à pũcto signato x,producatur in extremitatẽ regulæ linea æquedistãs longioribus lateribus regulæ,quæ sit b x p,& palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ,deinde in longiori parte illius lineæ à pũcto x signato, sumatur altitudo medij grani ordei,& fiat ibi pũctum z,erit itaq; z medius pũctus longitudinis regulæ,centrisq; foraminum oppositus directe,centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c,in quantitate medij grani ordei,& distant à base armillæ per duos digitos:punctus ergo z distat ab eadẽ base per duos digitos,& regula in quadrato concauo per digitum unũ, & quia ab extremitate regulæ usq; ad punctũ z , sunt digiti tres, longitudo quoq; regulæ est tantum sex digitorum,patet quod punctum z, est medium longitudinis regulæ, ducatur itaq; per punctũ z, lineæ æquedistans lineis extremitatum latitudinis regulæ,quæ sit t q,est itaq; linea longitudinis regulæ quæ est b p , diuisa per æqualia in puncto z , cuius item medietates quæ sunt b z & z p,diuidantur per æqualia in pũctis k & y,semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y , perpendiculariter super lineam longitudinis b p,æquedistanter lineæ c q, sic ergo erit linea b p , & communiter tota regula diuisa in quatuor partes æquales , & hoc modo oĩes aliæ sex lineæ diuidantur,et factum est quod proponebatur.

X.

In speculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partẽ reflexio: semperq; angulum incidentiæ æquale esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figuræ,cuius diameter modo præmisso sit trium digitorum,& concauetur regula præmissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulæ circulariter ad quãtitatem diametri speculi , & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi,apteturq; taliter,ut una fiat superficies speculi & regulæ,& ut centrum circuli rotunditatis speculi directe superponatur puncto z , linea itaq; c q diuidens latiorem superficiem regulæ per duo æqualia,diuidet etiam superficiẽ speculi per duo æqualia,& in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; ligneæ armillæ hæc regula ,donec centrum d,quod est acumen tabulæ æneæ cadat super speculum,& tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet,sed stet firma.Deinde bene obstruentur oĩa foramina instrumẽti præter unum, quod oblique super regulæ superficiem declinet , & sit exẽpli causa foramẽ correspondens lineæ d l in circulo a b c æneo,& hoc foramen apertum adhibeatur radio solis , & melius est si radio solis per fenestram domus intranti.Radius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineæ d h in circulo a b c æneo,& si foramen illud puncti h aperiatur , & cũ foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur,reflectitur recte radius in illud foramẽ cooperatum . Angulus autẽ b d l est æqualis angulo b d h,ut patet ex hypothesi in præmissa,ergo angulus l d a est æqualis angulo b d c,quoniam totus angulus b d a est æqualis toti angulo b d c,quia uterq; est rectus.Si etiam imponatur foramẽ aperto columna ferrea concaua,de qua præmisimus,descendit lux per columnæ cõcauitatẽ ad speculum ,& reflectetur in foramine respiciens æqualem angulum ut prius. Et si ad secũdum foramen columna transferatur,reflectetur radius ad primum,semper tamen erit debilior lux per columnam descendens quàm sine columna per ipsum foramen descendẽs , & illud est experimentandi modus , si aliquod foramen cum cæra obstruatur , & circa centrum eius cum stilo ferreo fiat modicum foramen,tunc enim lumen reflectetur in simile spacium paruum circa centrum foraminis alterius,illud primum in anguli æqualitate respicientis,& si concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo secũdum centrum suæ basis,descendet lux p axem columnæ,& ad centrum alterius foraminis,&

nis, & reflectetur semper æqualitate angulorum in omnibus obseruata. Et si aptetur instrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, semper enim declinatio linearum reflexionis est æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ est linea media longitudinis regulæ, est orthogonaliter sup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquedistantem lineæ c q, quoniam illa est cōmunis sectio superficiei regulæ & superficiei fundi quadrati concaui æquedistantis superficiei a b c circuli ænei, & linea media superficiei fundi æquedistat lineæ d b, quæ est media diameter circuli, & quia linea quæ est communis sectio semicirculi a b c, & superficiei regulæ in qua est linea latitudinis regulæ & æquedistans communi sectiōi superficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, est erecta super superficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q est perpendicularis super superficiem circuli a b c æquedistanter superficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ diameter d b est perpendicularis super lineam b x p, cū secent se in puncto d, est ergo linea d b erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diametrum, quia superficies circuli a b c est æquedistans superficiei circuli transeuntis per centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminū à superficie circuli a b c, est eadem scilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero transiens centra omnium foraminum secat columnã ferream per axem, est ergo axis columnæ in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam linearum in superficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarū, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarū linearum, palam per præmissã, quia axis columnæ æquedistat illi lineæ quæ tangitur per lineam lōgitudinis columnæ, & quoniam per quodcūq; foraminū columnã descendēte, semp axis eius cadit in linea b x p et in punctū z, linea uero z d b, semper est perpendicularis super superficiem a b c, linea quoq; à pūcto z, ipsius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod est contingens punctum n, est æquedistans lineæ d n, & similiter de alijs centris foraminū & punctis m l h i k, signatis in circūferentia a b c, omnes enim semidiametri foraminum sunt æquales & æquedistantes lineæ z d, per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendiculares super superficiē circuli a b c, quoniam sunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, sunt æquedistantes duabus lineis imaginatis ductiã puncto regulæ quod est z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficiebus æquedistantibus contenti sunt æquales, & si à puncto z, ducatur linea ad cētrum medij foraminis, erit ipsa per præmissa æquedistans lineæ d b, diuidens angulum linearum secum concurrentium per æqualia, sicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propositum,

XI.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ipsum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est speculum planum erecta super fundi quadrati concaui, quod est in tabula lignea, quæ est basis instrumenti, obturentur omnia foramina præter mediū cui respondet semidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat solus pūctus qui est terminus axis eius qui immitta tur foramen ad speculum, signeturq; incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertū radio, cadetq; radius super pūctum signatū, & circa ipsum efficiet circulum, signetur itaq; in fine huius lucis circularis pūctum, & secundum quantitatem lineæ interiacentis puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis, in nullo aūt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux descendens per axem reflectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totalit reflexio luminis

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa basem interiorem foraminis a luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipsius lucis interioris circulo, palamq; fit illam lucem apparere per reflexionē, nō tamen accidit hoc p reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosæ: sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique speculo incidentiū, qui etiā secundum modū suæ obliquitatis ad partes oppositas, & nō in se reflectunt, qđ patet, si obturetur per cærā utraq; basis foraminis, facto modico foramine secundū axē, tunc enim radio solis per uiam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem basem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod si regula in qua situm est dictum speculum planū aliquantum retrorsum inclinetur, tūc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, uidebiturq; lux reflexa à medio foramine remota secundū medium declinationis speculi, semper tamen centrum lucis cadet super lineā ductam in concaua superficie armillæ perpendicularem super superficiem a b c circuli ænei, & descendentem per centra basis foraminis medij, hoc enim secat semper lucem circularē reflexā & diuidit circulum eius per mediū, & si regula ad latus dextrum uel sinistrum declinet, semper radius secundū hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem basem foraminis ut prius, patet ergo propositū, semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissum.

XII.

In sphæricis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphæricum conuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphæræ, cuius diameter sit g, sex digitorū assumptorū ut prius, & inscribatur ei linea æqualis semidiametro per primam quarti huius, itaq; erit corda trium digitorum, ducatur quoq; à centro sphæræ semidiameter perpendiculariter super illā cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq; in medium arcus punctum per 4. primi, & p 27. tertij, eritq; suus uersus minor medio digito, abscindatur itaq; illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur speculum, qđ limetur & poliatur planissime extrinsecus, assumaturq; regula lignea simul penitus prius sumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulæ ita ut mediū punctū conuexi speculi cadat super z medium punctū regulæ, & sit in superficie ipsius regulæ quod potest sciri per applicationē alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoq; regula cū speculo orthogonaliter super fondum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori reperitur, & luce p foramē obliquādo uel mediū descendente fiat reflexio ut prius, & similiter fiet si regula declinetur. Semper enim luces per diuersas lineas obliquas speculo sphærico conuexo incidentes, per diuersas lineas obliquas reflectuntur, & quæ secundum perpendiculares lineas speculo luces incidunt reflectentur in se ipsas, & semp angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, qđ proponebat.

XIII.

In sphæricis concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphæricum ut supra, & secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planissime intrinsecus, & assumatur alia regula lignea similis priori, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit superficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artificium quod industriæ experimentantis committimus. Immittaturq; regula cū speculo ipsi instrumento ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semp punctus d,

ctus d, qui est centrum semicirculi æneí, cadat super medium punctū speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concauis obseruandum. Declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & resecetur portio circuli basis illius columnæ ut prius in speculis sphæricis, fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum & secundum cōcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiantq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utrasq; bases, eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti: hoc itaq; speculum optime politum uisu conuexæ, applicetur uni regularum simili prioribus, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctū regulæ qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per æqualia sit in superficie regulæ & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per æqualia diuidatur & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio similis priori. Demonstrabiturq; angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut supra, nec est in aliquo à passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidente regula hæc obliquetur secundū partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo ꝓpositū.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculū pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi colūnaris, erit ergo corda illius basis triū digitoꝝ, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit autē linea lōgitudinis speculi quatuor digitoꝝ & dimidiū & hoc optime exterius politū, applicet̄ uni similiū regularū taliter cōcauatæ, ut medius pūctus eius sit sup pūctū z medium pūctū regulæ, & ut acumē eius sit in termino lineæ b p, & linea diuidēs portionē pyramidalē p æqualia q̄ scilicet à uertice pyramidis ad mediū pūctū arcus basis ꝑducit̄, sit in supficie regulæ. Immissā quoq; regula cū speculo in instrumentū fiat opatio ut prius, & accidūt oīa quæ in speculis colūnaribus cōuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiōis, & radius semp reflectitur in seipsum, ut patuit in pmissis, patet ergo ꝓpositū.

XVI.

In columnaribus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreū speculū colūnare cōcauū, cuius cōcauitas sit omnino æqualis prioris columnaris speculi cōuexitati, sitq; optime secundū cōcauitatē arcus portiōis basis interius politū, & hoc applicet̄ uni linearū similiū cōcauatæ ut prius, taliter, q̄d cordæ arcus utriusq; basis cū extremis lineis lōgitudinis sint in supficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidenteq; oīa q̄ in speculis columnaribus cōuexis accidebāt, & p hoc patet ꝓpositum.

XVII.

In pyramidalibus concauis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius cōcauitas sit omnino æqualis præmissi

præmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, applicetur[que] uni linearum similium, taliter ut medius punctus eius sit super punctũ z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ: cum aũt linea longitudinis portionis pyramidalis speculi sit quatuor digitorũ & dimidij, restat ex lõgitudine regulæ digitus & dimidius tam in speculo concauo quàm in conuexo. Immissa quoq[ue] regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accident[que] omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpẽdicularium in se ipsos, patet ergo propositum, palam itaq[ue] ex præmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunq[ue] speculis politis regularibus, ut sunt hæc septem specula, semper radius super lineã rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineã obliquam reflectitur, ita tamen quòd angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquẽ demonstrationis modum ad ipsius scientiã peruenjri, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunq[ue], sub breuissimis lineis comprehenditur à uisu.

Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoq[ue] uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quòd lineæ f c & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à pũctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficiei speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq[ue] æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarũ ad superficies speculorũ est naturalis, quoniam fit operæ naturæ, sicut et omnis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum à superficiebus speculorum ad uisum est puræ naturalis, quoniã fit ab operæ naturæ, & cõpletur per actionẽ animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet per totũ quartũ huius nostræ scientiæ librũ. Est aũt anima tanquã natura animaliũ, patet ergo quòd huius diffusio formæ & reflexio & cõprehensio quæ fit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositũ, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cũ possit melius & certius fieri secundũ lineas breuiores.

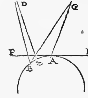
XIX.

Lineæ incidentiæ & reflexiõis cõtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oĩbus lineis ab eisdem terminis super eandẽ superficiem speculi productis cõtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

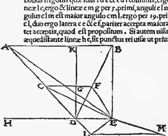
Quod hic proponitur faciliter per 17 & 18. primi huius, potest demõstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisa quæcũq[ue], in qua sit pũctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit aũt nũc exempli causa speculũ planũ datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq[ue] contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d f, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistãte lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nõ, Esto itaq[ue] punctũ oculi f, & protrahatur linea c f, & extrahatur à pũcto d, perpendicularis super speculi superficiẽ per 12. undecimi, quæ protracta, quia secat angulum c d f, patet per 29. primi, quoniam ipsa secabit lineam c f, est enim in eadem superficie cũ illa, huius ergo perpẽdicularis producta ad lineã c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam c f æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est

æqua

æqualis f d e angulo, dẽptis illis angulis æq̃libus à duobus rectis, qui sunt g d h & g d e, erunt anguli residui æquales, est ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui sunt ad punctũ g sunt recti, palam per 32. primi, q̃m angulus d c g & d f g sunt æquales, sunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos respicientia sunt proportionalia per 4. sexti, & quoniam latus d g æquale est sibiipsi, erit latus f d æquale lateri c b, ductisq; lineis f e & c e super punctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmissis est æquedistans lineæ e f, patet quod linea c e est maior quàm linea f e, p 19. primi, est enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e est maior angulo g c d, restat ergo ut angulus c f e sit maior angulo f c e,



& quod linea c e sit maior qu·m linea f e, et quia super eandem basem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præmissis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maiora ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatur enim linea c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigoni c f e, pducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea e m sit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æqualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est ambobus trigonis quæ sunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, est linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l sunt æquales: totalis ergo angulus c l m est maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m est maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & e f, pariter accepta maiora sunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ h e, sit punctus rei uisæ ut prius c, & centrum uisus sit b, & ducatur linea b a æquedistans lineæ h d e, q̃ est in speculi superficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & sint lineæ cõtinentes æquales angulos cũ linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erũt ergo ut supra lineæ a d & b d æquales, pducta perpendiculari d k à puncto d, cõparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a e & e b, ut



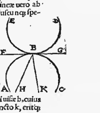
ut patet secundũ præmissa. Cũ enim lineæ a d & d h sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erũt duo latera a e & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, sint lõgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duobus lineis q̃ sunt a d & d b, ergo dẽpto hincinde ipso a c cõmuni, remanebũt lineæ c e & e b maiores q̃ lineæ c d & d b, quod est ꝓpositũ. Et eodẽ modo potest demonstrari in quibuscunq; alijs speculis cõuexis, sit ergo speculũ nõ planum cuiuscũq; figuræ cõuexæ placuerit, & sit nũc exempli causa sphæricũ conuexũ, quia idẽ accidit in alijs, & sit h a b sitq; centrũ uisus g & punctũ uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliũ speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente speculum in puncto b, dico quòd lineæ g a

& a d

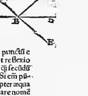
& a d sunt minores lineis g b & d b, qm̃ enim angulus cõtingentiæ quæ est h a e æqualis est angulo b a f, uterq; est em̃ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g est æqualis angulo f a d, sit punctus in quo linea g b, secat lineam contingentem, quæ est e f, punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, est maior angulo e z g, ergo angulus d a z, est maior angulo g z a. Sed angulus d z f, est maior angulo d a z, ergo angulus f z d, est maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, sunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, sunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, est maior q̃ linea g z, ut totum parte, linea uero d b est maior q̃ linea d z per 8. tertij, patet ergo ꝓpositũ uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, potest per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonstrari, q̃ in alijs ostendimus, q; lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, possunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis, & hoc proposuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiusdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.



Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcũq; speculum planum uel conuexũ uel concauum, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscunq; speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cõcursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocunq; speculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis speculis quibuscunq;, sit enim aliquod speculum conuexum, in quo sit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ b, cuius forma à puncto b, speculi conuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, erit q; per præmissam angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cõcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aũt hoc rationale, si enim linea incidentiæ quæ sit exẽpli causa a b, lineam rectam c b d, protractis in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem conuexam uel cõcauã alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq; ad punctũ e palã p 15. primi, q̃d angulus icidẽtiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, si ergo fiat reflexio secũdũ lineã b f, cõuenientius est ut fiat secũdũ angulũ æqoalẽ illi contraposito q̃ secũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̃ punctus c & d, existẽtibus ĩmotis linea c d, imaginet̃ reuolui, tunc em̃ linea e b, ꝓpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis, unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuersaliter enim oia puncta eiusdem lineæ secundũ æqualẽ angulum reflecti possunt, & hoc ꝓpnebat.



XXI.

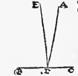
Omnes formæ secundum lineam perpendicularem super superficiem cu iuscunq; speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiei speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit secundum eandem lineam d a: dato enim quòd secundum aliam lineam fiat reflexio, tūc cum angulus incidentiæ semper sit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmissam & in proposito angulus incidentiæ sit rectus, infiniti quoq; sint anguli recti ordinales super punctum d, nec fit declinatio formæ plus ad unum punctum superficiei b c, quā ad aliud, æqualiter enim se habet linea a d, quæ est linea incidentiæ ad punctū b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta superficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiā positiōis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quòd fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patet per præmissam, semper sit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d e, æqualis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

Inter puncta formæ superficiei cuiuscunq; speculi incidentis & speculi oppositi superficiē, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

Declaratum est enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, ōes enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis superficiei totius speculi, eo q; ad omnem positionis differentiam fit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoq; puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficie: quot ergo sunt puncta in superficie speculi, tot sunt pyramides ad totam superficiem formæ corporis terminatæ, quæ superficies fit basis omnium illarum pyramidum: & quot sunt puncta in totali superficie corporis, cuius forma incidit speculo, tot fiunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatæ, quæ fit basis omniū illarum pyramidum, & sunt omnes istæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis superficiebus existentium potētia non actu, eritq; axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formæ speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum æqualem distantiam, omnes puncti alij circumstant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propositum.

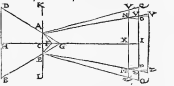


XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunq; speculis propter reflexionem radiorum uisualium à speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum à speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur à speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentq; ipsas formas à speculis ad uisum, tunc quælibet imago uidetur loco suæ rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut præostensum est secundum secūdam huius, ab omni corpore colorato præsente luce, color ad corpus oppositum politū mittitur mixtum cum lumine, & quandoq; totaliter, & quandoq; partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflectentur ab illis ad res ipsas, & deferent

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducaſ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11, undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper



lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquedistantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b z & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita em̃ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angul9 a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus r a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt n & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor q̃ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u n & z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approximatæ &

tæ & elongatæ in speculo qñcūq; uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscūq;, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIIII.

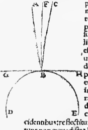
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quod autē forma sensibilis non informet ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscūq;, intuens enim aliquis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam: & uisa parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodē puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem speculi non possunt simul informare, uidetur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum: multa quoq; alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaq; formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidētes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoq; uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiē, uel sup superficiē illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineā incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiei speculi cuiuscūq;, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundū lineam perpendicularis super superficiem speculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiei reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillā instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiei circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus: reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiei regulæ & superficiei circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, fiunt



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis sup lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidẽtis, & linea d b, est erecta super superficiẽ regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoq; speculorũ, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

In omni reflexione à cuiuscunq; speculi superficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel superficiei in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit ẽm ut forma puncti a, incidat superficiei alicuius speculi secundũ punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitq; aliqua superficies plana contingens speculum secundum punctum b, cõmunis aũt sectio huius superficiei & superficiei reflexionis, sit linea d b e, angulũ uero a b c, diuidat lineã b f, per æqualia. Dico q̃ linea f b, est necessario ꝑpendicularis super lineã d b e, q̃a enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus em̃ incidentiæ a b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palã q̃ totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionẽ lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sicut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cõtingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquit̃ q̃d anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idẽ linea f b, ꝑpendicularis sup lineã g b, & sup lineam d e, cũ itaq; linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est recta super superficiẽ speculi, uel sup superficiẽ speculũ in puncto incidentiæ contingentem, & cũ ipso sit sup ipsarũ cõmunem sectionẽ perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiẽ speculũ in illo puncto cõtingentem, continet em̃ cũ omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & q̃m eodẽ modo potest fieri declaratio in sectionib. patet ergo ꝓpositũ.

XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscunq; centrũ uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriusq; cõsistere est necesse: ex quo patet lineã ꝑpẽdicularẽ à pũcto reflexiõis ductã, om̃ibus sup̃ficieb. reflexionis illi pũcto incidẽtib. cõem esse.

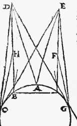
Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis sup superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est sup superficiẽ speculi, à quo fit reflexio: cũ aũt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cõprehensæ, & terminat̃ in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palã quòd hæc tria puncta sunt in eadẽ superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi, super quam per 25. huius sup̃ficies reflexiõis est erecta, q̃m & in illa sup̃ficie est tota ꝑpendicularis, cũ.n. ipsa ꝑpendicularis in puncto reflexionis secet lineas incidẽtiæ & reflexionis, cũ q̃bus ipsa ex diffinitiõe est in eadem sup̃ficie, ergo ꝑ ꝑtimã 5. terminus ꝑpendicularis sup̃ior necessario erit ĩ eadẽ sup̃ficie cũ



punctis prædictis. Si em̃ illa perpendicularis ad punctũ alium extra sũpficiem reflexionis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit superficie, qđ est contra diffinitionem superficiei reflexionis, sed etiam si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile, linea em̃ à puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta continet angulũ rectum & perpendicularis similiter. Si ergo illæ 2. lineæ ad diuersa puncta terminant, fit rectus maior recto. Sed per eundẽ modum patet id qđ ꝓponitur de kathetis, & qm̃ oẽs sũpficies reflexionis quæ transeũt idem punctũ reflexionis, & aliquẽ punctũ formæ cõprehensum, licet ad diuersa centra uisuũ terminent, semp transeunt eundẽ terminũ ꝑpendicularis, qm̃ oẽs sunt erectæ sup superficiẽ speculi, uel sup superficiẽ speculũ in puncto reflectionis cõtingentẽ, palã qm̃ oẽs secant se in ꝑpendiculari, est ergo ꝑpendicularis ab oĩbus cõmunis. Sed & hoc figuraliter est declarandũ, Sit.n. sũpficies speculi cuiuscũqꝫ a c b, in cuius punctũ c, incidat radius à puncto rei uisæ, quod sit f, per lineã f c, & reflectat̃ ad centrũ uisus qđ sit e, per lineam c e, extrahat̃ ꝗcꝗ perpendicularis super superficiẽ speculi, quæ est b c a, à puncto c, quæ sit c d, per 12. undecimi, intelligit̃ ꝗcꝗ à puncto e, perpendicularis, ꝓtrahi sup superficiem b c a, ut ei cõtinuã per 11. undecimi, quæ sit e a, eritqꝫ linea e a, æꝗdistans lineæ d c per 6. undecimi, qm̃ ambæ sunt orthogonales sup eandẽ superficiẽ speculi, quæ est b d, & qm̃ lineæ d c & c a, sunt æꝗdistantes, palã per primã primi huius, qa sunt in eadẽ plana sũpficie, & linea recta a b, cũ utraqꝫ illaꝝ lineaꝝ. f. d c & e a, cõtinebit angulũ rectũ, & erit in eadem sũpficie cũ utraqꝫ ipsaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cũ his ambabꝰ lineis ꝙ sunt e a & d c, angulos acutos, ꝓpter diffinitionẽ anguloꝝ rectoꝝ, & qm̃ linea incidentiæ & reflexiõis cũ perpendiculari d c, sunt in eadẽ sũpficie, & linea e c recta copulat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipsa per 2. undecimi, in eadem superficie cũ ductis perpẽdicularibꝰ, oẽs ergo lineæ quæ sunt e a & e c, d c, f c, sunt in una & eadẽ superficie, quatuor ergo p̃missa puncta sunt in eadem superficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̃ inspecto ꝗcũqꝫ alio puncto corporis uisi uel speculi, semꝑ accidit idem situs lineaꝝ radialium cũ ipsis perpendicularibus, & similiter patet de utrisqꝫ kathetis & incidentiæ & reflexionis per primã 5. patet ergo ꝓpositũ, & ex hoc patet 9. corrella, satis manifeste.

XXVIII.

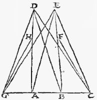
Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique speculo incidẽtis, inter kathetum incidentiæ & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.



Sit superficies cuiuscũqꝫ speculi, in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit linea a b c, recta uel curua, & sit punctus rei uisæ qui d, & centrũ uisus punctũ e, sitqꝫ kathetus incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qđ omne punctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uisus e, inter puncta superficiei speculi a & b, consistere est necesse. Si enim detur quod in ipsis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uisum e, sit ergo ut fiat à puncto speculi, quod est a, & ducatur linea a e, tunc cũ linea d a, sit perpendicularis, & linea a e non sit perpendicularis, & per 20. huius, angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, erit ergo angulus e a b, rectus, sed & angulus e b a, est rectus, trigoni ergo e a b, duo anguli sunt recti, quod est impossibile. Similiterqꝫ deducendum si detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam idem accidit impossibile, non fit ergo reflexio ab aliquo punctorum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neqꝫ ab aliquo punctorũ lineæ a b c, extra puncta a & b, fit enim ut forma puncti d, reflectatur ad uisum e, à puncto speculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diuidatur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, secans lineam b e, in

puncto

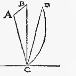
puncto f, erit ergo per præmissam linea e f, perpendicularis super lineã a c, trigoni ergo b f c, duo anguli sunt recti, q̃d est impossibile, ut prius, & eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctum a, ut à puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per æqualia diuidente, patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineæ a b, uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis, quod est propositum in speculis planis, & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus à speculis, quibuscunq;, quia danti oppositum eadem impossibilia sequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, uel lineas quæ sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierũ reflexionis, patet ergo propositum.

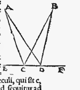


XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei uisæ ab eodem puncto cuiuscunq; speculi reflecti ad idem centrum uisus, uel à duobus punctis speculorum planorum uel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, uel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formæ uisæ ab eodem puncto speculi ad idem centrum uisus reflecti perpendiculariter. Sed neq; est hoc possibile fieri linea incidentiæ obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit speculo, & reflectitur ad uisum secundum lineas breuiores per 18. huius, & om̄is talis reflexio ad uisum & ipsarum comprehensio fit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24. huius, illæ ergo duæ formæ si ad unum punctum quod est centrũ oculi incidunt, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus suarum formarum fit incidentia, quia non perueniunt ad uisum nisi secundum lineas incidentiæ, quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uisum, uidebũtur unus punctus, & sic erit confusio formarum in uisu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est centrum uisus, & uidebitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuersis punctis formæ incidunt eidem puncto speculi: Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uisus terminantur, ut si à duobus punctis formæ incidentiæ speculo, quæ sunt a & b, incidunt eidem puncto speculi, qui sit c, duæ lineæ a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum uisus quod sit d, sequitur adhuc si ab uno puncto reflexionis c, diuersæ formæ punctorum a & b, ad centrum uisus d perueniant, duas lineas rectas quæ sunt c d, superficiem includere, quod est impossibile, patet ergo propositum. Sed neq; à duobus punctis alicuius speculi plani uel conuexi ad idem centrum uisus simul possibile est idem punctum formæ reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uisus b, à duobus punctis speculi plani uel conuexi cuiuscunq;, quæ sit c & d, signata super lineam quæ est communis





ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi uel ſuperficiei contingentis ſpeculum conuexũ quæ ſit e ſ, cum ergo per 14. huius, ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus ſemper informetur, tunc forma puncti a, quæ eſt indiuiſibilis occurret uiſui ut forma lineæ c d, quæ eſt diuiſibilis linea, non ergo occurret uiſui niſi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto ſpeculi, neq; unum punctũ formæ à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi poſſibile eſt reflecti, quod eſt propoſitum.

XXX.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; formam unius puncti rei uiſæ, ad duos uiſus non eſt poſſibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uiſum, ꝑcedens ſi cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis ſuper ſuperficiem ſpeculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam ꝙ non poteſt in eadem ſuperficie alia linea ſumi, quæ æqualem angulum efficiat cũ ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiuſdem pũcti ad uiſum alium, oportet igitur ut à diuerſis punctis ſpeculi cuiuſcunq; fiat ad uiſus diuerſos reflexio, & quoniam duo tantum ſunt uiſus, oportet ad minus ut à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad ambos uiſus, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuſcunq; ſpeculi ad diuerſos uiſus poſſibile eſt formas punctorum plurium reflecti, & à diuerſis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, ſolum formæ unius pũcti incidentis ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ſimul ſit poſſibilis ad unum centrum uiſus, eſt tamẽ poſſibile fieri ſimul ad diuerſos uiſus ab uno puncto ſpeculi diuerſorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta ſecundum angulos diuerſos incidũt, & ſecundũ diuerſos reflectũtur, ergo ad puncta diuerſa terminantẽ lineæ reflexæ, in quibus diuerſi uiſus cadentes puncta diuerſarum formarum comprehẽdit ab uno puncto ſpeculi ad diuerſos uiſus reflexa, & ſi unus uiſus motus fuerit, & ſitum uariauerit, ſpeculo exiſtente immoto, tunc etiam ſecundum ſitus ſui diuerſitatem ab eodem puncto ſpeculi ad ipſum puncta diuerſarum formatum reflectentur, ſemper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uiſus motus, uel diuerſi uiſus eandem formam uidebũt à diuerſis punctis ſpeculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali ſuperficiei ſpeculi incidens ad aliquam partem oppoſitam reflectitur, & ſecũdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formatum pyramides diuerſantur, & quia diuerſis uiſibus diuerſi axes pyramidum incidunt, quæ ſunt eiuſdem formæ, accidit ut à diuerſis uiſibus una forma à diuerſis punctis ſupficiei ſpeculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uiſui moto, quando ſpeculum permanet immotum, patet ergo propoſitum.

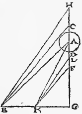
XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi plani uel conuexi, non eſt poſſibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uiſum, niſi eum ſolum quo ducta perpendicularis ſuperficiem oculi interſecat, & ab eo ſolo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipſius ſpeculi ſuperficiei.

Sit centrũ uiſus punctũ a, & ſit linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq; plani uel cõuexi, & ſit nũc exẽpli cauſa ſpeculi plani data linea b g, ſitq; ꝑpendicularis ducta à pũcto a, ſup lineã b g, linea a g, ſitq; quoq; ut linea a g, ſecet ſupficiẽ ſphæricã cõuexã oculi in pũcto d, dico qđ in tota ꝑpẽdiculari a g, quãtumcũq; ꝓtracta nõ eſt pũctus q reflectat̃ ab hoc ſpeculo ad cẽtrũ uiſus a, niſi ſolus pũctus d. Si. n. alius pũctus ductæ ꝑpẽdicularis ad uiſum reflectit̃ ꝑter pũctũ d, aut ille pũctus eſt ultra cẽtrũ uiſus a, aut ſub uiſu, ſi ultra uiſum ſit ille punctus h, palã ergo ꝙ non

perueniet

perueniet forma eius ad speculum super perpēdicularem h a, propter solidi corporis interpositionem, quod est ultra uisum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma pūcti h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo puncto speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad uisum a. Sit illud punctū b, & sit linea incidentiæ h b & linea reflexionis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26. huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est perpendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est ducere duas perpēdiculares super lineam h g, & sup ipsam supficiē speculi quod est impossibile. Sequetur enī trigoni a b g duos angulos esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plures ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qđ est contra 20. primi huius; nulla ergo forma punctorum lineæ h d, potest reflecti ad uisum nisi solum punctū d, quoniam de omnibus alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest dici quòd aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, reflectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a, quoniā puncta inter centrum uisus, & superficiem eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma ad uisum, neq; ab aliquo speculo reflectitur ut sentiatur, sed neq; forma alicuius punctorum lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g, ut forma pūcti f, quoniā si illud punctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impediet reflexionem ad uisum per lineā d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum peruenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adherebit sibi, neq; perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto alio speculi quàm à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idem impossibile quod prius .s. lineas l k & l g, ppendiculares esse sup supficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē, qđ est cōtra 20. primi huius, oīm itaq; punctorū lineæ h g, nō reflectitur aliquis ad uisum a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est linea h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū rectum, quoniam omnia puncta circunstantia punctum d, concurrunt in centro uisus a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uidebuntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, linea h g, est semp perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super speculi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quòd hæc quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibuscunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos uisus reflexa, si uni uisuum perpendiculariter incidat, potest alij uisui oblique incidere secundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem, & uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ reflexionis, in speculis uero concauis quibuscunq; est secus.



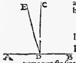
XXXIII.

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineā suæ incidentiæ ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

Esto in speculo a d b incidat forma puncti c, oblique in puncto d, ita ut angulus c d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflectitur in se ipsam propter inæqualitatem angulorū, cum semper angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis per 20. huius, sedneq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a, fiat enim ut reflectatur secūdum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angulus c d b æqualis angulo e d a, sed angulus c d b maior est angulo e d a, erit ergo angu-

 lus

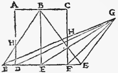
lus e d a maior angulo c d a, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, ſemper ergo ſecundum angulum maiorem qui in propoſito eſt angulus c d b fiet reflexio, & hoc eſt propoſitum.



XXXIIII.

In omni ſpeculo formarum punctorum mediorum cuiuſlibet rei uiſæ reflexio fit inter pūcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

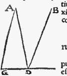
Sit res uiſa per reflexionem à quocunq; ſpeculo, quæ a b c, cuius extrema puncta ſint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b, & ſit ſuperficies illius ſpeculi ſiue plana ſiue conuexa uel concaua fuerit, in qua ſit cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f, & ſit centrum uiſus, punctum g, reflectiturq; forma puncti a ad uiſum g, à puncto ſpeculi quod eſt d, & forma puncti c à puncto ſpeculi quod ſit f, et forma puncti b, quod ſit alius mediorum pūctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e, dico quod punctus e neceſſario cadit inter puncta a & c, quæ ſunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: ſi eñ cadat punctū e extra pūcta d & f, linea ergo b e quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum quæ ſunt a d & c f, quamcunq; illa uero ſecuerit, ſit punctū ſectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uiſum g, à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d, quod in ſpeculis planis & conuexis poteſt eſſe impoſſibile per 29. huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecundum ſitum & ordinationem proprium ſuarum partium uidebitur, quod totum eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.



XXXV.

Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, & ſitu ſimili exiſtēte, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem, ut ſi utraq; illarum figurarum ſit plana & æquediſtent, tunc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi pūcto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Si ergo in ſuperficie ſpeculi ſit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi, quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ, ſimiliter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquediſtans erit ſemper complementum figuræ corporis in ea; & cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis ſpeculo incidentes, quæ ſemper ad diuerſa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodem ſpeculo comprehendūt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis, ſed maxime euidens eſt in planis, cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente figura partium circunſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus punctis ſimul reflexio & ſimul & in eodem modo, & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorum in katheto ſuæ incidentiæ uidetur.

Sit ſpeculum quodcunq;, & ſit nunc exempli cauſa planū, quod ſit g d, punctusq; uiſus ſit a, & centrum oculi ſit b, & ducatur à puncto rei uiſæ q̄ eſt a, kathetus incidentiæ quod ſit a g. Dico quod imago puncti a, ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri, quod uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum

solum secũdum kathetum suæ incidentiæ, forma autem quæ in speculo uidetur est imago rei uisæ, ut patet per diffinitionem, necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisæ ad speculum, quoniam aliâs non uidetur illa forma per modũ imaginis, uidebitur ergo necessario in ipso katheto incidentiæ suæ, quod est propositum. In alijs enim speculis est eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uisæ in speculis quibuscunq; in puncto concursus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse.

Huius exemplum est, si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunq;, tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cũ pyramide extrinseca quasi ad modũ rhombi, & uidebũtur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes à superficie speculi, & si linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticẽ alterius, palam q̃m ipsa erit perpendicularis super basem uisæ pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisæ pyramidis, ut in speculis planis uel basis uisæ pyramidis æquedistet superficiei speculum contingenti ut in speculis conuexis, quorum speculorũ superficies ipsa basis uisæ pyramidis est contingens, uel æquedistans superficiei cõtingenti superficiem speculi, ut in speculis concauis, in quibus basis pyramidis erectæ super speculũ æquedistat superficiei planæ speculũ contingenti, uertex itaq; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad speculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquedistanter axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, semper orthogonalis super bases dictarũ pyramidũ, & super superficiem speculi uel super superficiẽ speculũ contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorũ pyramidum speculo opposita cadit in perpendiculari intellecta duci à puncto illo super superficiem speculi. Sed quicũq; punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculũ contingentem, uel superficiei cõtingenti æquedistantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex est pũctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies contingens ei cõtinua, & cõuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusq; est basis uel eadem uel una basium est alteri æquedistans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem, & quia imago cuiuslibet pũcti speculo oppositi cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pũcto ad speculi sup̃ficiem aut ei cõtinuam, patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmissam, sed quia in speculis quibuscunq; non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia qualibet talium linearũ est recta, imago ergo cuiuslibet pũcti formæ reflexæ cadit in punctum sectionis p̃pendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra superficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non potest fieri nisi sub superficie speculi, concurrit autem linea reflexionis p̃tracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cõcurrit cum linea perpendiculari educta à pũcto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex præmissis. Sed in speculis planis illa p̃pendicularis æquedistat katheto incidentiæ per 6. undecimi, sunt enim ambæ super speculi superficiem perpendicularis, manifestum ergo per 2. primi huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum p̃pendiculari ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi. De singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur, & in istarum linearum concursu uidetur imago, est ergo locus imaginis ut p̃ponebatur, hoc autem est necessario, ideo quia cum medium distantiæ inter punctum uisum comprehensum & speculi sup̃ficiem non sit uacuum, fit reflexio formæ corporis medij ad uisum, sicut & puncti

corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, nisi sicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uisibus & speculis quibuscunque regularibus retinent essentialem ordinem suarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoque in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt sub speculi superficie uel inter uisum & speculũ, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadẽ uniuersalis causa quæ præmissa est, deferens solũ secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formæ ipsarũ diffunduntur p medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibiliter non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quæ non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiã, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quæ uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores à speculi supficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarũ confundãtur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aêris in situ suo respectu formæ rei per mediũ aêrẽ uisæ oĩm suorũ pũctorũ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus pquisitæ. Videtur itaque res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia à supficie speculi à qua fit reflexio ad uisum, aut à superficie ei cõtinua, & secundum hanc fit rei uisæ respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisa superficiei ipsius speculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in speculi superficie & in uisu, & propter certiorem cognitionem suæ propriæ quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uisa: in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum suã propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in pũcto concursus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uisus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procemio huius scientiæ diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio à speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficiebus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistentiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarũ linearum, & est quælibet formarum reflexarum à quocunque speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliqd essentiæ ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisæ comprehensæ per reflexionem factam à superficie alicuius speculi, figuræ superficiei illius speculi est necessarium aliqualiter similari.

Quoniam enim ut patet per præmissam locus imaginis cuiuscunque pũcti formæ uisæ est in concursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, hatum aũt linearũ concur-

sus di-

ſus diuerſificatur ſecundum figuram ſuperficierum ſpeculorũ à quibus fit reflexio, qm̃ ſecundũ illius figuræ diſpoſitionẽ, fit diuerſitas concurſus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis ſup ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculi cõtingentem in pũcto reflexionis ſuperficiei ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, quarũ perpendiculariũ concurſus diuerſificat concurſum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concurſu fit locus imaginũ ut declaratũ eſt in præmiſſa, habet itaq; ſuperficies ſpeculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uiſarũ quæ ab ipſis reflectuntur, non tamen fit ſemper hæc aſſimilatio ſecundum totã diſpoſitionẽ formarũ, niſi cũ loca imaginum cadunt in ipſis ſuperficiebus ſpeculorum non intra ſpecula uel extra ipſa. Sed & tunc ſecundum aliquod ſimilantur formæ uiſæ ipſis formis uel figuris ſpeculorum, quoniã in ſpeculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & ſic aliqualiter accidit in alijs ſpeculis, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Diuiſa cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, accidit formam unius pũcti rei uiſæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ eſt, quando per diuiſionẽ ſuperficiei alicuius ſpeculi ſenſibilis accidit diuerſitas ordinis & ſitus partialium ſuperficierũ uiſæ, & reſpectu ipſius uiſus ut plurimũ accidit in ſpeculis uitreis plumbatis, p diuiſionem ab unitate ſuperficiei defacili recedunt, quod nõ accidit in alijs ſpeculis tam faciliter: qm̃ itaq; aliorũ ſpeculorum, ſuperficies ꝓpter diuiſionẽ in ipſis factam ab unitate ſupficiei ſecundũ ſitum & ordinem præmiſſo modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uiſæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuerſi ſiunt katheti incidentiæ formæ eiuſdem pũcti rei uiſæ reſpectu illarum diuerſarum partialiũ ſuperficierũ, & ſimiliter diuerſa fiũt puncta reflexionum & diuerſæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiuſdẽ uiſus, & quia locus cuiuslibet imaginis ſemper fit in pũcto cõcurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet p 37 huius, ideo patet, quod ſecundum numerũ iſtarum linearum, & ſui concurſus formæ eiuſdem puncti imagines numerantur, patet ergo propoſitum.

XL.

In omnis ſpeculi ſuperficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine ſecundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in ſpeculis quibuſcunq; artificio politis. Si eñ fabricanť in longum ut accidit in ſuperficiebus enſium, tunc facies intuentis uidebiť oblongata reſpectu ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, & ſi fabricanť aliquæ ſupficies ſecundũ ipſarum latitudinẽ, ſi longitudo fabricata ſecundũ ſui latitudinẽ opponitur uiſui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm ſit eius ꝓprietas uera ſecundũ illã diſpoſitionem, & quandoq; uidebitur imago tranſuerſalis ꝓpter tranſuerſalitatẽ fabricatiõis, in oĩbus uero his cauſa eſt unitio maior ſuperficieꝝ ipſarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formaꝝ reflexarum, & ſecundũ illud peruenit ad uiſum, & eñ ut in principijs huius libri diximus, politio eſt cõtinuitas partiũ ſupficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis, unde cũ ad aliquã differentiã poſitionis illi pori cõplanantur, neceſſe eſt ſecundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & ſecundũ illũ modũ formam uiſam ſecundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, ſecundũ alias uero poſitionũ differentias neceſſe eſt ipſam uideri ſuæ diſpoſitionis ꝓpriæ, uel circa illã, & ſic accidit quædã menſtruoſitas in imaginibus formaꝝ taliter uiſaꝝ, quia ipſarum reflexio eſt æq̃lis hinc inde, & ſit irregularis ſecundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens diſpoſitioni formaꝝ reflexarũ, neceſſe eſt ipſorũ ſupficies fabricari ſecundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãſuerſum, ne ſecũdum illos modos formarum ꝓpria diſpoſitio difformetur, patet ergo propoſitum.

XLI.

In omĩ ſpeculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uiſibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocũq; speculorum reflexæ, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerũ uisione, cũ eædem causæ concurrunt uel aliarum aliquarũ quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiusdem rei forma ab eodẽ speculo reflexa uni uisuũ offertur directe & alteri oblique, uel cũ forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrit oblique. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem modis possibile est imaginem illius formæ uideri duas, si secũdum modũ suæ uisionis ad uisum ab aliquo speculo reflectatur, & quia talibus nõ oportet aliter immorari quàm ut in simplici uisione dictũ est, nõ e m̃ accidit illud ꝑpter diuersitatẽ punctorũ reflexionis formæ eiusdẽ pũcti ad ambos uisus, quoniã illa diuersitas aut nulla est, aut nõ est sensibilis, unde nullũ sensibilẽ inducit uisibus errorẽ, sed ambo uisus secundũ illũ unde ꝑueniũt ad uisionem unitatis eiusdem formæ ut posterius declarabitur, patet ergo propositum.

XLII.

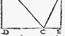
Imago rei uisæ motæ in omni speculo moueri uidetur.

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis à quolibet puncto speculi, super quam fit motus, & quia omnia pũcta rei uisæ à diuersis quàm prius pũctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisæ secundũ quod ꝑ eius motũ puncta à quibus facta est reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet secundũ ueritatẽ nõ moueatur, sed potius noua imago mutato situ rei uisæ generet̃, hoc aũt accidit propter continuitatem punctorũ reflexiõis in sũꝑficie speculorũ, patet ergo ꝑpositũ. His itaq; cõmunibus omniũ speculorũ passionibus præmissis, restat ut ad planorũ speculorũ passiones ꝑprias calamum conuertamus.

XLIII.

In omni reflexione à speculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales sunt khatetis à punctis suorum terminorũ demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis.

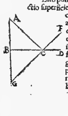
Sit speculum planũ, in cuius superficie sit linea d c e, & sit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducant̃ katheti a d incidentiæ & reflexiõis b e, dico quod quæ est ꝑportio a d ad e b, eadem est a c ad b c & d c ad c e, quoniam enĩ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c est æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q est angulus incidentiæ ꝑ 20. huius, æqualis angulo b c e, qui est angulus reflexionis, erit necessario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum æquales angulos respicientia sunt ꝑportionalia, quæ est ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem est proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam semper manet eadem proportio resultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propositum.



XLIIII.

Forma puncti rei uisæ superficiei plani speculi incidente, locum in quo uisu constituto ad ipsum fiat reflexio inuenire.

Esto punctus cuius forma speculo plano incidat a, & sit linea b c d communis sectio superficiei reflexionis & speculi ducta in superficie speculi, incidatq; pũctus à speculo secundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pũcto a, ducatur linea a b perpendicularis super lineam b c d, ꝑ 12. primi, & ꝑducatur usq; ad punctum e, donec ꝑ 3. primi, linea b e fiat æqualis ipsi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝑducatur ultra c ad punctũ f, dico quod uisu existente in quolibet puncto lineæ c f, semper fiet reflexio ad ipsum, et uidebit formã puncti a, copuletur enĩ linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmissis ambo illi anguli sunt recti, quoniam ergo per 4. primi, cũ ex hypothesi linea b e sit æqualis ipsi a b, & latus b c cõmune, trigona a b c & c b e sint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, sed per 5. primi, angulus f c d est æqualis angulo b c e, ergo angulus



f c d est

f c d est æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cū linea a c sit linea incidentiæ, erit c f linea reflexionis, uisu ergo in illa posito fiet reflexio ad uisum, quod est propositum.

XLV.

Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundē uisum nisi ab uno puncto tantum.

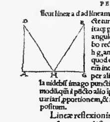
Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico quod ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim à duobus pūctis sit possibile illā reflecti, sint illa duo pūcta d & e, & ducatur linea à centro uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quæ sit a b, linea itaq; a b ꝑtracta ultra alterum punctorum quæ sunt b uel a, aut concurrit cum superficie speculi aut æquedistat. Si cōcurrit siue sit perpēdicularis sup superficiē speculi à quo fit reflexio siue non, semper ipsa erit necessario in una sola superficie reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficiē speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superficiem speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, necessario sunt in una superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficie, quoniam si in duobus talibus superficiebus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiebus orthogonalibus super superficiem speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficierum super lineam communem huic superficiei & superficiei speculi, erit hæc linea erecta super superficiem speculi per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ: & similiter ab eodē puncto ducatur linea in alia superficie super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis super superficiem speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eandem superficiem speculi, quod est impossibile & cōtra 20. primi huius, ergo linea b a in una sola superficie reflexionis erecta super superficiē speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficie reflexionis in qua est linea a b, & similiter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem superficie cū lineis d a & d b, per secundam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi, extrinsecus eñ est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus incidentiæ qui est a e h est æqualis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & angulus a d e est æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est angulo a d e, ergo & ipsius æquali, scilicet angulus b d z, quod est contra 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angulus a d b maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile, à solo ergo puncto speculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficiē speculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur secundū ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto, quod si linea a b non cōcurrat cū aliqua linearum protractarū in superficie speculi, sed sint æquedistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit æquedistans cuilibet æquedistanti illi lineæ in speculis superficie productæ. Sit ergo æquedistans lineæ b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineæ a b & h z in eadem superficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniā intrinsecus angulus erit maior extrinseco, quod est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.



XLVI.

In speculis planis dati puncti uisi ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrū uisus b, punctusq; rei uisæ sit d, & ducātur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiē speculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit ꝓportio lineæ a h ad lineā h g,

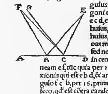


sicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b à pũcto speculi h, ducant̃ eñ lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. sexti, & ex hypothesi, qm̃ triangul9 d h a est æquiangulus triangulo h g b, angulus eñ h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt ambo recti, & est ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, sicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est æqualis angulo g h b: à pũcto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, p 20. huius, angulus eñ incidẽtiæ est æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus b, obstruat̃ per aliquod superpositũ, utpote p cærã uel p picem aut sibi simile, nulla uidebit̃ imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundũ præmissum modũ, qm̃ à pũcto alio ĩpossibile est fieri reflexionẽ p præmissam, accidit eñ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpositum.

XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

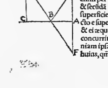
Esto speculũ planum in cuius superficie sit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uisæ quod sit e, incidãt lineæ e b & e c, & sit centrũ uisus g, & reflectatur linea e b secundũ lineã b f, & linea e c secundũ lineam c g, dico quod lineæ c g & b f non sunt æquedistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quãuis etiã sint in eadẽ superficie, angulus eñ incidentiæ qui est e c d est æqualis angulo reflexionis qui est g c a, & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palã ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non sunt æquedistantes, angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadẽte linea a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod cõcurrant in centro uisus quod sit f, & linea e c reflectatur ad uisum f, secundũ lineam c f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui est f b a æqualis est angulo reflexionis qui est e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, sed angulus f b a maior est angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinsecus maior est angulo e c d extrinseco, qđ est cõtra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc patet planè totum correlariũ. Si eñ lineæ reflexionis formæ eiusdem pũcti non possunt in centro unius uisus concurrere, tũc est manifestũ quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis pũctis superficiei eiusdem speculi plani, qđ est totum ꝓpositum.



XLVIII.

In speculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uisus reflexa locũ imaginis inuenire.

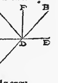
Esto speculum planum, in cuius superficie sit linea a b c, sit quoq; ut forma pũcti rei uisæ quod sit d, reflectatur ad centrum uisus quod sit e, à puncto speculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ sit d b, & linea reflexionis quæ sit b e, dico quod est possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secũdã undecimi, quoniam linea a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quousq; à puncto e super ipsum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ sit e c, & ei æquedistans à puncto d quæ sit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per secundã primi huius, quoniam ipsa cõcurret cũ linea d a ꝓducta, sit cõcursus punctus f, dico per 37. huius, qm̃ punctus f, est locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpositũ.



Eadem

XLIX.

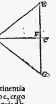
Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisi ab eadem superficie super speculum planum existentis.



Sit punctus rei uisæ a, & sit centrum uisus b, & sit c d e linea cõmunis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimi, quæ sit a c, quæ producatur ultra speculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ sit a d, & linea reflexionis quæ sit b d, patet ergo per 27. huius, q̃m lineæ a d, f d, b d, sunt in superficie reflexionis, & cum linea f d, sit æq̃distans lineæ a c, p 28. uel p 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, est æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, est æqualis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, est æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, est æqualis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, sed latus c d æquale est sibi ipsi, erunt ergo cætera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi a g, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & linea c g, est æqualis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c resecari, semper erit in puncto g locus imaginis tm̃ distans à superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.

L.

In omni reflexione à speculis planis facta, linea à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ reflexionis simul iunctis.



Esto in speculo plano linea a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisæ sit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uisum d, à puncto speculi plani quod sit b, erit ergo linea incidentiæ quæ c b, & linea reflexionis quæ b d, sitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus secet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum æquos angulos continentia sunt proportianalia. Sed latus b f, est æquale sibi ipsi, ergo g b est æquale ipsi b e, ergo linea d g, à centro uisus ad locum imagiuis g producta, est æqualis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

LI.

In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cõprehenso, idem erit imaginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quòd una sola imago utriq; uisui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisæ, & sit q d z e, linea in superficie speculi planu ducta, sitq; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, super superficiem speculi,

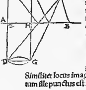
& quia per 30. huius, ab uno puncto speculi, ppositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus a duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, & similiter lineæ a d, a z, z g, sunt in eadem superficie, & linea d c, est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d, c b, & superficiei ipsius speculi, & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d & z g, & superficiei speculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z, fuerint in eadem superficie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis sectio superficiei speculi, & superficiei cuiuscunq; super ipsam erectæ est linea una recta p 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem superficie cum illis, aut extra illas in alia superficie, quodcunq; istorum fuerit super linea reflexionis, quæ b c, ptracta secabit ex perpendiculari, quæ est a d, ultra speculum ptracta partem æqualem ipsi a d, per 49. huius, quæ sit d b, quoniam semper lineæ b c & a d, sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum est, & similiter p 49. huius, linea g z, ptracta ultra speculum secabit ex ptracto katheto ad lineam æqualem ipsi lineæ a d, secabit ergo ipsam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ est h, pcipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uisibus, in quo puncto uno tantum uisu pcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem superperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis secabit ex perpendiculari ptracta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit semper imaginis locus, & hoc est ppositum. Quoniam si centra ambarum uisuum quæ sunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uisæ, quæ est a, semper eodē modo est demonstrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uisibus occurret.



LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quātitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

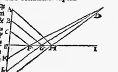
Sit speculum planum, in quo sectio communis supficiei illius speculi, & supficiei reflexionis sit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l, erigaturq; kathetus ppendiculariter sup supficiem speculi à puncto l, qui sit l h, & à puncto f, kathetus qui sit f z, & erunt z & h, duo puncta in supficie reflexionis per 27. huius, pducanturq; taliter sup speculum, ut linea b g, sit æqualis ipsi l h, & linea z d, æqualis ipsi f z, sit quoq; centrum uisus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, kathetus sup speculum qui sit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi lineæ h b, & locus imaginis suæ p 44. huius, est punctum g, tantū distans à supficie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum. Similiter forma puncti f, reflectit̄ ad uisum e, ab aliq̄ pūcto lineæ z b, & locus imaginis est punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunq; punctum lineæ f l, reflectitur ad uisum e. Similiter locus imaginis suæ est tantum distans à supficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup speculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur distare sub



re sub speculo, quantum ipse punctus in superficie speculi super speculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g. arcus circuli, & semp. eiusdem curuitatis & dispositionis, linea ergo f l, semp. apparebit eiusdem quanotatis & figuræ, cuius est extra speculum, & hoc est ꝓpositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sit æqualiter politum, quoniam si ad longitudinem & latitudinem nimis decliner politio, declinabit & forma secundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

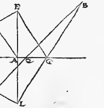
Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistunt.



Esto altitudo uisa quæ a b c e, sitq; centrum uisus d, linea uero communis superficiei reflexionis & superficiei speculi plani sit e f g h i, incidatq; forma puncti a, secundum lineam m a h, & reflectatur secundum lineam h d, & forma puncti b, incidat secundum lineam b g, & reflectatur secundum lineam g d, & forma puncti c, incidat secundum lineam c f, et reflectatur secundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuersa, ꝓtracta em̄ linea e a, quæ perpẽdicularis est super lineam e i, sup speculum, & ꝓtractis omibus lineis reflexionis ad concursum, cũ ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctũ l, & linea d f, in punctum l z. palam per p̃missam, quoniam linea l z e, æqualis est ipsi lineæ e c, & l e ipsi e b, & m e æqualis ipsi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora supficiei speculi superius existentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem sub speculo inferius, & puncta remotiora superficiei speculi superius remotiora uidebuntur sub speculo inferius, uidebitur ergo alotudo reuersa sub speculo, quoniam enim quod est superius in altitudine uidebitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur, & quod est inferius in altitudine uidebitur superius, quoniam ꝓpinquius uisu uidetur, & eodem modo demonstrandum, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propositum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent.



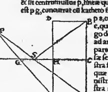
Sit d e longitudo oblique distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius qđ est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi, communis quoq; sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sit linea l z a q g, centrũq; uisus sit punctus b, & incidat forma puncti d, ipsi speculo secundũ lineã d a, & reflectatur secundũ lineam a b, ad centrũ uisus, & incidat forma puncti e, secundũ lineam e g, & reflectatur ad uisum secundũ lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, perpendiculariter, & linea reflexiõis quæ est b a, donec concurrant in punctom, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cũ linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique se habet ad superficiem speculi, & enim pũctũ e remotius est à speculo q̃ punctũ d, erit linea e q, longior q̃ linea d l z, ergo & linea q l, longior q̃ linea l z m, pũctũ ergo illius obliquæ magnitudinis qđ est remotius super superficiẽ speculi, hoc similiter sub superficie speculi à remotiori uidetur, & qđ superius propinquius est speculo, hoc qđ sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quẽadmodũ se habent, & hoc est quod proponebat.

In

LV.

In speculis planis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra.

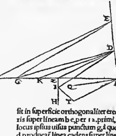
Esto speculum planum g s t, & uisa res sit d b, sint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & sit centrum uisus p, lineæ quoq; reflexiõis sint p g & p s, & sit ut linea reflexionis quæ est p g, concurrat cũ katheto incidentiæ quæ d b in pũcto f, & linea reflexionis quæ est p s, concurrat cũ katheto b t, in puncto e, producaturq; linea f e, quæ est per 52. huius imago rei uisæ, quæ d b, apparebunt ergo dextra sinistra, & sinistra dextra. qm̃ enĩ p 33. huius, semp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio, & ita ad partem oppositam parti incidentiæ: patet quòd dextra rei uisæ semper uidebit̃ sub linea reflexionis magis sinistra, & sinistra sub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus est dextra cadit super dextram partẽ imaginis, & sinistra cadit sup̃ sinistram, Sic ergo dextra rei apparet sub sinistra imaginis, & econuerso, qm̃ imago rei uidet̃ se habere ad rem, sicut homo stans erecta facie contra aliquẽ alium: tunc eĩn pars sinistra opponitur dextræ, & dextra sinistræ, & semp cum aliqs homo alij opponitur, contrarius est eis oppositis adinuicem situs: ad eandem enim positionis differentiam est dextrum unius sinistrum alterius, & econuerso, & sic qđ est rei uisæ dextrum, fit suæ imaginis sinistrum, & qđ est rei uisæ sinistrum, in imagine dextrum erit secundum uisum, patet ergo propositum.



LVI.

Possibile est speculum planum taliter sisti, ut intuens propria imagine non uisa, uideat imaginem rei alterius non uisæ.

Sit a b. lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel superficiei sibi æquedistanti, uel aliter quõcunq; dispositæ, quæ sit b g, sitq; speculum planum in quo sit linea d b, & sit quadratum, & quia lignum a b, est perpendiculariter erectum super g b superficiem, ducatur linea g b, ut contingit, palam ergo quod angulus a b g, est rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales per 28. primi huius, inclineturq; speculum a b, taliter à ligno a b, ut angulus d b a, sit tertia pars unius recti, qui est a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autẽ consistit bonitas operationis mœchanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abscindatur, ad idem peruenit demonstratio, ut patet. Sit itaq; angul9 a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea speculi quæ est b d, ultra punctum d, in continuũ & directum usq; ad punctũ quod sit e, & qm̃ linea g b, est perpendicularis super lineam a b, cũ linea quoq; speculi quæ est d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, qđ sit in superficie orthogonaliter erecta super speculi sup̃ficiem, ducatur linea p̃pendicularis super lineam b e, per 12. primi, quæ sit g e, angulus igitur b e g, erit rectus. Sit itaq; locus ipsius uisus punctum g, à quo ad punctum d, protrahatur linea g d, à pũcto quoq; d, producat̃ linea cadens super lineam b g, quæ incidat in punctum z, itaut angulus z d g sit æqualis angulo e d g, constituto super terminũ lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d, æquedistans lineæ g e, per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea z d, erecta perpendiculariter super sup̃ficiem speculi, & perpendicularis sup̃ communem sectionẽ superficiei reflexionis & speculi quæ est b d, angulus ergo z d b, est rectus æqualis angulo g e d ex præmissis, & etiam per 29. primi, à puncto quoq; z, ducat̃ linea z h, perpendicularis



dicularis super superficiem g b, per 11. undecimi, & super punctū d, terminum lineæ z d, constituaē angulus æqualis angulo g d z, qui sit angulus z d i. & quōm per 2. primi huius concurret linea d i, cū linea z b, ideo quia linea d i, producta ultra punctū d, concurret cū linea a b, ut patet ex præmissis, & per 14. primi huius, sit ergo linearum d i, & z b, cōcursus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquedistans lineæ b d, per 31. primi, quæ sit linea i t, & à puncto b, extrahaē perpendicularis super superficiem speculi per 22. undecimi, quæ sit b q, eritq; linea b q, æquedistans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, sicut & linea g e, erecta est perpendiculariter sup superficiem speculi, quod est d b, super punctū ergo b, terminum lineæ q b, constituaē angulus æqualis angulo g b q, qui sit q b t: concurret ergo linea b t, cū linea æquedistanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ est linea i t, per 2. primi huius, sit concursus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaq; in tabula in qua est linea i t, imago quæcunq; placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, secundū medium lineæ tabulæ correspondens lineæ z i, & ponetur superficies g b, secundum lineam z b, ita ut forma picturæ possit uenire ad speculum d b, cū itaq; centrum uisus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ꝓpriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc est demonstratio, quia enim angulus g e b est rectus, patet per 16. primi, quōm angulus g d b, est obtusus, & similiter omnium punctorum formæ uel faciei ipsius uidentis incidentium speculo d b, anguli sunt obtusi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ semper sunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, quōm nunq; erit reflexio formæ ipsius uidentis ad centrū uisus, sed semper ad puncta quæ sunt sub uisu, quod patet per 33. huius, nunq; ergo uidebit quis existens secundū centrū uisus in puncto g, propriam imaginem in speculo plano taliter ordinato secundū situm, & si uisus elongetur à speculo secundū quodcūq; punctū ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam quōm angulus b e f, est maior recto, sed & angulus f d b, est maior angulo f e b, per 16. primi, nunq; ergo fiet reflexio ad punctū f, sed semper ad aliū punctū sub linea. Similiter quoq; accedente uisu ad speculū secundū quodcūq; punctum lineæ g z, præter q̃ secundum ipsum punctum z, nunq; uidebit uidens sui ipsius imaginem, sola enim perpendicularis, quæ est linea z d, ut patet ex p̃missis per 21. huius, reflectiē in se ipsam, & ita in pūcto z constituto centro uisus uidebit intuēs formā sui ipsius oculi à speculo plano taliter dispositō reflexā, nō aūt aliā partē faciei, quōm sola ꝑpendicularis q̃ est linea unica reflectiē in se ipsam, & ita solius illius puncti fit reflexio, nō aūt punctorū aliorū. Si ergo uisus à pūcto g appropinquet speculo secundū punctū k, cadentē inter puncta g & z, si à puncto k, ducaē linea ad punctū d, q̃ sit k d, palā p 14. primi huius, & ex p̃missis qđ lineæ d k & e g, cōcurrant ultra lineā g k, sola. n. linea d z, æquedistat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, est rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, est obtusus, fiet ergo reflexio ad aliud punctū sub puncto k, à puncto uero z, ut p̃dictū est, fiet reflexio in ipsum punctū z, ideo quia linea z d, æquedistans lineæ g e, est ꝑpendicularis sup lineā d b, per 29. primi, et ex hypothesi. Similiter q̃q; posito uisu in quocūq; puncto lineæ z b, quōm à q̃libet pūctorū illorū est ducere ꝑpendicularē sup supficiē speculi, uel sup lineā k q, reflectiē illarum q̃libet in se ipsam p 21. huius, palā itaq; quōm cōstituto uisu in linea g z, nō uidebit intuens imaginē sui ipsius, & q̃a ut dictū est sola ꝑpendicularis secundū unicū punctū reflectiē ad uisum, nō aūt alia puncta formæ, q̃a uero angulus i d x, est æqualis angulo z d g, & linea z d, est ꝑpendicularis sup superficiē speculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto speculi d, reflectiē ad uisum in puncto g existentē, & q̃a angulus t b q, est æqualis angulo g b q, ut patet ex p̃missis, & linea b q, perpendicularis est super superficiē speculi, palā per 20. huius. quōm forma puncti t, à puncto speculi b, reflectiē ad uisum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectiē à speculo d b, ad uisum in pūcto g, nō uidebiē aūt ipsa tabula depicta i t, quōm est sub supficie cui superstat speculū & uisus. Potest aūt sic fieri ut secundū longitudinē lineæ z b, sit factus murus super terrā ad altitudinē uidentiū, q̃ interius sit cōcauus, superius uersus speculū apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ est i t, æquedistanter speculo b d, & sit uisus in distantia à specolo

M secundum

secundum situm puncti g, & sit prohibitus secundũ aliquod mediũ, ne possit propius accedere, tunc enĩ omnes formæ punctorũ depictæ imaginis incident uisui, disponatur ergo taliter per ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur, & sit speculũ situm uersus lumen, ita ut aer circa ipsum sit luminosus, sitq; tabula depicta similiter lumen habens, quia aliter in tenebris latens non posset uideri, mediante enĩ lumine formã suam multiplicat per medium, & peruenit ad speculum, & reflectitur ad uisum, palam ergo propositum.

LVII.

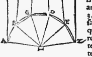
Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sisti, ut in ipso uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud quod alibi agitur, qui locus cameræ in quo sistitur cẽtrum uisus sit signatus puncto a, & sit locus in quo est uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur, signatus puncto b, sitq; rima siue fenestra in camera uidentis opposito loco b, quæ sit g, & ducatur linea b g, & producatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui sit d, qđ totum potest fieri per astrolabium siue quadrantem uel aliud instrumentum certificationis uisum, uiso enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinulas immotas in punctum cameræ d, ducantur ergo lineæ d a & g a, & diuidatur linea g a, per 119. primi huius, in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e, ad lineam e g, sicut lineæ a d, ad lineam d g, quæ ambæ per instrumenti acceptionẽ sunt notæ, ducaturq; linea e d, diuidet ergo per 3. sexti, linea d e, angulũ a d g, per æqualia, ponatur itaq; speculum perpendiculariter erectum super lineã d e, in puncto d, per conuersam undecimæ undecimi, in quo speculo sit linea f h, à pũcto itaq; speculi d, reflectetur forma puncti g ad uisum a, per 20. huius, ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, distantia enim secundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat, uidebit itaq; uisus secundum eius centrum in puncto cameræ, quod est a, existens omne quod erit & quod agetur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea, & hoc est quod proponebatur.

LVIII.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum.

Assumatur arcus circuli a z, cuius centrum sit h, & quoniam arcus a z, indefinite assumatur, esto ut ipse exempli causa diuisus sit in quinq; partes æquales, uel quotcunq; quis uoluerit partes, ita ut arcui a b, sint æquales arcus b g, g d, d e, e z, & ducantur cordæ a b, b g, g a, d e, e z, quæ om̃es erunt æquales per 23. tertij, & à centro h ducãtur lineæ h a, h b, h d, h e, h z, & ablatis arcubus super cordas a b & b g, & alia erigantur specula plana quadrangula per parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, z x, sint æquedistantia, & sint specula continua ad inuicem taliter, ut latera eorũ quæ sunt b k, g h, d m, e n, sint cõmunia, sint autem specula adinuicem taliter composita, ut anguli contenti à lineis a i & i k, b k, & k l, g l, & l m, d m & m n, e n, & n y, sint æquales angulis contentis à lineis h a & a h, h b & b g, h g & g d, h e & e z, sintq; superficies insistentes lineis a b, b g, g d, d e, e z, uersæ inferius, & suppositæ supficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x, & sint superficies superiores inferioribus æquedistantes, hæc enim omnia specula taliter disposita aspectum uniformem habebunt ad uisum existentem in centro h, quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h z, ducantur à centro h, ad puncta communia cordis & arcubus, patet per 17. tertij, quoniam omnes sunt perpendiculares super lineas circulum a z, in illis punctis contingentes, ergo

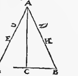


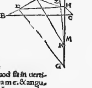
go per 21 huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginũ secundum illas, sed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quæ per 20. primi huius, solum numerantur numero superficierum speculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusq; imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipsorum ad uisum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & sic reflexionum lineæ numerantur numero katherorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositæ adinuicem numero & ordine speculorum, quia uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis in dustriæ censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, situetur æquedistans superficiei horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuersetur.

LIX.

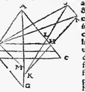
Possibile est speculum ex speculis planis compositum construi, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

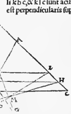
Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculũ planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocunq; illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud speculũ quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundũ se rotam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terræ uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliqualiter, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quæ fiunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret. Vt autẽ idem propositum & aliter melius pareat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, situetur speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quàm punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latus a b, positum in superficie horizontis uel alia quæcunq; superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in puncto g, aliqualiter eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d b a, producta linea h k, ad lineam b c, positoq; centro uisus in puncto k, patet ex præmissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, inuento q; per 46. huius, in speculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod sit in uertice uidentis, sit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-





lus m e d, super punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui sit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt æquales, quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio ad uisum k, quoniam enim ut patet per 16. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, sitque punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quæ est linea g m, à superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & à superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuscuiusque puncti est in concursu katheti suæ incidentiæ, cum linea suæ reflexionis: producatur itaque à puncto speculi d e, à quo fit reflexio formæ puncti g, quod est d, per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis est linea d a. Similiter quoque perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quæ e a, hæc itaque linea est kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut præmissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritque punctum quod est imago formæ puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quàm punctum o, quod est imago formæ puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiæ aliter superficiei speculi incidunt quàm prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculũ a h, non in speculum d e, & hæc quidem demonstrata sunt, ac si à punctis primarum reflexionum, quæ sunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ si imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius secundæ imagines, quæ uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositæ ut uolantes.



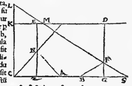


LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uiſibile aliquod, in quo ſit pũctum a, & ſit centrum uiſus b, & ſint tria ſpecula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi e z, p 11. undecimi, et pducatur linea a z in continuũ, abſcindatur'q; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c ſit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod eſt centrum uiſus, ducatur linea b g perpendiculariter ſup ſpeculũ d g, et producatur taliter ut linea g s ſit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi d e, quæ ſit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quouſq; linea c k ſit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, ſecans ſpeculum d e in pũcto m, & ſpeculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t ſecans ſpeculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g eſt æqualis lineæ g s, & linea g f. cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis eſt angulo s g f, quia ambo illi anguli ſunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æq̃lis angulo f s g, ſed angulus s f g eſt æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis eſt angulo g f b, poteſt ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uiſum b, quia uero linea c k eſt æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis eſt æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis eſt angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f eſt æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipſe eſt æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, poteſt reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uiſus per 2. ergo ſpecula quæ ſunt d e & d g, uidetur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uiſus quod eſt b, & quia linea a z eſt æqualis lineæ z c, & linea z b communis eſt ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n eſt æqualis angulo n z c, quia ambo recti ſunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e eſt æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, ſpeculi z e, ad punctum m, ſpeculi d e, & à puncto m ad punctũ f, ſpeculi d g, & à puncto f, ad centrum uiſus b, à tribus ergo ſpeculis uidetur forma & imago eiuſdem puncti a, quod eſt propoſitum, & hoc accidit uiſui ſolum reſpiciente in ſpeculum d g.

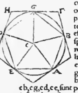


LXI.

Poſſibile eſt per quodcunq; quis uoluerit plana ſpecula ſecundum diſpoſitionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem diſpoſita eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, & ducatur linea a b, & ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quocunq; laterum uiſum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli cauſa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunſcribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod ſit c, ab angulis poligonij quæ ſint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq; quoniam omnes illæ lineæ ſunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad baſes omnes ſunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concurſu quorumlibet dictorum laterum ponatũ ſpeculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel ſi fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter ſup lineas ad centrum circuli productas, ut ſunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut ſpeculum f h ſuper lineam g c, ſit perpendiculariter inſiſtens; ad unum uero angulũ ſit punctum rei uiſæ, & ad alium ſibi proximum ſit centrũ uiſus, ut ſunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f eſt æq̃lis angulo h g c, quia ambo ſunt recti, ſed & angulus c g b eſt

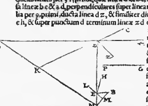
æqualis angulo c g d, ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo b g f æqualis est angulo d h g, ergo forma puncti b à puncto g, speculi f h reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum d, per æquales enim angulos fit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palã quia fit reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a, quod est centrum uisus: uisus itaq; existens in puncto a, & intuens solum speculum, cuius est punctũ e uidebitur forma b, quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi e, reflexam mediantibus speculis g & d quod est propositũ. Quod si centrũ uisus sit in puncto c quod est centrum circuli, cuius periferiam contingunt oĩa specula in angulis poligoniorum constituta, palam quod forma pũcti c, ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniã omnes lineæ quæ sunt c a, c b, c g, c d, c e, sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum c, per 27. huius, palam ergo est propositũ, & si plurima ordinãtur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circunscribendi circulũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primũ speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto a, & punctus rei uisæ b, & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit p g & à punctis a & b ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint a d & b e, & copuletur linea d e, sintq; exempli causa lineæ b e & a d, perpendiculares super lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqualia per 9. primi, ducta linea d z, & similiter diuidatur angulus b e d, per æqualia p lineã e h, & super punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c, per 23. primi, & similiter super punctum e, terminum lineæ h e erigatur perpendiculariter linea l e m, & ex his duabus lineis k d c & l e m. imaginẽtur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti b incidet speculo plano quod est m e l in pũcto e, & reflectetur in pũctum d, per 20. huius, quia anguli b e m & d e l sunt æquales, anguli enim h e l & h e m sunt æquales, quia recti, sed & anguli h e d & h e b sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli e d z & z d a sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti b, per uisum existentem in puncto a, cum tamen res in qua est punctum b, nõ sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est d a, est semper una, quãuis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à pũcto rei uisæ quod est b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiẽ speculi quæ sit b m secans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus, ergo per 23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, sit concursus ipsarum in puncto n, quia itaq; linea m e l cadens super lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinsecũ æqualẽ angulo



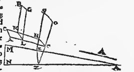
l e h

le h extrinseco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h sunt æquedistantes, ergo angulus d e h extrinsecus est æqualis angulo e m b intrinseco per 29. primi, & angulus e b n est æqualis angulo b e h, quia sunt coalterni, sed angulus b e h est æqualis angulo h e d, ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b sunt æquales: est autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uisum existentem in puncto d, à speculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis super lineã c d k per 12. primi, quæ sit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, qd' angulus d n k est acutus, Sed angulus n d a est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, sit puncti concursus s, quia itaq; linea d k cadens super lineas z d & n s, facit angulũ z d e extrinsecũ æqualem angulo n k d intrinseco, uterq; enĩ illorum angulorũ est rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ n s & z d æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus z d a extrinsecus æqualis angulo n s d intrinseco, sed & anguli s n d & n d z sunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a sunt æquales, ut patet ex præmissis; angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineã z d, angulus ergo d n s est æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n sunt æq̃les, quia itaq; linea e n est æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s est æqualis illis eisdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctũ s est locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pũcto speculi k d c quod est d, ad uisum existentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt b e & e d, & insuper lineæ reflexionis quæ est d a, & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab imparibus quidem dextra apparẽt sinistra, & sinistra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidenriæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus a, & linea rei uisæ sit b g, & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit d, fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt e z & h c & k l, reflectaturq; forma lineæ b g, per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto a, sitq; ut punctus b, lineæ b g incidat speculo k l in puncto k, & speculo h c in punctũ h, & speculo e z in punctum e, reflectaturq; ad uisum a secũdum lineam e a, & similiter forma puncti g incidat speculo k l in punctum l, & speculo h c in punctum c, & speculo e z in punctum z, & reflectatur ad uisum secũdum lineam m z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̃ erunt b k & k h, h e, e a, & g l, l c, c z, z a, sitq; locus imaginis formæ puncti b, in primo speculo quod sit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo speculo sit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In secundo uero speculo quod est h c. linea imaginis sit s o. In tertio uero speculo quod est e z, linea imaginis sit m n, patet itaq; quoniã in quolibet istorũ speculorum tanta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ k c, quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et linea g l, est æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi h c, est æqualis lineæ h s, quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & linea q t est æqualis lineæ t o, linea quoq; s e, quæ est distantia formæ



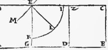
refle-

reflexæ à speculo z e est æqualis lineæ e m, quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub-illo, & similiter linea o z est æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisi est in puncto cõcursus katheti suæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in speculis planis imago semp est æqualis rei uisæ p 52. huius, patet quod uisus existens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisu quæ est secundum lineas a m & a n est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniã linea a m est æqualis lineæ reflexionis quæ est e a, & lineæ m e quæ est æqualis lineæ e s, secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ est æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k est æqualis lineæ k h, & similiter linea a m n est æqualis lineæ reflexionis quæ est a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palã quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum l k, fit imago formæ rei b g uisæ, quæ est imago c q transmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est h e, mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiũ imaginis ad dispositionem partiũ ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio qđ est e z, imago secũda, quæ est s o, mutat situm partiũ suarum, patet quod imaginis m n situs est alius à dispositione formæ rei quæ est b g, in speculis itaq; numeri paris fit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescũq; speculis paribus uel imparibus positis secundũ hæc imaginũ dispositio uariatur secundũ dextrũ et sinistrũ, patet ergo ꝓpositũ.

LXIIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorũ suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunq; placuerit quantitatis suorũ laterũ, dum tñ latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdẽ speculi inter se proportionabilia, ita ut lõgitudo sit duplata latitudini eiusdẽ speculi, assumaturq; linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorũ speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit a b, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiã primi, quæ sit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter sup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi quæ sit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquedistans lineæ d z quæ sit b c, et producatur linea c z orthogonaliter super lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; à pũcto g, linea g e æquedistans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquedistans lineæ b c et super punctum e, centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis super lineam l e, quæ sit e m, et itẽ alia quæ sit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ sunt linea una per 14. primi, et sit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n sit æqualis longitudini speculi. Si ergo duorum speculorum planorum rectangulorũ & æqualiũ angularis coniunctio fiat super lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, superficies illorum cõiunctorum speculorum per æqualia, pateatq; quod illa specula non erunt in una plana superficie disposita, perpendiculares ergo à cẽtro uisus super illa specula ductæ quæ sunt katheti incidentiæ formæ ipsius uidentis, sunt diuersi,



posito ergo centro uisus in pũcto d, et motis speculis super lineam l e fixam, uidebit homo seipsum sup unum duorũ speculorum uenientem, et in altero recedentem, est enim longi-

longitudo amborum illorum speculorum quæ est linea m n, quasi duplata latitudine unius ipsorum, & sic punctum est quasi medium superficiei amborum illorum speculorum: unde circa ipsum æqualior fit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter se existentes varient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamẽ taliter sint dispositi, ut ab uno speculo in alium fieri possit reflexio, nec æstimamus hac demonstratione alia in his quæ præmissæ sunt in simplicibus planis speculis indigere, & hoc practicæ artificũ ducimus cõmittenda, quia et hæc quæ præmisimus plus habilitatem operis mœchanici respiciunt, quàm firmitudinẽ demonstrationis, fuit enim istud diligens inuentio antiquorum, cui potest addere et demere ille, qui diligenter perspexerit ea quæ demonstratiõis necessitate conscripsimus in hoc libro.

LXV.

Ab uno speculo plano soli opposito ignem est impossibile accendi, à pluribus uero possibile.

Hoc enim euidens est, quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à speculorũ planorum diuersis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonstratum est, in nullo ergo pũcto cõueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis possibile est in materia combustibili quacũq;, patet ergo primò propositorum. Iam autem dixit Attennius nescio qua ductus experientia, quod solum uiginti quatuor reflexi radij cõcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabili fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorũ, et uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo q̃a figuræ hexagonæ replent locũ superficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; distantiam sic ignis potuit accendi, quæ si ad complendam unam planam superficiem cõiunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam aliter consequi, quàm sicut ex uno speculo plano, quoniam ut prædictum est tres superficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorũ rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil est ergo quod punctum sui cõcursus distingat à natura planæ superficiei & unius, quod si idem hexagoni taliter adinuicẽ inclinentur, ut ab una sphæra fiant circumscriptibiles, tunc ad centrum illius sphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pũcto illis superficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale speculum melius posset ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero superficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamẽ quia facilia sunt ut diximus, prosequenda ipsam relinquentes artificis industrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Attus quo potuimus speculorum planorum passionibus percursis, super est nunc ut ad aliorum speculorum passiones proprias diuertamus, & quia specula conuexa sunt simpliciora concauis, quoniã quædam passionũ speculorum conuexorum descendunt in concaua, ut in illa, quorum passiones propriè diuersimode uariantur, conuenit ut primo tractatum speculorum conuexorũ alijs præmittamus. Sed quia inter specula conuexa, quorũ quædã sunt sphærica, quædam columnaria, quædã pyramidalia, ipsa specula sphærica sunt alijs simpliciora. passiones enim & causæ reflexionum speculorum sphæricorum conuexorũ descendũt in specula columnaria & pyramidalia conuexa, cũ in illis ab aliquibus punctis suorum circulorum accidit fieri reflexionem, sicut & passiones speculorum planorũ descendũt in eadem specula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum speculorũ ad uisum fit reflexio. Post tractatũ ergo planorũ speculorum de speculis sphæricis cõuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concauis speculis ꝓsequi dignũ uisum est. Quæ itaq; ad speculorũ sphæricorum ꝓprias passiones ꝓsequendas ꝓmittimus sunt ista. Maius speculũ sphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius sphæræ diameter est maior, & minus cuius minor. Diametrũ speculi sphærici, dicimus diametrũ sphæræ cuius portio est speculũ. Centrũ speculi dicimus centrum sphæræ cuius portio est speculũ. Diametrũ uisualem dicimus lineã à centro uisus per centrũ speculi sphærici trãseuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquedistare speculo sphærico conuexo dicimus, quæ secundũ eius punctũ medium æquedistat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius speculi secundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ secat lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

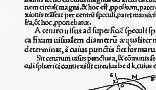
Communem sectionẽ superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici cõuexi, necesse est circulũ magnũ uel arcum circuli magni sphæræ esse: ex quo patet ꝙ oĩs superficies reflexionis diuidit sphærã speculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicit̃ sup̃ficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã soper superficiem sphæricũ speculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ om̃es lineæ rectæ sunt, patet quod sup̃ficies reflexiõis est superficies plana. Omne aũt speculũ sphæricum conuexum, aut sphæra est, aut pars sphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculũ, ipsorũ cõmunis sectio necessario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares sunt superficies sphæras contingentes, necessario transeunt ꝑ centrum sphæræ, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis super superficiẽ sphæræ positã in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrũ speculi, est ergo illa cõmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphæræ illius speculi, ꝑ diffinitionem circuli magni, & hoc est ꝓpositum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs sup̃ficies reflexionis trãseat per centrũ speculi, patet manifeste, q̃m ipsa diuidit sphærã speculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uisus ad superficiẽ speculi sphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uisualem diametrũ æqualiter mota portionem superficiei speculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

Sit centrum uisus punctus a, & cõmunis sectio superficiei reflexionis & sup̃ficiei speculi sphærici conuexi sit circulus b c d k, cuius centrũ sit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ sit a d, ducatur & diameter uisualis quæ sit a e, secãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod si diametera e manente fixa linea cõtingens q̃ est a d, imaginetur æqualiter moueri sup̃ periferiã speculi, seruans semp̃ æqualitatẽ anguli e a d, quousq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipsa motu suo secundũ punctum d, describet circulũ determinantẽ portionem speculi sphærici cõuexi, à qua fit reflexio



omnium formarũ ad uisum existentẽ in pũcto a, ab illa parte alia speculi superficiei à qua non fit reflexio, producatur enĩ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra speculum ultra punctõ d usq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f constituti

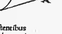
uide-

uidebunt̃ directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangit̃ à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit speculũ, incipiũt pũcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti secundũ lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui est f d g, est æqualis angulo reflexiõis, qui est g d a, dico etiã ꝙ à nullo pũcto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uisum existentẽ in pũcto a, & ducat̃ linea reflexionis ad uisum a, q̃ sit h a, hoc ergo nõ potest trãsire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet ꝙ illa linea reflexionis quæ est h a, nõ transibit punctũ d, secabit ergo lineã d g, sit ut secet ipsam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ est h a nõ secat angulũ h d f, palam cũ nõ secet arcũ h d, quod secat lineã d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet ꝙ duæ rectæ quæ sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile: uel deducatur, sit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cũ linea e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo dispositos, patet qđ lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod est oppositũ dati, patet ergo propositum, quoniam quocũq; puncto arcus d k h dato, eodem modo potest fieri deductio.

III.

Opposito uisui speculo sphærico cõuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficie ei continua, erit cõmunis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphærã speculi p æqualia secante.

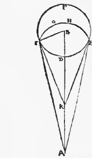
Opponatur uisui speculũ sphæricũ taliter ut uisus nõ sit in superficie illius speculi ei cõtinua, dico ꝙ pars speculi à uisu cõprehensa erit pars sphæræ circulo inclusa, quẽ efficit motu suo radius cõtingens supficiem sphæræ, quia enĩ ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad sphæræ superficiẽ cõtingens quasi linea speculũ cõtingens est. Si ille radius imaginet̃ p gyrũ, moueri attingendo sphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ sumpsit motus principiũ, palã per præmissam, quia pũctus contingentiæ in sphæræ supficie circulũ describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphæræ, qm̃ si intelligant̃ supficies secantes se sup diametrũ sphæræ transeuntes polos p̃dicti circuli & sphæram p æqualia secantes, patet qđ oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ sunt lineæ longitudinis pyramidis uisiõis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipsi superficiei sphæræ, & his supficiebus planis secantibus sphæris, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia sit p 69. primi huius, circulꝰ q est cõmunis sectio supficiei sphæræ et supficiei planæ transeũtis p uisum a, extra sphærã existentẽ, & p centrũ sphæræ qđ sit b, circulus c s d, cuius centrũ sit b, sitq; polus circuli intellecti secundũ quem basis pyramidis uisiõis secat superficiẽ speculi pũctus, sed pducat̃ b a semidiameter ad uisum a, & sit linea b s a, & à pũcto à, cẽtro uisus ducat̃ linea cõtingens circulũ, q̃ sit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q est c, ducat̃ ad centrũ b, linea c b, dico qđ arcus c s est minor q̃ quarta circuli magni, angulus enĩ b c a est rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a est acutus, qa nõ possunt esse duo recti in eodẽ trigono a b c, p 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro existentẽ respiciat arcus c g, palã ergo p ultimã sexti, qm̃ ipse minor est q̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oibus pũctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̃ quilibet arcuũ illoꝝ circulorũ est minor q̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisum est minor circulo magno sphæræ ꝑpositæ, et hoc est qđ ꝑponebatur. tenet aũt hæc demõstratio in uno uisu tm̃, uel in ambobꝰ uisibus, dum modo diameter speculi sphærici sit maior q̃ distãtia oculoꝝ, qm̃ istis existentibus æqualibus circulus maior sphæræ erit circulus ꝑpositæ sectionis, & medietas sphæræ ui



debitur. Si uero distantia oculorũ sit maior diametro speculi, plus medietate sphaeræ uidebitur, & erit cõmunis sectio circulus minor, ut hæc sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

In speculis sphæricis cõuexis secundũ accessum uisuum ad specula circulorum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

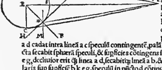


Esto em̃ speculum sphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & sit centrũ uisus a, sitq; circulus terminans uisum in supficie speculi q c g h e, dico quod secundũ accessum & recessum uisuũ à speculis illorum circulorũ quãtitas mutaẽ, diminuitur em̃ secundum accessum, et augeẽ secũdum recessum. Sit em̃ cõmunis sectio supficiei reflexionis & speculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, sit erectus sup circulum c g h e, uisam partẽ speculi cõtinentẽ, sitq; ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq; p 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uisus secundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducaẽ linea k c, & qm̃ per 16. secundi huius, longior radius à uisu ad sphærã contingens quasi linea contingens est, patet p 17. tertij, qm̃ angulus l k c b est rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, est ergo rectus minor recto, quod est impossibile. Existẽte ergo uisu in puncto l k, nõ terminabiẽ uisio ad circulũ e g h e, sed ad aliquẽ circulum ipso circulo c g h e minorẽ, quia em̃ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ sunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunẽ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo p 60. primi huius, qđ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exteriorũ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpositum.

V.

A quolibet puncto superficiei speculi sphærici conuexi oppositæ uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem q̃ in tertia huius, dico q̃ à quolibet puncto portionis oppsitæ uisui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ sibi similiũ arcuũ potest fieri reflexio ad uisum, signetur em̃ aliquis pũctus arcus e s, qui sit d, & ducaẽ semidiameter d b, palã per 72. primi huius, qm̃ linea d b est perpendicularis sup superficiem planã contingentem speculum in puncto d, cũ itaq; formæ puncti rei uisæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cũ semidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo qđ transeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra sphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo q̃ angulus b d a sit obtusus, ut patet ex præmissis, & p 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea a d cadat intra lineã a c speculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d ꝓducta secabit sphærã speculi, & supficies cõtingens sphærã in pũcto d, in qua sint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, secabitq; lineã a b. & quia semidiameter b d est perpendicularis sup supficiẽ b k, e g, speculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, h h recti. ergo etiã erit angul9 b d k rectus, angulus quoq; b d a maior recto, & angulus f d a minor recto re secato ergo ab angulo recto q est f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q sit m d f, erũtq; lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ superficie, pũctus ergo rei uisæ existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctũ d, reflecteẽ ad uisum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent em̃ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ, & reflexionis ut ostensum



fuit

fuit per 25. quinti huius, erũt in eadem ſuperficie q̃ erit ſuperficies reflexiõis erecta ſuper ſuperficiem ſphæram ſpeculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonſtrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis, hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita, quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demõſtrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum ſicut proponebatur.

VI.

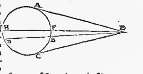
In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis centrũ uiſus & centrũ ſpeculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundum diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omĩ eñ ſupficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta, ſ. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uiſus, & quia quælibet illarũ ſuperficierũ eſt erecta ſup ſuperficiem ſpeculi, à quo fit reflexio, erunt lineæ in ipſa pductæ quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi centrum ſpeculi tranſeuntes per 72. primi huius, manifeſtum ergo quia quælibet illarũ ſuperficierũ tranſit centrum ſpheræ. In qualibet ergo ſuperficierũ reflexionis ſunt prænominata 4. puncta corporũ quorumlibet, ex his patet quia cum ſuperficierum planorũ ſe interſecantium cõmunis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3. undecimi, iſtarum ſuperficierũ neceſſario cõmunis ſectio erit linea à centro uiſus ad centrũ ſpeculi pducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundũ numerũ ſuperficierũ reflexionis, hæc duo puncta. ſ. centrum uiſus & centrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemp manent, patet ergo propoſitum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes ſecat circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentes.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ ſit punctũ g, & ſit centrum uiſus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ ſint e a & e c, palã ergo per 2. huius, qm̃ à toto arcu a b c, fit reflexio ad uiſum, ſit ergo ut à puncto b, qđ eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e, & ſit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, pducta ultra punctũ b, ſecabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis quod ſit d, ducatᷣ eñ diameter uiſualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos qui ſunt f c h, & f a h, oſtenſum eſt aũt per 57. primi huius, qm̃ ab uno puncto datum ſemicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci eſt impoſſibile, & cooſtenſum ibi eſt quod omnis linea ab eodem puncto ſub linea cõtingente ducta ſecat ſemicirculũ in puncto uno ſuper punctũ contingentiæ & in alio ſub ipſo, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducatᷣ ſub linea contingente linea e b, qm̃ linea e b, ſecat ſemicirculũ f c h, in uno puncto ſuper illũ punctũ contingentiæ qui ſit d, & in alio puncto b, ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uiſui, quod eſt propoſitum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, poteſt demonſtrari, patet ergo quod proponebatur.

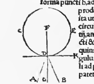


VIII.

In omni reflexione à ſpeculis ſphericis conuexis linea à centro ſpeculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

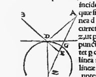
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo ꝓposito sit b, sitq́ꝫ cõmunis sectio sup̃ficiei reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrũ sit f, & reflectatᵉ forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tñ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q est angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro speculi ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propositum.



IX.

In conuexis speculis sphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ speculi productũ, cõcurrere est necesse.

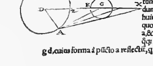
Esto cõmunis sectio superficiei reflexionis & conuexi speculi spherici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrũ uisus punctũ b, punctusq́ꝫ rei uisæ sit a, reflectaturq́ꝫ forma puncti a, ad centrũ uisus b, à puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quoqꝫ incidentiæ sit a d, ducatᵉ itaqꝫ linea à puncto dato a, ad centrum speculi z, quæ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra speculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ eñ linea b d, ꝓducta secat angulum a d z, ut patet ꝑ p̃cedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaqꝫ punctus concursus e, est aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet ꝑ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcursu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonstrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, secundũ eñ utrãqꝫ illarũ linearũ est necessarium fieri uisionem, qm̃ secundũ illam reflexionis forma reflectitᵉ ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculum, à cuius superficie forma rei uisæ reflectitᵉ ad uisum.



X.

Centro uisus posito in katheto incidẽtiæ super speculũ sphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in superficie speculi in ipso. s. puncto reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̃ omnis ꝑpendicularis reflectitᵉ in seipsam, nec aũt ostendemus quod hic ꝓponitᵉ. Sit ergo g centrũ uisus & d centrũ speculi propositi, sitq́ꝫ g k, z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculũ secans superficiem oculi in puncto k, & incidens sup̃ficiei speculi in puncto z, dico quod solius pũcti r forma reflectitur ad uisum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuscũqꝫ datis, quãtum ad ipsorũ reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 32. quinti huius, sed neqꝫ aliquod punctum huius lineæ reflectitᵉ ab alio pũcto speculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, sit illud aliud pũctum a, & ducatᵉ linea g a, quæ sit linea reflexionis, ducatur q́ꝫ linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectitᵉ, q sit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

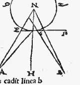


nea g a,quæ sit x a g,& ducatur diameter d a,hæc ergo extra circulũ producta necessario diuidet angulum x a g,per æqualia per 8.huius,eo qđ ueniens à centro speculi & ad istũ punctũ reflexionis est ꝑpendicularis sup ipsum.concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d,inter punctũ x reflexum,& punctũ g centrum uisus: sint ergo duæ lineæ rectæ,quæ sunt x d & d a,in duobus punctis concurrent & supficiem continebunt, quod est impossibile,patet ergo ꝓpositũ,qm̃ ab uno tm̃ puncto speculi reflexionem fieri est necesse,ergo & una tantũ uidebit imago,& quia locũ ipsius nulla linearum intersectio determinat,ut patet per 37.quinti huius,palam ꝙd illa imago uidet in proprio loco suo,hoc aũt est in superficie ipsius speculi in puncto .f. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis protrahatur,patet ergo propositum.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphæricis conuexis in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum ꝓducta:patet etiã quod in his speculis possibile est locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius,potest & idem demonstrari aliter. Sit em̃ punctus rei uisæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g,centrũ speculi n,palã itaq; per 25,quinti huius,quod a g,linea incidentiæ, g b linea reflexionis sunt in eadẽ supficie erecta sup superficiem speculum in puncto g,contingentẽ: linea itaq; cõmunis superficiei reflexionis,& supficiei speculi,sit circulus z g q,& linea cõmunis supficiei contingenti speculũ in puncto g, & superficiei reflexionis sit linea e g p,ducaturq; linea h g,perpendicularis sup lineam g p e, per 11.primi, & patet per 18.tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q,qui cũ sit circulus magnus,ut patet per primam huius,palam qđ centrũ eius est centrum ipsius speculi, transit ergo linea h g,producta ultra punctũ g,per centrum speculi quod est n,aliter em̃ linea à centro speculi ad punctũ g ducta,erit etiã ꝑpendicularis sup lineam p g e,& linea h g,ꝓducta est ꝑpendicularis sup eandem,ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares sup unam lineam quod est impossibile, pertinget ergo linea h g,ad punctum n,ducat ergo linea a n,à puncto uiso ad centrum speculi,eritq; linea a n,per 72.primi huius,ꝑpendicularis super superficiem speculi,ergo & super superficiem contingentẽ speculũ in puncto illo p quã transit,& quia inter duas lineas h g & p g,angulũ rectum continentes cadit linea b g,palam quia ipsa non contingit circulũ z g q,ipsa ergo ꝓducta secat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n,sit ut concurrat in puncto d,cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto speculi g reflectitur,& centrũ speculi quod est n,necessario sint in eadem superficie,erit ergo per primã undecimi,linea a n,in eadem superficie cum linea b g.palã ergo per 37.quinti huius,quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipse est punctus cõmunis lineæ reflexionis,in qua necessario est forma & lineæ a n, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti a,secundum quam ut secundum lineam breuiorem necessario uidetur forma,patet ergo principaliter ꝓpositũ per 37.quinti huius, & per hoc patet corrolariũ,qa in omni reflexione à speculis sphæricis conuexis facta, semper imago totius rei uisæ contineт in aliqua linea inter loca imaginum suoꝝ extremoꝝ puncto rum ꝓducta,qm̃ katheti incidentiæ punctoꝝ medioꝝ cadunt semper inter kathetos incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ,nec em̃ katheti incidentiæ ab aliquo illoꝝ punctoꝝ extremorum ꝓducti ad centrum speculi secare possunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctoꝝ extremoꝝ,patet etiã quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum imaginis inueniri: ꝓducta em̃ linea recta à puncto quocunq; uiso per reflexionem ad centrum



centrum ſpeculi, & producta linea reflexionis ad concurſum cū linea, erit punctus cōmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

XII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici cōuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cōtingentem ad eam partē quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineā n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia em̄ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cū linea h n, in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aūt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, ꝑ 29. primi, & ꝑ 4 ſexti, qa ergo q̄ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex p̄miſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo ꝑ 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitū, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.



XIII.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodū in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̄ linea d g, ſecet em̄ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctū e, dicitur finis cōtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̄cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, q̄m præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, ꝑ æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̄ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus, cū ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̄ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctū reflexionis quod eſt g, patet ergo ꝓpoſitū.

XIIII.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacēs

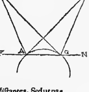
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli semidiametro eiusdem circuli est minor.

Remaneat omnino dispositio quæ supra, & quia punctus e est finis cōtingentiæ, intersecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, est minor semidiametro circuli, qui est f n, quoniam ut patet ex præmissis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, est sicut proportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, est sicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit proportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e, sed linea a n est maior quàm linea a e, quoniam totū est maius sua parte, ergo linea d n, est maior quàm linea d e, erit ergo linea d n, multo maior quàm linea f e, quæ est pars ipsius d e, multo magis ergo linea n f erit maior quàm linea f e, quod est propositum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes: attamen in centro unius uisus non cōcurrunt, ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi.

Esto centrum uisus b, & punctus rei uisæ sit e, sitq; cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a g, incidatq; punctus e, diuersis punctis speculi in circulo a g, quæ sint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non sunt æquedistantes cum in unius centro uisus non cōcurrent, dato quòd concurrent in puncto b, ducatur inter circulum corda arcus a g, quæ sit recta a g, & producatur extra circulum usq; ad pūctū f, ex parte a, & ex parte g, usq; ad punctū n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, est æqualis angulo b g a, sed angulus e g n, maior est angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior est angulo e g a. Sed angulus b a f, maior est angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, est miaor angulo e a g, non ergo reflectitur forma puncti e, ad uisum existentem in puncto b, à puncto speculi a, per 20. quinti huius, & tamen quia angulus b a f, nō est æqualis angulo b g a, sed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, est maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypothesi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palam ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non sunt æquedistantes. Sed ut patet ex præmissis ipsæ nunquàm cōcurrent in puncto b, in quo est centrū uisus, patet ergo propositum, & per hoc patet quod unus uisus nō potest uidere idolum eiusdem formæ à diuersis punctis talium speculorum reflexum, quod proponebatur.



XVI.

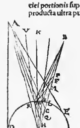
A superficie speculi sphærici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum nisi à solo puncto reflecti, & una sola imago uisui occurrit.

Quoniam enim per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius speculo incidens, centro uisus in illa perpendiculari existente ab uno tantùm puncto reflectitur ad uisum, non oportet nos nūc propositum nisi de lineis oblique his speculis sphæricis conuexis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctū uisum b, & centrū uisus a, & non sit punctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi quod sit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi, & una sola imago uisui occurrit, palam enim per 5. huius, quod uisibile in quo est punctū b, modo conuenienti opposito ipsi speculo ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b ad uisum a, sit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit b n, secans superficiem speculi in puncto l, & sit a n, diameter uisualis secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini superfi-

 cieí

ciei portionis superficiei speculi uisui oppositæ, ꝑducaturq́ linea reflexionis a g, quæ producta ultra punctum g, secabit per 9. huius, perpendicularem b n, secet ergo illam in puncto q, quũ punctus q, ut patet per 11. huius, est locus imaginis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, sunt in eadem superficie orthogonali super superficiem speculi, & quia superficiæ erectæ super sphæram speculi in quibus sunt puncta b & n, nulla extendi potest ad punctum a, quod est centrũ uisus, nisi una tñ, quũ punctus a, est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum uel lineam in qua est, non secantes cõmunis esse non potest, tunc palam quia puncta a & b, sunt tantum in una superficie erecta super sphæram speculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio puncti b, ad uisum a, nisi in circulo sphæræ qui est cõmunis sectio superficiei speculi, & superficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, dico quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à solo puncto qd' ꝑpositum est esse g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, centrum uisus. Si eñ sit possibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̃ à puncto g, sit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui est b n, secat superficiem speculi, cum itaq; linea b n, sit perpendicularis super superficiem speculi, & linea a l, nõ sit perpendicularis super illam, quia non transit centrum speculi quod est n, & forma secundum lineam perpẽdicularem ueniens necessario secundũ perpendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uisum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e. hoc eñ est impossibile qd' ad quodcũq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum in puncto illo angulum obtusum ex parte e. Ideo eñ quod angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente est rectus per 17. tertij, & illa semidiameter educta non peruenit ad punctum b, quũ ibi peruenit semidiameter n l, erit ergo angulus contentus sub linea ducta à puncto b, & sub illa linea contingente ex parte puncti b, necessario obtusus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l, linea eñ à centro speculi ad punctũ illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc eñ contingens à pũcto a, duci nõ potest, qd' patet per 57. primi huius, quũ linea a e, superficiem speculi est contingens ex hypothesi, ꝑpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e, uisui apparentem, qui per 2. huius, à superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur. quare si ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod esset angulus acutus æqualis obtuso quod est impossibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, sed etiam à nullo puncto arcus g l, potest in hac dispositione fieri reflexio, sit eñ si possibile est ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, secans kathetũ incidentiæ, quæ est b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z, hoc ergo contingens necessario cadet inter lineas b g & b l, quũ punctus z, est inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & sit g f linea contingens circulum in puncto g, seceto; linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã ergo per 12. huius, quod ꝑportio lineæ b n, ad lineam n q, est sicut lineæ b f, ad f q, & similiter erit proportio lineæ b n ad n o, sicut ꝑportio lineæ b m ad m o, sed quia linea o n maior est q̃ linea q n, quũ totum maius est sua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̃ ad lineam n o, maior ergo ꝑportio est lineæ b f, ad f q, q̃ lineæ b m ad m o. quod est impossibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, sit minor q̃ linea b m, & f q sit maior q̃ m o, restat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunq; puncto alio à puncto z, potest fieri de-

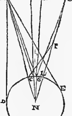
ductio



ctio præmisso modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, si enim fiat ab aliquo, sit istud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, secans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ sit t h, secans kathetum b n, in puncto p. Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, sicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, est sicut lineæ b f ad f q: sed maior est proportio lineæ b n ad n h, quàm lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior est ergo proportio lineæ b p ad p h, quàm lineæ b f ad f q, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est proportio, quàm minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea b f, maior quàm b p, & p h maior quàm f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uisum a, quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphærici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscunq; puncti uisi, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unica ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi sumptis duobus punctis, quorũ formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remotior à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.



Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitq; punctum p, propinquioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g e, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotius ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est à centro uisus, quod est punctum a, quàm g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, at si punctus in quo kathetus b n, secat circulum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10. huius, neq; reflectitur forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitq; p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq; ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a, est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, minor est angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est im

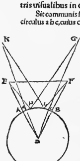
 possibile

possibile, cum angulus p n t, contineat angulum b n g, tanquam partem sui, & angulus t p n sit maior angulo g b n, per 16. primi, palam ergo quod punctus p, non reflectitur nisi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l, & quoniam inter puncta g & l, punctus g, est propinquior puncto a, qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus g l, aliud à puncto g, est remotius à centro uisus a, quàm punctum g, quod est punctum reflexionis formae puncti b, punctum ergo reflexionis formae puncti propinquioris centro speculi est remotius à centro uisus quàm punctus reflexionis formae puncti remotioris à centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formae omnium punctorum aequaliter distantiũ à centro speculi sphaerici conuexi secundum aequales angulos sub kathetis incidentiae & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

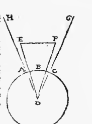
Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi circulus a b c, cuius centrum sit d, pateteq; per primam huius, quoniam punctum d, est centrum speculi, sintq; duo puncta e & f, aequaliter distantia à centro speculi, quod est d, erunt ergo lineae e d & f d aequales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos aequales, ut si forma puncti e, reflectatur ad uisum existentem in puncto g, à puncto speculi h, & forma puncti f, quae per praemissam non potest reflecti ad uisum g, à puncto h, reflectatur ad uisum existentem in puncto k, à puncto l, & ducantur lineae g d & k d, dico quod angulus e d g, est aequalis angulu f d k. Sit enim ut kathetus incidentiae, qui est e d, secet circulum in puncto a, & kathetus f d, in puncto b, & diameter uisualis g d, secet circulum in puncto c, & diameter k d, in puncto m, quia itaque lineae e d & f d, sunt aequales, patet per praemissam, quoniam puncta reflexionis quae sunt h & l, aequaliter distant à uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat h, punctus reflexionis à puncto c, in quo diameter uisualis g d, secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est l, à puncto m, in quo diameter uisualis quae est k d, secat circulum, quoniam punctus reflexionis formae puncti minus distantis à centro speculi sit per praemissam remotior à centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quae aequaliter distant, erit aequalitas distantiae à uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiae, uel in una, semper enim punctorum aequaliter distantium à centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo h c, est aequalis arcui l m, & eadem ratione est arcus a h, aequalis arcui b l, quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi aequaliter se habet ad centrum, & puncta e & f, aequaliter distant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, est aequalis toti arcui b m, ergo per 26. tertij, angulus e d g, est aequalis angulo f d k, quod est propositum.



XIX.

Impossibile est duo puncta aequalis distantiae à centro speculi sphaerici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi circulus a b c, cuius

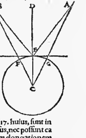


cuius centrum sit punctum d, & sint duo puncta æqualiter distātia à centro speculi quæ sint e & f, sitq; centrū uisus in pūcto g, in eadem superficie cum punctis e & f, & ex una parte ipsorum, sitq; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq; ex hypothesi, quod angulus e d g est maior angulo f d g, sicut totum sua parte, fiat itaq; super punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui sit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniā forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nō ergo ad punctū g, per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmissam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod est impossibile.

XX.

Puncto rei uisæ & centro uisus æqualiter à superficie speculi sphærici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

Esto b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, sit quoq; dati speculi conuexi sphærici centrum c, & sit circulus qui est communis sectio superficierum reflexionis, & speculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a c, secantes circulum in punctis f & g, quia propter æqualitatem altitudinis puncti rei uisæ cū centro uisus, istæ duæ lineæ b c & a c sunt æquales, cum manifestum sit per ea quæ patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaq; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, secantem arcum f g in puncto e, patet quoq; per 25. tertij, quoniam arcus f e est æqualis arcui e g, eritq; linea c d perpendicularis super lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pūctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi, & ex hypothesi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod est medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uisum a, & hoc est propositum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipsis æqualitas longioris, ut si linea b c sit lōgior quàm a c, cum f c sit æqualis c g, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, resecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, sitq; f h æqualis ipsi a g, palam ergo per præmissā, qm̄ forma puncti h reflectitur ad uisum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, sunt in puncto suæ reflexionis magis distantia à puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & secūdum elongationem sui à centro circuli c, erit punctorū ipsorum reflexionis approximatio ad centrum uisus secundum puncta suæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ sunt super punctū h, scilicet pūcta m & b, erunt secundum puncta suæ reflexionis propinquiora centro uisus quàm pūctum e, cadent ergo in arcum e g, & secundū approximationem sui ad centrum circuli c, erit punctorū reflexionis maior elongatio à centro uisus b, hoc autē licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secūdum signorum punctorum reflexionis à punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

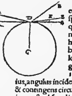


XXI.

Si angulus contentus sub linea incidentiæ à puncto rei uisæ oblique ducta ad punctum aliquem superficiei speculi sphærici conuexi, & linea à centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile

 est fie

est fieri reflexionem perfectam ad aliquem uisum secundum illũ punctum.

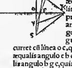


Esto a centrum uisus, & b pũctus rei uisæ, sit quoq; g, centrum speculi sphærici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ necessario erũt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nõ sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut ergo est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, sunt linea una, non ergo fit reflexio secundũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in pũcto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineã a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam linea m b d, quæ est linea incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

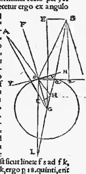
XXII.

Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphærici cõuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

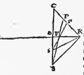
Esto punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphærici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, secante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ sit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m se habeat ad f k, sicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ppendicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipsa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cũ enim linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quæ sit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctũ g, quæ sit g u,



sit g u,et angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k,per 27. primi huius, qui sit b g d,hoc autem est possibile propter hoc,quia angulus p c s est æqualis medietate anguli b g a,est aũt angulus p c t maior angulo c s p,per 18.primi,quoniam sic oportet duci lineam s p,ut linea s p fiat maior quàm linea c p,ad quæsitum propositum inueniendum,aliàs enim non potest per lineam m k,punctus quærendæ reflexionis inueniri,sed oporteret aliam lineam assumi;est ergo angulus f p k minor angulo b g a,p 32. primi,& ducant lineæ k s & b d,quia ergo proportio lineæ s p ad p k,est sicut lineæ b g ad semidiametrũ g d,et anguli his lineis ꝓportionalibus cõtenti sunt æquales,erũt per 6 sexti, trianguli s p k & bg d æquianguli,erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, sed forte secundum quod opponitur in 133.primi huius,& declaratur in 137.primi huius,possibile est à puncto f,duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducatur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y,& lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur.sit ut sit eius proportio ad r k,partem lineæ quam secabit ex linea c k,sicut lineæ s p ad p k,& tunc à puncto k ad lineam o s,ducatur linea k y alia quàm linea s k,assumtũ cum linea ç k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s,qui sit angulus c k y.Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto,non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmissam,quoniam & tunc angulus cõtentus sub linea reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto,est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri.Sit igitur primo angulus c k s maior recto,eritq; possibile inueniri punctum reflexionis,palam enim si angulus c k s est maior recto,quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10.tertij,quæ sit n d y cuius pũctus n,cadat in lineam b g,per 14.primi huius,& cum angulus p k o sit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k est rectus,ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o,per 27.primi huius,qui sit angulus q d g,ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g,erunt per 32.primi,triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d,erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13.primi,erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g sit æqualis toti angulo c k s,& angulus q d g sit æqualis angulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s,ergo per 32.primi,angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s,erit triangulus triangulo æqualis,scilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s,sunt per 4.sexti,similes;,pducatur aũt linea q d extra circulum,& à puncto b ducatur perpendicularis super ipsam quæ sit b z,erit ergo angulus b p z,per 13. primi, æqualis angulo s f o,& angulus b z q rectus æq̃lis est angulo s o f recto,erit ergo p præmissã triangulus b q z similis triangulo s f o,producatur ergo linea d z ultra punctum z usq; ad punctum i,ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d,per 3.primi.palam ergo est ex similitudine triangulorũ,quoniam proportio lineæ z q ad q b,est sicut lineæ f a ad f s,& proportio lineæ b q ad q d,est sicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22.quinti,proportio lineæ z q ad q d,sicut o f ad f k,ergo p 18.quinti,erit coniunctim ꝓportio lineæ z d ad q d,sicut lineæ o k ad f k,ergo per 15.quinti,erit proportio lineæ i d ad lineam q d,sicut m k ad f k,est enim linea i d dupla ad lineam d z, sicut linea m k dupla ad lineam o k,ergo per 17.quinti, erit diuisim proportio i q ad q d, sicut m f ad f k,est autem ex præmissis proportio m f ad f k,sicut g b ad g a,ergo p 11. quinti,erit proportio i q ad q d,sicut b g ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad f k,sicut b g ad g a;ducatur itaq; linea b i,cui à puncto d,ducatur æquedistans d l, p 31. primi,& producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l;concurrent aũt illæ

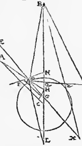


illæ lineæ, per secundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus i d q similis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, sicut b i ad d l, & cum linea r sit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis sit super lineam d i, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, sicut lineæ b i ad d l, est ergo proportio lineæ b d ad d l, sicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, sicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ sit d b, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui sit angulus b d l, cadatq; punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui sunt æq̃les istis, ut patet ex p̃missis, sunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã eñ quod angulus g o n est rectus, per 17. tertij, sed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k sit rectus, et duo anguli o c k & c k o sunt æquales recto, est angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmissis æq̃lis est angulo g d q, restat ergo ut angulus q d n sit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmissis æqualis est angulo b g e, scilicet medietati anguli b g a, est ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, sed angulus q d h est medietas anguli b d l, per 3. sexti, quoniam est proportio lineæ b q ad q l, sicut lineæ b d ad d l, cũ sicut supra ostensum est triangulus d q l similis sit triangulo b q i, & linea b d æqualis sit lineæ b i, ut patet ex præmissis. Restat igitur ut angulus b d n sit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q sit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, est ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq; linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n sunt recti. Restat ut angulus b d f sit æqualis angulo h d g, ducatur ergo p 31. primi, linea h t æquedistans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f est æqualis angulo h t d, sed & angulus b d f æqualis est angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t est æqualis lineæ b d. sed est proportio lineæ b d ad h t, sicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. sexti, cũ lineæ b d & h t sunt æquedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, sicut lineæ b g ad g h, sed ex præmissis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l sit ex præmissis æqualis angulo h g a, igitur per 4. sexti, est proportio lineæ g d ad lineam d l, sicut lineæ h g ad lineam quam secat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, constat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmissis proportio lineæ b d ad lineã d l, constat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d secat ex g a, sed proportio b d ad d l, ut patet superius, est sicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, constat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipsius g h ad lineam quam secat h d ex g a: constat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a est linea quam secat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq; ut patet ex præmissis angulus h d f est æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis est angulo f d a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis est angulo f d a, illud ergo punctum d, est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, quod est propositum.



Quando angulus c k s est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia fit reflexio à puncto speculi d, patet per præmissam, quod oportet angulum b d g esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

eũdum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum e k s & c k y quilibet ſit minor recto, Sed & idem aliter demonſtrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum uſq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quouſq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã ſexti, eſt etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ ſit d n y, & à puncto d, protracta linea d q ſecante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ d h ad d l, ſicut lineæ h g ad g a; ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquedistans lineæ b d, quæ ſit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, proportio lineæ b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. ſexti, cũ linea



t h ſit æquediſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad t h, ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h, eſt ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, ſicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a; ſed cum angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, eſt ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b, ex præmiſſis, ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l, eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. ſexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ d l, quæ ſit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per ſecundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmiſſis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, eſt proportio b i ad d l, ſicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d ſunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i, eſt autem ſicut ex præmiſſis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, ſicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, ſicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k, producatur'q; linea b z intra ſpeculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b ſit rectus ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, qui eſt angulus n d g, ſit ergo punctum concurſus x, palam aũt ex præmiſſis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto, fiat ſuper punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem eſt poſſibile fieri, quia cum, ſicut patet ex præmiſſis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quod angulus q d n ſit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmiſſis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius; cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, ſunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo

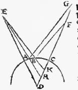
 q d g, fiat

q d g, fiat ergo super punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur q̃d linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s, & ducatur linea s p transiens per punctum f, quæ sit alia à priori linea s f p, dico quòd istius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio sicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d sit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmissis similis triangulo s o k, est ergo proportio lineæ b z ad b d, sicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, sicut lineæ i d ad o k, fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ z q ad q d, sicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, sicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, est ꝓportio totius lineæ z d ad z q, sicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q, sicut s o ad o f, ergo per 6. sexti, trigona z q b & o f s sunt æquiangula, angulus ergo z b q est æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, sed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis est angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis est angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus b d g similis triangulo s p k, & totus triangulus b g e similis totali triangulo c k s, est igitur proportio lineæ s p ad p k, sicut b g ad g d, constituto ergo super centrum d, angulo æquali angulo scilicet s p k, & ducta semidiametro circuli quæ sit g u, patet secundum præmissum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angulus s p k est maior præsenti angulo s p k, quoniam extrinsecus, palã quod à duobus punctis speculi, quæ sunt d & u, fiet reflexio, quod est contra 16. huius non ergo potest angulus s p k, unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexiõis inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cẽtro uisus, non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli cõstituti super lineam m o sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen super g centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet super illud centrum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup k m, alia linea similis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem pũcti ad uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiei speculi sphærici conuexi, uel super diuersos ad uisum ad quem fit reflexio, cum similiter se habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remotior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g, in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f propinquius centro speculi, & punctum g remotius, secetq; idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypothesim qualibet formarũ istorum punctorũ ab aliquo puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sunt in eadem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum ambobus illis pũctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uisum e, ab aliquo puncto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uisus e quàm punctus a, ducat itaq; diamerer uisualis quæ e d, & ducãtur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt kathetum

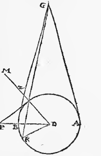


thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est e d, sit ergo ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctũ h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi subtensam quæ est d k, est ergo pũctum h propinquius centro speculi quod est d quàm punctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & e ad kathetum d g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propositum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g sunt propinquiora centro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de punctis diuersorum kathetorum ad uisum ad quam fit reflexio consimiliter se habentium, eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuiq; pũctorum in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantiæ à centro speculi in katheto alio respondet illorum quorumcunq; punctorum, quia consimiliter respiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet ergo propositum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto speculi sphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, taliter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulũ sit æqualis semidiametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Esto centrum uisus g, & centrum speculi sphærici conuexi sit punctum d, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoq; uisus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam huius, quoniam autem uisus & specula mutant locũ. Sit talis facta dispositio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ secantes circulũ a b r, pars intra circulum quod est corda arcus circuli qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa linea g h i, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus a b r, linea h r æqlis semediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra conuexã superficiem speculi, producatur enim à puncto h, super lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo producta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cũ forma à cuius rei uisæ reflectať à pũcto h, locus imaginis suæ erunt semper intra conuexũ speculi, ducatur enim à puncto h, linea constituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pũcta huius lineæ h p a d uisum g, à puncto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum poterunt reflecti.



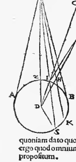
Sumatur ergo aliquod eius pũctum, quod sit p, & ducatur linea ab ipso ad centrũ speculi quæ sit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis sup superficiem contingentem speculũ in pũcto quo ipsa linea p d secat circũferentiam circuli a b r. copuleť quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ est æqlis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis est angulo r h d, angulus igiť p h m est æqualis angulo r h d. Sed angul9 r h d

æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semidiametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineas p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo intrinseco qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquedistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, intersecabit lineã h r interiacentes lineas æquedistantes, quæ sunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum sumatur in linea p h, semper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g h r intra conuexũ speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũq; puncto arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secant circulum, fiat reflexio: locus uisæ imaginis semper erit intra speculum.

Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ g h r secet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducaturq; kathetus reflexionis à uisu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunq; pũcto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturq; à puncto g, centro uisus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit g i s, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro speculi puncto d, producatur linea quæ sit d i t, super cuius pũctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui sit p i r, palam ergo quod solum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uisum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij, quod linea i s maior est quàm linea h r, ergo linea i s est maior semidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i est maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i est maior angulo t i g, est ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmissis est æqualis angulo r i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non sunt æquedistantes; in infinitum tamen protractæ ex parte suorum pũctorum p & s nunquam concurrent, sed ex suis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũq; ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille secabit lineam g i a, quæ est linea reflexionis intra conuexũ speculi, & omnis linea ducta à quocunq; puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis super speculi superficiem per 72. primi hui9, ergo ipsa est kathetus incidentiæ, sicut nec est linea p d, & cum locus imaginis sit in occursu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuscunq; puncti lineæ p i, semper erit intra conuexum speculi, & quoniam dato quocũq; puncto arcus h z, semper eadem est demonstratio, manifestum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra speculum, quod est propositum.

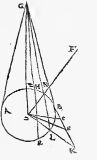


A quo-

XXVI.

A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ est æqualis semidiametro circuli, secat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circulum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. s. ut linea reflexionis quæ g h r, secet circulũ a b r, cuius centrũ est punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ est h r, sit æqualis semidiametro d z, & lineæ g a & g b, sint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & sit punctus b propinquior puncto h, dico qđ à quocunq; puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uisæ imaginis quãq; intra speculũ, quãq; in supficie speculi, quãq; extra speculũ. Sumaẽ eñ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uisum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans circulum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducaẽ à centro d, semidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducaẽ ꝑpendicularis d n f, & ꝓducatur ut in ꝑmissis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor est ꝙ̃ linea h r, palã q̃a linea n q, est minor semidiametro q d, q̃m eñ linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor ꝙ̃ linea q d angulus ergo q d n, trigoni q d n, est minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiusdẽ angulus q d n, minor est angulo g n f, ergo & suo æquali qui est e n f, igiẽ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorꝝ angulorꝝ per 14. primi huius, sit ergo cõcursus earꝝ in puncto e, palã aũt ut in ꝑmissis, q̃a linea e q d, est ꝑpendicularis sup superficiẽ speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto q, qui est punctus supficiei speculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod est n, uidebiẽ in puncto q, quod est in superficie cõuexa speculi, & q̃m linea reflexionis quæ est g q, periferiam arcus b r, in unico tñ pũcto interfecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorꝝ lineæ n e, in ipsa supficie speculi, nisi solũ in illo uno puncto, in quo ad ipm ductus kathetus secat lineã reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est in ꝓposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumaẽ punctũ ultra e, qđ sit punctum k, sitq; kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, ꝓductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, sumpti uidebiẽ extra superficiẽ speculi secundũ distantiã puncti incidentis, & semꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto sectionis linearꝝ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis est nunc in puncto l, quæ est cõmunis sectio ꝑmissarꝝ linearꝝ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, sumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centrũ secabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit eñ ipsam in puncto aliquo eorꝝ, quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, sumpti uidebiẽ intra speculũ, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuersis punctis linearꝝ incidentiæ demonstrari, & hoc est ꝓpositum. Sicut itaq; in arcu z b demonstrauimus in ꝑmissis tribus theorematibus, sic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, q̃m est omnimoda similitudo hinc inde, & idem est de omnibus circulis speculi sphærici cõuexi, circulo a b r, similibus. Si eñ ꝑpendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



moueri quousq; redeat ad locum suũ unde moueri incepit, tunc linea g h mota secabit ex tota speculi conuexa superficie motu suo portionẽ sup̃ficiei, & imago formæ cuiuslibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorũ huius portionis uidebit̃ semper intra speculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cõtingens circulũ a b r, quæ est g b, moueatur quousq; ad locũ unde exiuit redeat, secabit ex sphæra portionẽ maiorẽ, & facta reflexione formæ cuiuslibet puncti à quibusq; punctis sup̃ficiei speculi descriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuũ illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineã reflexiõis in ipsa superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie speculi. Sed aliorũ punctorũ in illa eadem linea existentiũ quorundã locus imaginis est intra speculũ, quorundã extra speculũ, secundũ qđ katheti ab illis punctis ad centrũ speculi p̃ducti, secant lineas suarũ reflexionũ. Et qm̃ situs centri uisus, uel superficiei speculi, uel etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut speculorũ sphæricorũ conuexorũ, quorũ usus ut plurimum apud homines nostræ habitabilis est cõmunis, qm̃ intra quæ speculant̃ modo sphærico diffundente se, artificiũ spiritu exsufflant̃, quãcunq; portionẽ quis taliter collocet, ut q̃nq; imago puncti uisi appareat intra speculũ, hoc est ultra superficiem ipsius, q̃nq; in ipsa superficie speculi, & q̃nq; extra superficiẽ speculi, ita qđ superficies speculi nõ sit media inter imaginẽ quæ uidet̃ & oculum uidentis, sed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per istam patet, qđ speculum sphæricũ cõuexum, centrumq; uisus, & res uisa sic sisti possent, ut imago extra speculũ in aere appareat, qđ relinquimus artificio p̃quirẽtis.

XXVII.

Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quã locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphæræ speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quod ipsa est demissior qualibet linearũ cõtingentiũ à centro uisus ad speculi superficiẽ p̃ductarũ.

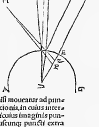
Quod hic p̃ponitur patet per p̃missas, resumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, potest fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis qm̃ à centro uisus sub linea à centro uisus p̃ducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, qm̃ ipsa secat circulum, & qñ locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet qđ hoc nõ potest accidere in diametris speculi applicatis arcui a b, non enĩ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, qm̃ katheti incidentiæ & linea reflexionis illorũ punctorũ in illis punctis cõcurrere non possunt. Sed neq; extra speculorũ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, qm̃ lineæ reflexionum ad partẽ illam extra speculũ non cõcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphærici conuexi in quibus loca imaginũ sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicant̃ portioni speculi non apparenti uisui, & qm̃ portio speculi apparens & non apparente per lineas cõtingentes à centro uisus ad speculi sup̃ficiem ductas determinat̃, ut patet per secundũ huius. Ideo manifestum est p̃positum corollarium, qualibet enĩ diametrorũ in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi aut extra speculũ, oportet ut sit demissior qualibet linearũ contingentiũ à centro uisus à speculi sup̃ficiẽ p̃ductarũ, & hoc p̃ponebat̃. Potest aũt diameter in qua apparet locus imaginis intra speculũ esse uel altior uel demissior illa cõtingente, ut patet ex his quæ sunt in p̃missis demonstrata. Restat aũt ut nos deinceps loca imaginũ certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum speculi sphærici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens superficiem speculi & diametrum, sit æqualis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Esto circulus cõmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphæ-

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctū h, centrum uisus, punctū quoq; d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup superficiē speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiē conuexā speculi super punctū f, & cōcurrens cū e d, semidiametro speculi super punctū z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qđ potest fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non est locus alicuius imaginis, neq; eñ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctoꝝ lineæ e d ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphæricis cōuexis in linea ab illo puncto ad centrū sphæræ ducta: quod uero punctus z, nō sit locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducat̃ eñ ꝑpendicularis à centro d, super punctū f, quæ ꝓducta extra circulū sit d f n, & super ductā perpendicularē fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cū z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, sunt adinuicē æquedistantes, in infinitū ergo ꝓtractæ nunq; cōcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunq; ꝓtractæ forma mouebit̃ ad punctū f, per lineam incidentiæ q f, sed nō potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs eñ linea f h, nō fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cū diametro d e, est punctū z, nō est ergo pūctū z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadē erit demonstratio quarūcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d ꝑter z, potest esse locus alicuius imaginis: dato eñ qđ punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, secans cōuexam superficiem speculi in puncto b, & ducat̃ perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctū b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cū sit ei extrinsecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qđ totū maius est sua ꝑte, & etiā patet hoc ꝑ 29. primi huius. Sequit̃ ergo, ut angul9 d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igit̃ t b & e d. per 14. primi huius, nunq; cōcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctū lineæ z d, tota ergo linea z d, erit semꝑ uacua imaginibus, nec unq; erit locus imaginū in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ꝓpositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiā ex ꝓmissis, qm̃ linea z d est est meta imaginum, qm̃ si linea f z fuerit maior q̃ linea z d, nulla unq; apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nō concurrent ad partem punctoꝝ e & q, sed ad partē punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pūcto z, ergo nec in aliq̃ punctoꝝ lineæ z d, qđ si linea f z sit minor q̃ linea z d, tunc secundū ꝓmissum modū erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cōcurrent ad partē punctoꝝ e & q, & ab illo puncto potest alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis secundū omnē suū punctū quousq; linea incidentiæ respectu diametri respiciat ꝓpositam diuisionē, patet ergo quod cum linea z d est æqualis lineæ z f, quod linea z f, est meta imaginū ultra quā nulla, & circa quā



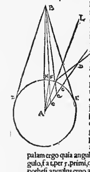
omnis

omnis uidet̃ imago, & similiter punctus z est meta imaginum, qm̃ ut patet ex p̃missis, omnis linea incidentiæ à quocunq; puncto speculi ad uisum h, inter puncta z & d, ducta est maior q̃ linea quæ per illã resecat̃ ex linea z d, qm̃ ista est maior q̃ linea z f, p 14. tertij, est ergo etiã maior q̃ linea z d, ex hypothesi, ut patet de linea b p, quæ est maior q̃ linea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uisum h, ducta interiacens periferiã circuli & diametrũ, est minor q̃ linea f z, ergo & minor q̃ linea z d, ergo est etiã minor q̃ linea quã ipsa resecat ex semidiametro d e, sunt ergo ut patet ꝑ p̃missa in linea z e, loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z, in linea uero z d, non sunt aliqua loca imaginũ, & sic patet, quod punctus z, est meta imaginum, nec est differentia an punctus z cadat intra circulũ, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semꝑ ubicunq; acciderit lineam z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacẽti punctũ reflexionis & punctum z, erit semper in puncto z meta imaginum, & similiter est de tota linea z d, patet ergo ꝓpositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingentes à uisu ad speculum sphæricum conuexum ductas præter uisualem diametrum in punctis tantum datæ diametri inter superficiem sphæræ & punctum qui est imaginũ meta existentibus sunt loca imaginũ illius diametri.

Sit b centrum uisus, & sunt u 3 & b e lineæ speculum sphæricũ conuexũ contingentes in punctis 3 & e, & sit a centrum speculi, & b h a diameter uisualis, & sit a g d, diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto t, per p̃cedentẽ, & per 136. primi huius, seceťq; linea a d, sup̃ficiem speculi in puncto g, dico quod solum in punctis lineæ t g, quæ sunt inter puncta g & c, sunt loca imaginum diametri d g a, quia em̃ imagines illæ non cadant in punctũ g, qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiẽ speculi, palã per 27. huius, oportet em̃ semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra demissiorẽ esse puncto cõtingentiæ, diameter uero a d, est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphæram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed q̃d quilibet punctus inter puncta g & t sumptus sit locus imaginis, patet. Detur em̃ aliquod punctum lineæ g t, quod sit q, & ducatur linea à uisu ad illũ punctum quæ sit b q, secans superficiẽ speculi in puncto p, & ducat̃ ꝑpendicularis a p l, & secundum sæpius p̃missa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui sit d p l, & ducatur linea b c, secans superficiem speculi in puncto f, ducatur quoq; ꝑpendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cõtinet triangulum a f b, angulus ergo a f b, maior est angulo a p b, per 21. primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, & angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi, palam ergo quia angulus a f c, minor est angulo a p q, sed angulus a f c, est æqualis angulo, f a t, per 5. primi, qm̃ latus f t, est æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo a p q, maior est angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q, qui est pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, sunt æquales per 15. primi, sunt em̃ contra se positi, erit angulus l p b, maior angulo p a q, est ergo ꝑ 8. huius, angulus d p l, maior angulo p a q, patet igiť q̃d lineæ p d & a q, cõcurrent per 14. primi huius, sit ergo d punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uisum in punctum b, à puncto superficiei speculi quod est p, per lineam p b, & locus imaginis suæ est punctum q, per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocunq; puncto inter g & t, in diametro uero b h a, quæ est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

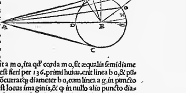


Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi taliter secante, quod pars lineæ productæ intra circulum sit æqualis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineæ secantis speculum interiacens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea cõtingente à uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq́ꝫ locus imaginis semper extra speculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi, cuius centrum sit punctũ b, sit quoqꝫ in puncto a, cẽtrum uisus, sitq́ꝫ linea b 3, diameter uisualis secans superficiem speculi in pũctis d & 3, ꝓtrahaturq́ꝫ à centro speculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, est minor quarta circuli, arcus ergo g 3, est maior quarta circuli, ergo per ultimã sexti, patet quod angulus 3 b g, est maior recto, hoc etiã patet sic, cum enĩ in triangulo b a g, angulus a b g, sit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, est minor recto, abscindatꝰ ergo ab ipso angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquedistans lineæ cõtingenti circulũ qui est a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, ꝓductæ nunqꝫ concurrent, & quælibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝓducta per secũdam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo



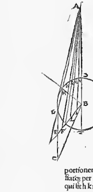
à puncto a, linea secans speculum quæ sit a m o, ita qđ corda m o, sit æqualis semidiametro speculi quæ sit b o, hoc aũt possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & pũctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq́ꝫ diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico qđ in quolibet puncto lineæ t o, est locus imaginis, & ꝙ in nullo alio puncto diameter t b, est locus alicuius imaginis, & sunt puncta o & t, metæ locorũ imaginum, punctum o in superficie speculi & punctũ t, extra speculũ. Solũ enĩ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ sunt a m & a g, sumatur enĩ aliquod punctum lineæ t o, quod sit k, & ducatur linea a n k, secans conuexam superficiem speculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus suꝑ punctum n, ut in alijs ꝓmissis, & ꝓducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, sit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝓtrahatq́ꝫ perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus enĩ concursus quodcũqꝫ fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaqꝫ n f, non cadet inter puncta circuli quæ sunt b & g, non enĩ secat speculũ neqꝫ secat lineam ipsum speculũ contingentem in puncto g, quæ est a g t, nisi in uno pũcto quod est extra superficiem speculi supra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio super punctum g, ubi fit reflexio ad uisum existentem in puncto g, & sic duæ lineæ rectæ superficiem includerent qđ est impossibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur a d a, per lineam a n, apparebitq́ꝫ imago eius in puncto k, in cõcursu katheti incidentiæ, qui est f b, cum linea reflexionis, quæ est a k extra speculi superficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t est demonstrandũ, & imagines oĩm uident extra speculum. & qm̃ à puncto m nulla potest fieri reflexio formæ alicuius punctorũ lineæ b f, qm̃ oẽs lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factæ æquedistant diametro b f, qđ patet si ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur usqꝫ ad punctum q, & fiat angulus p m q,

æqualis angulo q m a, tunc eñ quia anguli b m o, & m b o, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto speculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorũ diametri b f, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea t o, ita quod puncta t o sunt loca imaginum, patet ergo ꝓpositum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quẽcunq; punctum arcus circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uisus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexã superficiẽ, unũ tñ in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, sit æqualis semidiametro speculi, & linea a g t, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui sit l, & ꝓtrahat à centro speculi diameter b l, usq; quo secet lineã contingentẽ circulũ in puncto g, quæ est a t, secabit aũt per 14. primi huius, & per ea quæ declarata sunt in ꝓxima p̃cedente, Sit ergo punctus sectionis e, & producatur linea a l, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor est q̃ linea m o, cũ ergo ex hypothesi linea m o, sit æqualis semidiametro b l, patet quod linea r l, minor est semidiametro b l, Si ergo p. 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrũ b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia si detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis eñ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de linea b p, quæ est maior q̃ linea f z, æqualis parti diametri z d, ut ibi patet. Est aũt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, est minor q̃ linea m o, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, sed neq; in puncta l, ꝓpter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quẽ cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, secans portionẽ apparentem speculi in puncto u, cuius pars u i, sit æqualis parti diametri quæ est b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur eñ aliquod punctum lineæ l e, quod sit f, & ducatur linea f a, secans apparentẽ portionem speculi in pũcto h, & ducatur à centro speculi perpendicularis quæ sit b h k, fiatq; per 23. primi super punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui sit h k n y, palamq; ex præmissis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam linea h y, cadit extra speculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq; à puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum linea reflexionis quæ est a h, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ l e, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum b l, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto



locus

locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se intersecat linea reflexionis quæ est a l, cum katheto incidentiæ, qui est b y, eritq; punctũ cuius formæ imago uidet̃ in pũcto l, reflexa à puncto r, consistens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oẽs formæ pũctoꝝ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctoꝝ sunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est meta imaginum, ultra quod pũctum nunq; apparet aliqua imaginum uisu existente in puncto a, & speculi situ disposito, ut patet ex hypothesi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, sequũtur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi. s. in pũcto l, & eodẽ modo in q̃libet puncto arcus o g, poterit demõstrari diametris data pũcta arcus o g, transeuntibus & superficiẽ speculi secantibus, prout demonstrationũ necessitas requirit.

XXXII.

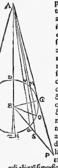
In quemcunq; punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem à puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

Disponant̃ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, sic secet circulũ speculi, ut linea m o, sit æq̃lis semidiametro speculi, & sicut i 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat speculũ in pũcto g, dico q̃d arcui o h, kathetis icidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit semp extra speculũ, ducat̃ eñ per ali q̃d pũctoꝝ arcus o h, diameter b q, q cõcurrat cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cẽtro uisus linea a u q, secans supius in portione uisui apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, est æqualis lineæ o p, & linea u q, est maior q̃ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, est maior q̃ linea q b, linea quoq; ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ est æqualis partidiametri p b, interiacenti ipsam & centrũ speculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc sit possibile, tunc ut prius erit linea u q, minor q̃ linea q b, quoniam si linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior q̃ linea u q, per 14. tertij. Restat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaq; linea taliter ducta, citra p, & sit punctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus. s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq; puncto arcus h o, est eadem demonstratio. Ex his ergo præmissis ꝓpositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est i b, aliæ uero oẽs sunt extra speculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoq; imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq; quod proponebatur.

XXXIII.

In arcum circuli communis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

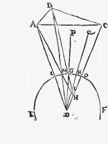
Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico q̄d in arcum h z, nō potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, qm̄ em̄ linea contingens quæ est a g p, æquedistat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum



p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ est a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipsius speculi, utpote in portionē circuli quæ est g z c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli g d c, uisui oppositam, nisi secando sphæram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentē uel ad uisum, omnia aūt ista quæ in semicirculo d g z, & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi d c z, similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi d g z, similibus enim acceptis utrinq; dispositionibus arcuum & similibus factis, ꝑtractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent passiones, & idem est demonstrādi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, potest in unoquoq; circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficiei conuexi speculi sphærici declarari. Vnde omnes passiones probatæ secundum quoscunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiē, sicut si punctus g, uel aliter punctus signatus moueatur per sphæræ superficiem & circulum describat, passiones uero arcuum circuli d g z c, ꝑueniunt in quædam latera superficie contenta sub terminis æquedistantiū circulorꝫ per totam sphæram speculi: sicut si arcus aliquis æquedistās polo motus speculi aliquā superficiem distinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, signabit ipsa motu suo secundum punctum z, portionem sphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea b z, immota existente moueatur arcus o h, describetur portio sphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu o g, fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficie speculi, quædam extra, & quædam intra speculū, uerum uisus non semꝑ comprehendit quæ imagines sunt in superficie speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimū, quia sentit quod sunt ultra portionem sphæræ apparentem. Sic ergo ex præmissis 6. theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum uni tantum uisui offeruntur.

XXXIIII.

Ambobus uisibus à duobus punctis reflexionis supficiei speculi sphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum a & b, & punctus uisus sit c, sitq; d centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt cōmunes sectiones superficierum ambarꝫ reflexiōis & speculi, à cuius punctis fit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit e f, sitq; punctus reflexionis & speculi formæ puncti c, ad uisum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uisum b, sit pūctus h, & ducatur katherus incidentiæ à puncto c, ad centrū speculi qui sit e d, secans circulū in puncto o, seceтq; linea reflexionis quæ est a g, ꝑducta ipsum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in pūcto i, suntq; primo uisus ambo æq̄liter distantes à cētro speculi d, & à pūcto reuisæ qđ est c, dico qđ ambob9 uisib9 a & b, formæ puncti uisi c, licet duo sint reflexionum puncta, quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uisuum ad centrum sphæræ secantes speculum in punctis l & m, & palam, quoniã illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus à centro speculi quod est d, palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d, cõtinet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ a d & b d, sunt æquales: si ergo situs puncti c respectu utriusq; uisus a & b sit idem, ita ut linea a c sit æqualis lineæ b c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet a d & b d, cum katheto c d continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi l o & m o sunt æquales, quia enim a d & b d, diametri uisuales secant ex circulis cõmunibus superficiebus speculi & reflexionis arcus, & continēt angulos æquales cum katheto c d in centro d, palã per 25. tertij, quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte, & ex alia lineas c d & a d, interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt h & g, & punctum o, sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum, quæ sunt d g p & d h q, cum linea c d continent angulos æquales, & quia arcus h o & g o sunt æquales, & semidiametri d h & d g æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt h b & g a æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes à centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ g c & h c æquales, linea uero b h, & a g necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ b h & a g, in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum à puncto rei uisæ, & à centro speculi sunt æquales, erunt & anguli c g k & c h b inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonũ g c h est æquiangulum trigono h c i, & linea c h est æqualis ipsi lineæ c g, erit ergo per 4. sexti, linea h i æqualis lineæ g k, & linea c k æqualis ipsi lineæ c i, puncta ergo k & i sunt pũctus unus, super idem ergo punctũ katheti c d, erit sectio ambarum linearũ reflexionis, quæ sunt a g & b h, cum katheto incidentiæ qui est c d, & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uisus non æqualiter distent à speculo uel à re uisa, ad huc tamen unica uidebiť imago, licet enim imago pũcti uisi cadat in diuersis pũctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uisi ab uno uisu modico, est maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remota, & ob hoc apparent similiter, q̃m ex illis fit una imago compacta, quia loca imaginis nõ taliter à se distant, licet ptialiter aliquãtulũ distent, patet ergo ꝓpositũ. Potest tamen quãdoq; & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisuũ, qđ ꝓpter obliqtatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficie reflexionis sunt centra ambarũ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cẽtro speculi fiunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidēdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc euenit ut raro, & nos de hoc aliqd diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

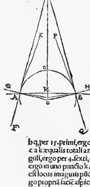
In speculo sphærico cõuexo est ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ est in re uisa duo katheti ad centrum speculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctorũ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinquioris in ꝓpinquiori, q̃m semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cõcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentie ducto ab illo puncto ad centrũ speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs partiũ in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisis. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet pũctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aũt sumať linea quæ angulũ quã continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uisum ꝓductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝓductæ est situs cõsimilis utriq; uisui sicut uni, patet ergo propositũ.

XXXVI.

In quibusdam sitibus possibile est à speculis sphæricis conuexis pluribus uisibus rem apparere unicam unamq́ imaginem habentem.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi circulus a b, cuius centrum sit d, & sit punctum c, punctum rei uisæ, ducaturq́ linea c d, à puncto uiso in centrum d, secans speculi periferiã in puncto o, sitq́ arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypothesi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, quõ anguli c a b & c b a, sunt æquales, sed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, sunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; sup punctũ a terminum lineæ e a cõstituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui sit g a c, & super b terminũ lineæ c b cõstituatur angulus æqualis angulo p b c, qui sit h b c, eritq́ angulus h b c æqualis angulo g a c. Positis itaq; uisibus in punctis g & h, palam per 20. quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uisus existentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h, à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d sunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ similiter cõcurret p præmissa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmissis linea a c est æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipsi b d, quia semidiameter & linea c d cõis est ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, est æq̃lis h b c, sed & angulus p b c ostensus fuit æqualis esse angulo c a c. est ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k est æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis est angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, cũ a c sit æqualis ipsi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, quõ latus c k est in ambobus trigonis æquale sibijpsi, sed pũctus k est locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uisibus idem locus imaginis, secundum ergo propriã faciẽ aspicientes uideãt siue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uisus in pũctis g & h existentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo transeunte pũcta b & a, quõ in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto dispositis uisibus eadem est demonstratio, palã ergo propositũ. Si aũt anguli reflexionũ sunt diuersi, tunc res una diuersis uisibos in locis uidebit̃ diuersis, & plura idola obtinebit, & hoc est notandũ, & satis patuit per præmissa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuersis punctis diametri speculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum constituunt diuersa, ut patet per 11. libri huius, patet ergo propositum.



XXXVII.

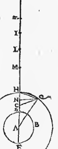
In speculis sphæricis conuexis minor est distantia imaginis à speculi superficie, quàm ipsius rei extra.

Esto circulus, qui est cõis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uisa oblique incidens speculo sit e f, sitq́ centrum uisus b, & reflectatur punctus e, à puncto speculi h ad uisum b & f, à puncto q, ducanturq́ lineæ e h, h b, f q, q b, & ducant̃ perpendiculariter super superficiẽ speculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. secetq́ linea e z circulum speculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra speculum secet e z in puncto a, & b q secet f z in puncto g, & produca-

eur linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ sit h t, & hæc producta secet lineam e z in puncto t, eritq; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, secetq; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam e z per 11. primi, quæ producta secet e h lineam in puncto d, & sit d t, quia itaq; angulus b h l est æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis est angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t est æqualis angulo t h a, ergo per tertiam sexti erit proportio lineæ e h ad h a, sicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h est maior q linea h a, ergo & linea e t est maior, quàm t a. Quòd autem linea e h sit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d sit rectus, erit angulus e t h maior recto; est ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior est angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet ex præmissis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes simul sumpti sunt æquales angulis trigoni a t h, oibus simul sumptis per 22. primi. Relinquitur ergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior est angulo a h, ergo in trigono e a h, latus e h maius est latere h a, per 18. primi; maior est ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r est maior quàm linea r a. Sed linea r a est distantia imaginis puncti a, à superficie sphæræ speculi intra speculum, & linea e r, est distantia puncti uisi, qui est e, à superficie speculi extra speculum, & si à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, secet ipsum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis super f z, quæ producta ad f q sit m n, patebit similiter, quoniam linea f k est maior quàm linea k g, hoc est ergo propositum. Quoniam si à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ sicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipsorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conspecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uisu comprehendi non possit, nonnunquã uidebitur imago rei uisæ in speculo sphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per se uisui occurrens.



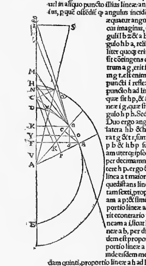
Sit a centrum speculi sphærici conuexi, & circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit e d b, & sit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, usq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, sit æquale quadrato a d, semidiametro per 127. primi huius, ac si e d & a d sint duæ lineæ datæ. Diuidaturq; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. sexti, istud quod fit ex ductu a h in d z, est æqnale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam sexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale est quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius est quadrati h d, per 3. secundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus secundum quantitatem lineæ a h, quæ necessario æquedistabit circulo priori, quoniam ipsorum est idem centrum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt inæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ sit h q, & producanmr lineæ q a, q t, & super punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uicesimamtertiam primi, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis est angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erit tertius tertio æqualis,

lis per 32.primi.f.angulus a q h,angulus h n q,ergo per 6.tertij,erit ꝓportio h a ad q h, sicut q h ad h n,ergo per 16.sexti,illud qđ fit ex ductu a h,in h n,æquale erit quadrato h q,sed quadratū h q est 4.pars quadrati h d,p 4.secūdi,est eñi h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n,est æqualis 4.parti quadrati d h,ergo & 4.ductus a h in h t, est ergo linea h n,æqualis 4.parti lineæ h t,per 1.sexti,cadit ergo punctū n,inter pūcta h & t, remanetq; linea t n, tres quartæ lineæ h t,restat ergo ut ductus h t in t n,sit tres quartæ q̄drati h t,per 2.secundi. Sed & per 1.sexti,erit ductus lineæ a h in t n,tres quartæ quadrati h d,q̄m aūt angulus a q h,est acutus p 42.primi huius,& ipse est æqualis angulo q h a per 5.primi,q̄m latera a h & a q,sunt æqualia,patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q,in minori triangulo,ergo per 6.primi,latus n q, est æquale lateri h q, & angulus h n q est acutus,ergo p 13.primi,angulus q n t est obtusus,ergo quadratum lineæ t q,amplius est quadrato lineæ q n,& quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n in n h,p 12.secundi. Si eñi à puncto q,ducat̃ perpēdicularis sup h n,palam per 31.primi huius,cū latera q h & q n,sint æqualia qđ ipsa cadet in medio pūcto lineæ h n, ex prima uero secundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n,in medietatē h n bis. Sed ductus t n in n h,cū quadrato n t,æqualis est ductui h t in t n, per 3.secundi, igitur ductus h t in t n,est excessus quadrati lineæ t q,sup quadratū lineæ n q,ergo & sup quadratum h q,cū h q,sit æqualis ipsi n q,si uero quadratū t q,est maius quadrato h q, & linea t q,erit maior linea h q,sit ergo per 3.primi huius,ꝓportio a i ad a h,sicut t q ad q h, quia ergo linea q t,est maior q̄ linea q h,erit linea a i, maior q̄ linea a h,erit quoq; per 18.sexti,ꝓportio quadrati lineæ a i,ad quadratū lineæ h q,q̄m sicut simpli ad simplū, sic dupli ad duplū,proportio uero quadratoꝝ dupla est ꝓportioni lateꝝ ex 18.sexti,erit ergo per 17.quinti,excessus quadrati a i,super quadratū a h,ad quadratū a h,sicut ductus h t in t n,ad quadratū q h,& q̄m ex 4.secūdi,& ex p̃missis quadratū lineæ q h, quater sumptum,efficit quadratū lineæ h d,& ductus h t in n t,quater sumptus efficit triplum quadrati h t,ideo qđ ductus h t in t n,est tres quartæ quadrati h t,ut p̃missum est,quater uero tria sunt 12.in quibus tria integra continent̃,erit ergo per 15.quinti,ductus h t in t n,ad quadratū q h,sicut tripli quadrati h t,ad quadratū h d. Sit aūt h o,linea tripla ad lineam h t,erit ergo per primā sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed q̄m ductus a h in h t,est æqualis quadrato h d,erit per 16.sexti,ꝓportio h a ad h d,sicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t,ad quadratū h d,ex corollario 17.sexti. Verū ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a,est sicut ductus o h in h t, ad ductū a h in h t, ex prima sexti, & ita per 11.quinti,est ꝓportio lineæ o h,ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t,ad quadratum h d,sed hoc erat ꝓportio excessus quadrati lineæ a i,super quadratum lineæ a h, ad quadratū a h,est ergo coniunctim per 18.quinti,ꝓportio lineæ o a,ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratū a h,excessus eñi quadrati a i,super quadratū a h, cū quadrato h a,efficit quadratū a i,igit̃ ex 17.sexti,erit linea i a,medio loco ꝓportionalis inter lineas o a & h a,est.n.ut in corollario 17.sexti,ꝓponit̃,triū lineaꝝ continue ꝓportionalium,proportio primæ ad tertiā,sicut quadrati constitutæ super primā ad quadratum constitutum super secundam,igitur ꝓportio lineæ o a ad i a,est sicut lineæ i a ad h a,erit ergo per 19.noni,eadem ꝓportio residui ad residuum.f.o i ad i h,cū itaq; i a,sit maior q̄ a h,erit o i,maior q̄ i h,ergo linea i h,est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h,in lineam h d,est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,sed linea a d, est minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d,linea ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1.sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d,cum ambo sint altitudinis lineæ a d,est ergo linea h d minor quintæ parti lineæ a h.cū itaq; linea a h sit maior q̄ quintupla lineæ h d,ductus uero lineæ a h in lineā h t,sit æqualis quadrato lineæ h d,ut patet ex præmissis,erit per 16.sexti, linea h d maior q̄ quintupla lineæ h t,quoniā quæ est proportio lineæ a h ad lineā h d,eadē est proportio h d ad h t,est ergo h t minor quinta parte lineæ h d,& h d est minor quinta parte lineæ a h,ergo h t est minor 25.parte lineæ a h; est aūt

ex

ex præmissis ꝓportio lineæ o i ad i h, sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cõiunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, sicut lineæ i a cũ linea a h, ad lineã a h. ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartã; quia uero linea h o assũpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t est tertia pars lineæ o h, est ergo proportio lineæ h t ad i h, sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineã a h. Est igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, sicut duarũ tertiarũ lineæ a h cũ una tertia lineæ i h ad lineã a h, quia enim linea a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur; linea uero i h accipitur semel in linea a i, unde & eius tertia est tantũ semel accipienda, quia uero linea o i est maior quàm linea i h, ut supra patuit, & linea i h est minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15. sexti. Sed cũ linea h t sit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h, est ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cũ minore parte lineæ ꝙ sit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illã quam habet linea h t, ad lineã i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineã h t, sicut linea a h, ad duas sui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, est aũt linea h t, ut patet per præmissa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuisa, duæ eius tertiæ cũ medietate 25. partis nõ efficiunt 18. partes ipsius, qm̃ duæ tertiæ de 24. sunt 16. & remanet unũ, cuius duæ tertiæ cũ illo qđ est minus dimidio, fortè est plus ꝙ unũ integrum, minus autẽ ꝙ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝙ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cũ linea h t sit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ꝑtibus illarũ partiũ, quarũ linea a h, est 25. Sed linea i h, est minor medietate lineæ o h, est aũt o h, tripla ipsi h t, ergo linea o h, est minor una & dimidia partiũ ex ꝑtibus, quarũ a h, est 25. ergo multo magis linea i h, est minor una parte & dimidia illarũ 25. ꝑtium lineæ a h: est ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineã a t, sicut lineæ minoris ꝙ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorẽ ꝙ 24. partes partium earundem. Est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝙ 24. partiũ ad 18. quoniã ex præmissis ipsa est maior ꝙ 25. partiũ ad 18. Igiť ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, est maior ꝙ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̃ minor est ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝙ 24 ad 18. quæ est sesquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineã m t, sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝙ i m ad m t, cadit ergo pũctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t est maior ꝙ h m. ergo p 8. quinti, maior est ꝓportio i m ad h m, ꝙ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝙ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝙ i a ad a h, qm̃ per 8. quinti maior est ꝓportio i a ad a t, ꝙ ad a h, cũ a t sit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius ꝓportio lineæ i l ad l h, sicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pũctus l inter duo puncta m & i, quod potest ostendi sicut prius. Et his sic præmissis innouabimus figurã. Fiat itaq; omnimoda dispositio ut in præmissa figuratione, & in demõstratione ulterius ꝓcedať. A pũctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulũ d b e, p 16. tertij, quæ sint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educãtur lineæ a b, a g, ad circulũ exteriorẽ quælibet in punctũ z, quia itaq; ex præmissis est ꝓportio lineæ i l ad lineã l h, sicut katheti i a ad sui partẽ a h, patet per 12. huius, qm̃ punctus h est locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto speculi, quod est b, quia danti oppositum accidit contrarium proportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, sicut lineæ i l ad lineam ductam à pũcto l ad locũ imaginis, & quia ut præostensum est, ꝓportio lineæ i l ad lineã h l, est sicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus sub linea incidentiæ i b, & super perpendiculari a b z, ducta à centro speculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadam perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ est a i; uterq; enim illorũ angulorum est æqualis cui-



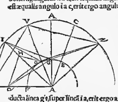
dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit z b x, ita ut centrū uisus sit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquaſ angulus i b z, p 20. quinti huius, p quæ ostēdit φ angulus incidētiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et similiter cū pūctus h sit locus imaginis, & linea l b sit cōtingens circulū in pūcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z est æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cū linea m g sit cōtingens circulū in pūcto g, & perpendicularis super diametrum a g, erit secundum præmissa angulus i g m æqualis angulo m g t. est enim secundū præmissa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto speculi quod est g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquedistans lineæ i b, quæ sit h p, & à puncto c ducatur super lineam a g æquedistans lineæ i g, quæ sit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmissis est æqualis angulo h b a. Duo ergo anguli h b a & h p b sunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p sunt æqualia: & similiter sequitur, quod duo latera t g & t r, sunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p sunt æquales, patet p tricesimāsecundā primi, quoniam uterq; ipsorum est acutus, angulus ergo h p a est obtusus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h est maius latere h p. ergo & linea a h est maior quàm linea h b, & similiter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p est æquedistans lineæ i b, erit per uicesimam nonam primi, & per quartam sexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, sicut lineæ a b ad lineam a p: & similiter cum linea t r sit æquedistans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, sicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g est æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per septimam quinti, eadem est proportio linearum a g & a b ad lineam a r: est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, sicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eisdem medijs, quæ sunt a i & a b, erit per uicesimam secundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales: ergo per primam secundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sexti, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio excessus quadrati a h super quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam

neam a t:& cum h p sit æqualis ipsi h b,& t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b,ad excessum quadrati a t,super quadratum t g, sicut lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25.tertij , illud quod fit ex ductu lineæ e h,in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h,ad circulum d b e,q per 60. primi huius,& per 8.erit minor quàm linea h b,illud quod fit ex ducto lineæ e h , in lineam h d,est minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ fit ex ductu a h,in b d, minus est quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod fit ex ductu a h in h u,minorem linea h d,æquale sit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h est maior q̃ linea h b,erit quoq; a h maior quàm h u,abscindatur ergo h n à linea a h, per tertiã primi in puncto u,patet itaq; per 2.secundi,quia quadratum lineæ a h,est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, n h u,& in a u,illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b.Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t , sicut eius quod fit ex ductu a h in a u,ad excessum quadrati a t,super quadratũ t g.Si itaq; duæ lineæ a h & a t,ducant̃ in lineam a u,erit per 1.sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u,ad illud quod fit ex ductu a t in a u,sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti,illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u, est æquale excessu quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n,est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,est æqualis quadrato h b,& ductus a t in t u,est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per nicesimam nonam tertij,ducaturq; linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per duodecimam primi,scilicet b f,o y,g k,& à puncto g ducatur linea æquedistans lineæ a h,per tricesimamprimam primi,quæ sit g s,& à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g,quæ sit b t,& hic quidem b c si produceretur ad periferiam circuli,diuideret ipsam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcũ cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimamnonam tertij.Sed ille angulus per uicesimamsextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a,igitur angulus c b g est medietas anguli g a n.est ergo per uicesimamsextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g, Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti,ergo per tricesimam tertij,si imaginetur circulus,cuius diameter sit b g,transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimamsextam tertij sunt æquales.Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s,per uicesimamnonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquedistant:est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s,ut autem prius ostensum est,angulus c b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,sed anguli a y o & g s b sunt recti,est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam sexti,est proportio lineæ g b ad lineam b s,sicut lineæ o a ad lineam a y,&proportio g b ad g s,sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius, palam per decimamtertiam secundi,quia quadratum lineæ a b minus est ambobus quadratis linearum a h & h b,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis,igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis,quæ est a d,in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis,est per primam secundi æquale ei quod fit ex ductu a h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis:illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cũ quadrato lineæ a d,est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per septimam secundi:quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobiq;,auferatur:remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p.Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t,est æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,est

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t semel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquitur ut illud quod fit ex ductu a h in t b semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti erit linea t u dupla lineæ d f. Item cum angulus a t g sit acutus, erit secundum prædictum modum quadratum lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei quod fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratum lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t σ: ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t σ, est æquale quadrato t d: sed ex præmissis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato lineæ t g; ablato ergo utrobiq; eo quod fit ex ductu a t in t σ, restat ut illud quod fit ex ductu a t in σ u semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea σ u est dupla lineæ d k. Sed iam ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea σ t sit dupla lineæ k f. Item quia ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimam sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & similiter per eandem rationem proportio a t ad t σ est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, quoniam eiusdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & consequenti fit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t σ, quàm lineæ a h ad lineam a h, quàm lineæ t σ ad lineam h t. Sed a h est maior quàm a t, quoniam totum est maius parte, ergo h t est maior quàm t σ ad h t. Sed t σ est dupla ad f k, ut patet supe rius, ergo h t est magis quàm dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, proportio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimam sextam quinti, erit proportio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli diffinitionem, & g s est æqualis ipsi f k per tricesimam quartam primi, erit ergo per septimam quinti proportio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quàm linea c d: sed linea n d est maior quàm c d, ergo i h est multo minor quàm n d: est autem m i minor quàm i h: ergo m i est multo minor quàm n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est: patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus quadrato lineæ a d, ergo linea a d est maior quàm linea m g. Igitur linea m g est minor quàm linea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a g m communem. Sed & angulus a g m est rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per diffinitionem perpendicularis, ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangula, ergo per quartam sexti erit proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a. Sed linea m g est minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quàm linea k g. Sed linea k g est minor quàm linea o y, per decimam quartam tertij, & linea h d est minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est proportio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q sit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, sicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d est minor quàm linea o y, est ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

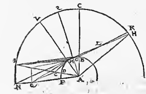
ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior quàm f k ad o y. Item linea a q, secat circulũ e b d, sit punctus sectionis x, & ducatur corda d x, quæ propter æquedistantiã arcuũ h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, proportio h q ad a h, sicut d x ad a d, sed proportio h q ad h a, est maior quàm f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior quàm f k ad o y, est aũt ex præmissis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior proportio x d ad d a, quàm b g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est maior quàm corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, producatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundã sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. sexti erit proportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autẽ præostensum quod est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ t q, cum ipsarũ ambarũ ad lineam q h, eadẽ sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus assumendarũ linearũ excedit multipliciter numerum literarũ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipsarũ literarũ, mutetur figura, & quoniam linea nouiter assumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrũ a, secundũ ipsarum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n, sitq́ circulus d g b, similis priori circulo qui d b e, & producantur lineæ a b & a g, usq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ a b c, & a g r, permutenturq́; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, sit linea a f n, ponaturq́; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f eritq́; ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b, Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã sexti, si prius per 23. primi, super a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui sit b a m, producatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & sit a m u, ducanẽ etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducanẽ lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, sit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonorũ n a m, i a b, duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cũ in præmissa proxima figuratione linea a h, fuerit posita æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonorũ q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo per 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a; æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i. & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q est æqualis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u, est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut præostensum est, æqualis est angulo h b a, angulo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z, tota est extra circulũ, quia cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, quoniam ostensum est, quod linea b h, est æqualis lineæ q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet quod contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igitur cũ linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, quoniam ipsa secat circulũ, est ergo tota linea m z, extra circulũ, quoniam linea q m z, posita est esse linea recta, propter quod etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectitur à puncto speculi m, ad uisum existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter distãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni existente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

26. tertij, angulus n a u, est æqualis angulo u a z. Sed ex p̃missis patet q̃d angulus n a u, est æqualis angulo i a c, erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g, aut erit æqualis angulo g a m, aut minor aut maior, sit primo æqualis, si igitur ab angulo i a b, subtrahatur angulus b a g, & ab angulo z a u angulus g a m, remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g, & quia duo latera i a & a g sunt æqualia duobus lateribus z a & a g, ergo per 4. primi, erit linea i g, æqualis lineæ z g, & angulus i g a, æqualis angulo z g a, ergo per 13. primi, angulus i g r, est æqualis angulo z g r, fiat itaq; sup g terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r, per 23. primi, qui sit angulus t g a, ducta linea g t, super lineã i a, erit ergo angulus t g a, æqualis angulo z g r. Si igitũ linea t g, p̃ducatur ad periferiam circuli, palam per 15. primi, q̃m ipsa perueniet ad punctum z, linea enĩ z g & t g, coniunctæ in puncto g, fiunt linea una per 14. primi, est ergo t g z linea una recta, forma ergo puncti i, reflectitũ à puncto speculi g, ad uisum existentem in puncto z, & locus imaginis eius est punctum t, palam itaq; q̃m ad uisum existentem in puncto z, reflectuntur formæ duorum punctorũ n & i, à duobus punctis speculi sphærici conuexi quæ sunt m & g, & loca imaginum sunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q, erit imago totius lineæ m; p̃batum est autẽ supra, quod linea t q est æqualis lineæ y i, palam ergo, q̃m accidit in his speculis imaginem esse æqualẽ rei uisæ, quod est unum p̃positorũ. Quod si angulus b a g, fuerit maior angulo g a m, abstrahatur b a g ab angulo i a b, & angulus g a m, ab angulo z a u, æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g, maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g, minor angulo z a g, per 23. primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k, & copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m, altius puncto g, linea ergo k g, secabit lineam z m. Sit ut secet ipsam in puncto l, & producatur k g, super lineam i a, in punctum t, fiat quoq; deductio ut statim in proxima linea t g, palam ergo q̃d uisui existente in puncto l, reflectetur ad ipsum forma puncti n, à puncto m, & locus imaginis q, & similiter ad ipsum reflectetũ forma puncti i, à puncto g, & locus imaginis erit t, secundũ priorem probationem, erit quoq; linea t q, imago lineæ y i, quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est, & sic sequitur idem p̃positum quod prius. Si uero angulus b a g, fuerit minor angulo g a m, erit ut supra angulus z a g, minor angulo i a g. Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o, ad periferiã circuli æqualis angulo i a g, erit ergo angulus o a g, maior angulo z a g, est ergo punctum o inferius puncto z, & producatur linea o g, quæ incidat lineæ i a, in puncto t, palã itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto o, à puncto speculi g, linea itaq; o g, aut secabit lineam z m q, extra circulum speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circulũ, si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectentũ ad ipsum duæ formæ punctorũ n & i, à punctis speculi m & g, & loca imaginum erunt puncta q & t, & tota linea q t, imago totius lineæ y i, & erit per præmissa æqualis ei, patet itẽ hoc q̃d prius q̃m imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea o g, secet lineam z m q, intra circulum speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inueniri punctum, in quo posito uisu reflectantũ ad ipsum formæ duorũ punctorũ n & i, à duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta q & t, q̃m enĩ ut patet ex prius præostensis, angulus n a z, est duplus angulo n a u, æquali angulo i a b, ut patet ex p̃missis, & angulus i a o, est duplus angulo i a g, est aũt angulus i a b, maior angulo i a g, in angulo g a b, & quia angulus g a b, est ex hypothesi minor angulo m a g, patet quod angulus g a b, est minor medietate anguli m a b, totus uero angulus m a b, est per ultimam sexti, æqualis angulo n a i, q̃m arcus d f, est æqualis arcui m b, ergo angulus g a b, est minor medietate anguli n a i, angulus ergo n a z, excedens



dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipsum in angulo maiori q̃ sit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, sunt maiores tertio, qui est i a o, & duo anguli n a z, & i a o, sunt minores tertio, qui est n a i, & duo anguli i a o, & n a i, sunt minores tertio, q est n a z, sunt ergo isti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quorum quilibet duo sunt minores tertio, omnes aũt tres simul 4. rectis sunt minores, q̃m anguli super centrum a, 4. rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, possibile est ex illis fieri unum angulum solidũ, fiat ergo ille super cẽtrum a, per eandem 23. undecimi, & sit linea s a, eleuata super superficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus i a s, sit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, sit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea a s, æqualis alicui linearum a n, uel a a, uel a o, quæ omẽs sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & producantur lineæ t s, q s, quia itaq; angulus t a s, est æqualis angulo t a o, ut patet ex p̃missis, & duo latera t a & a o, sunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, est æqualis angulo t a s, ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, basis t s, æqualis basi t o, & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Similiter q̃q; angul9 q a s, est æq̃lis angulo q a z, & duo latera duob. laterib. erit ergo, ut pri9 angulus z q a, qui est m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̃ itaq; angulus t a s, per æqualia per lineam a y, ex 9. primi, & sit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, secat lineam t s, palã cũ angulus i a g, sit medietas anguli i a o, ut patet ex p̃missis, erit angulus t a g, æqualis angulo t a y, sed & angulus g t a, ostensus est æqualis angulo y t a, & quia duob9 trigonis y t a, & g t a, latus t a, est cõmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigono g t a, q̃m latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus y, in sup̃ficie speculi sicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter distent à centro speculi, qđ est a, & quia angulus t a g, est æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y, & latera lateribus sunt æqualia, q̃m i a est cõmune, & a y est æquale ipsi a g, ergo p 4. primi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, p̃ducta erit æqualis lineæ y g, & p̃ducatur a y, extra speculũ usq; ad punctũ p, restat ergo angulus i g r, æqualis angulo i y p, uerum cũ linea t s sit æqualis lineæ t o, ut supra patuit, & t y æqualis ipsi t g, restat linea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, sunt æqualia duobus lateribus a g, & g o, & basis a s, est æqualis basi a o, ergo p 8. primi, trigonorum a y s, a g o, anguli æq̃s lateribus cõtenti sunt æquales, angulus ergo a y s, est æqualis angulo a g o. Restat ergo per 13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igit̃ duo anguli i g r, & o g r, æquales sunt duob9 angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, secat sup̃ficiẽ cõuexã speculi, sit pũctus sectiõis e, tria ergo puncta q̃ sunt e y d, sunt in sup̃ficie cõuexi speculi, lineæ ergo à centro speculi qđ est a, ad illa tria pũcta p̃ductæ sunt æquales, q a uero trigonũ t a s, est p secundã 11. totũ in eadẽ sup̃ficie, patet qđ ista tria puncta d y e, q̃ sunt in laterib9 illius trigoni sunt in eadẽ sup̃ficie, ergo linea e y d, est p 9. tertij, arcus circuli magni sphæræ speculi, cuius cẽtrũ est a cẽtrũ speculi, est aũt i sup̃ficie reflexiõis cõmunis sectio sup̃ficiei speculi & reflexiõis t s p, p primã huius, ergo forma pũcti i, reflectit̃ ad uisum existẽtẽ i pũcto à pũcto speculi y, & locus imaginis est punctũ t. Similiter diuiso angulo n a s, p æq̃lia p lineã a x, ductã sup q s, in punctũ x, & p̃ductã extra speculũ sup̃ficiẽ in punctũ σ, demonstrabit̃ p̃dicto mõ, q a linea q x, erit æq̃lis q m, & a x æq̃lis a m, & liea x s, æq̃lis m z, & duo anguli n x o, & s x o, erũt æq̃les duob9 angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectet̃ ad uisum existentẽ in pũcto s, à pũcto speculi x, & locus imaginis est punctũ q, & ita ut prius formæ duorum punctorum n & i, reflectunt̃ à duob9 pũctis speculi x & y, ad uisum existentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, est aũt linea t q, æq̃lis lineæ i n, patet ergo p̃positũ, ut prius. Itẽ si à pũcto i, ducat̃ p̃pendicularis sup lineã n a, illa cadet inter pũcta n & q, nõ extra punctũ n, q a cũ p 42. primi huius, angul9 i n a, sit acutus, si caderet extra punctũ n, fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior p 16. primi, qđ est ĩpossibile, cadet ergo illa p̃pendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa p̃pendicularis angulũ rectũ, sup lineã n q, quã respiciet linea i n, ergo p 46. primi, erit linea i n, maior illa p̃pendiculari, ergo illa p̃pendicularis erit minor q̃ linea t q, q̃ est æqualis lineæ i n, pũctus itaq; lineæ n q, i quẽ cadit illa p̃pendicularis, q sit k, reflectit̃ ad uisum ĩ pũcto s, existentẽ ab aliq̃ puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qđ eſt a,ultra punctũ q,q̃ ſit ipſum punctũ q,ut patet per 17.huius, quanto eñ remotiora ſunt puncta quorũ formæ reflectunť à ſpeculis ſphæricis conuexis, tanto loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctũ t, quæcunq; uero linea ducitur à puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cũ opponať angulo obtuſo,ut patet, erit per 19.primi, maior q̃ linea t q,ergo etiã erit maior q̃ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo q̃ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunq; linea ducatur à puncto i,ad lineã n q,inter illam perpendicularẽ i k & linea i n,erit eñ ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior q̃ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior q̃ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt aũt hæc clarius patefieri, quia eñ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctũ q, patet qđ linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctũ ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulũ qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nõ poteſt cadere in punctũ m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nõ contingit,cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius q̃ punctũ q,quoniam punctus in quem cadit,diciť finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per



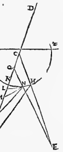
diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igiť perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineã n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginũ,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut p̄miſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pũctum ii,qui eſt meta imaginũ, uel inferius illo,tunc forma puncti nunq̃ cadit perpẽdicularis nec reflecteť,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ qm̃ ii finis contingentiæ eſt inferior q̃ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctũ n, infinita puncta,quorũ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi,imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi,cuius centrum d,ſitq; e centrum uiſus,& reflecteť forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligaturq; linea a b,ꝓduci intra ſpeculũ,aut ergo ipſa tranſit centrũ ſpeculi, aut non. Sit aũt primo qđ tranſeat,& ducatur linea a b d,ducať quoq; à puncto n, linea contingens circulũ,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cõtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e b,ꝓducanturq; lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum

ctum q,palam ergo per 11.huius,quoniam t est locus imaginis formæ puncti a,& q est locus imaginis formæ puncti b,dico quod linea a b est maior q̃ linea q t,patet enĩ ex 12.huius, quia ꝓportio a d ad d t,est sicut a m ad m t.Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q,est sicut ꝓportio b l ad l q,sed a d est maior q̃ b d,& d t est minor q̃ d q,ergo per 9.primi huius,maior erit ꝓportio a d ad d t,q̃ b d ad d q,ergo per 11.quinti,maior erit ꝓportio a m ad m t,q̃ b l ad q l,secetur ergo linea a m,in puncto f,per 3.primi huius, ita ut proportio f m ad m t,sit sicut h l ad l q,& ita cũ m t sit maior q̃ l q,erit per 14.quinti,f m maior q̃ b l,ergo per 8.quinti,erit f m ad t m maior ꝓportio q̃ b l ad t m,erit ergo minor ꝓportio b l ad m t,q̃ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t,q̃ b l ad q l,secet̃ ergo m t in puncto k,taliter ut ꝓportio b m ad m k,sit sicut b l ad l q,palam ergo per naturã proportionis,& per 8.quinti,qm̃ punctus k necessario cadet ĩtra pũcta m & q,linea enĩ l q, minor est q̃ m q,& linea b l est maior q̃ linea b m,cũ igitur sit ꝓportio f m ad m t,sicut b l ad l q,& sicut b m ad m k,erit per 19.quinti,ꝓportio f b ad k t,sicut b l ad l q,sed b l est maior q̃ l q,ergo f b est maior q̃ k t,sed f b est minor q̃ a b,& k t est maior q̃ q t.Si ergo f b est maior q̃ k t,ergo multo fortius a b est maior q̃ q t,& hoc est propositũ. Si uero linea a b,producta nõ perueniat ad centrum d,ducatur à puncto a, linea ad centrũ d,quæ sit a d,& à puncto b ducatur b d,& locus imaginis a sit punctus g,locus imaginis b,sit punctus p,& ducatur linea p g,erit ergo linea p g,imago lineæ a b,dico quia a b est maior q̃ p g,aut enĩ p g est æquedistans lineæ a b,aut nõ,si fuerit æquedistans,palã quia p g est minor q̃ a g,per 29.primi,& per 4.sexti,cũ enĩ sit ꝓportio a b ad p g,sicut a d ad d g & a d,sit maior q̃ d g,erit a b maior q̃ p g.Si uero linea p g,nõ sit æquedistans ipsi a b,ꝓducatur usq; quo cõcurrat cũ a b,& sit punctus cõcursus z,& à puncto p ducatur æquedistans a b,quæ sit p h,angulus ergo p g h,si sit rectus uel maior recto,erit per 18.primi,latus p h,maius latere p g,sed p h est minus q̃ a b,per 4.sexti,ergo p g est minus q̃ a b,si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc sequitur idem qđ prius:quod aũt angulus p g h,sit minor angulo p h g,hoc non potest accidere,nisi cũ tanta fuerit rei à speculo distantia,q̃ illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor q̃ sit secundum ueritatem,tunc autẽ potest imago uideri maior q̃ forma per se uisui occurrens,ut patet per præmissam,patet ergo propositum.

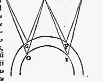




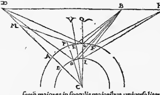
X L.

In minoribus speculis sphæricis cõuexis eiusdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta specula sphærica conuexa super idem centrum t, collocata,exempli causa quoq; maioris circulus cõmunis sibi & superficiei reflexionis sit a g,minoris uero sit e i,fiat quoq; reflexio formæ alicuius uisibilis ut ipsius h d,ab utroq; illorũ speculorũ ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g,circuli speculi maioris.s. ipsius a g,ad uisum qui sit b.Si itaq; idem uisibile d reflectat̃ ad uisum b ab aliquo puncto circuli e,speculi minoris ut à puncto o,non est possibile ut linea reflexionis,quæ sit o b,cadat in pũctum g speculi circuli maioris: detur enĩ ut cadat in punctũ g,& reflectatur ad uisum b,& ducatur linea d g,ut prius, manifestum itaq; p 8.huius, qm̃ linea à centro speculi t,ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b,per duo æqualia,quæ producta sit t g q,& qm̃ forma puncti d,incidit pũcto speculi minoris quod est o,ducatur linea t o,à centro speculi,hæc diuidet angulum d o b,per æqualia,& produ-



cta sit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinsecus est ex hypothesi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, qm̃ ipse est maior illo, ergo medietas anguli d g b, est maior medietate anguli d o b, & ita angulus q g b, maior est angulo p o g, sed angulus o g t est æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinsecus erit æqualis angulo o g t, intrinseco in trigono t o g, quod est contra 16. primi, & impossibile: nõ ergo transibit linea reflexionis o b punctũ g, sed neq; ultra punctum g, uersus punctum a, ad aliquod aliud punctum speculi maioris incidere potest, si em̃ hoc sit possibile sit ut ad punctum r incidens reflectat̃ linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a pũctus lineæ d a, cadat in superficie speculi & reflectat̃ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipsoꝝ lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctoꝝ arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro speculi, quod est t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uisus, quod est b, aliquod ergo punctoꝝ lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, sit illud m, & accidet idem impossibile q̃d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel sit forma puncti d, reflectitur à puncto speculi maioris quod est g, & item per reflexionem à puncto speculi minoris quod est o, incidet puncto speculi maioris, quod est r, à duobus ergo punctis maioris speculi quæ sunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uisum b, concidunt ergo radij à duobus punctis huius speculi reflexi, quod est contra 15. huius, & impossibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, speculi minoris in aliquod punctum arcus a g, speculi maioris, à quo fit reflexio formaꝝ punctoꝝ lineæ a d, sed directe peruenit ad uisum in punctũ b, trans aliquem punctoꝝ arcus circuli speculi maioris, circa punctum g. Similiterq; sit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uisus b, q̃ sit punctũ d, reflectat̃ ad uisum b, ab aliquo puncto speculi maioris quod sit f, eritq; f per 17. huius, ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris speculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b, similiter ut prius, quia ergo angulus g b f, sub quo apparet idolũ in maiori speculo est maior q̃ angulus o b i, patet per 40 quarti huius, qm̃ in maiori speculo maius apparet idolum q̃ in minori, formæ em̃ magnæ coangustant̃ circa centra minorum speculoꝝ, q̃ circa centra maiorum, unde fiunt



semp̃ maiores in speculis maioribus, uniuersaliter autẽ in omni situ proportionato rerũ ad specula potest patere ꝓpositum per 46. primi huius, qm̃ partes diametrorũ circuli maioris sunt maiores & minoris minores, & fiunt ex consequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propositum.

XLI.

In eodem speculo sphærico conuexo centro uisus immoto existente imago rei approximatæ superficiei speculi uidetur maior, & secundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam em̃ ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uisæ uidentur in kathetis suæ incidentiæ & imagines rerum uisaꝝ inter kathetos incidentiæ suoꝝ terminorũ katheti uero punctoꝝ terminalium rei à speculi superficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea em̃ æqualis & æquedistans basi trigoni uicinior angulo supremo maiori angulo subtenditur, & qm̃ mutata resecti dum locum, mutat̃ ipsius imago in omni speculo, ut patet per 28. quinti huius, patet q̃d imago rei elongatæ fit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ superficiei speculi fit maior, unde & uidetur maior, quod secundum præmissa in proxima præcedentẽ uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsoꝝ punctorum

ctorum terminalium illius rei,ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius,patet ergo propositum,& per hæc & per præmissam potest patere,quoniam si sit proportio elongationis rei uisæ à superficie speculi maioris ad elongationem à superficie speculi minoris,sicut excessus imaginum quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundũ proportionem diametrorum speculorum,possibile est in speculo maiori plus elongato à re uisa, & in speculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiusdem rei quæ aliàs in speculo maiori appareret maior,& in speculo minori minor, ut patet per præmissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

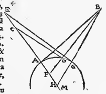
In speculo conuexo sphærico dextera rei uisæ apparent sinistra, & sinistra dextra.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa quæ similem passionem declarat in speculis planis,unde eodem modo demonstrandum,nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à speculis sphæricis conuexis, reuersæ apparent.

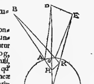
Esto speculum sphæricum conuexum a d g,cuius centrũ m,incidatq; superficiei speculi perpendiculariter altitudo quæ sit e a, cuius altius punctum sit e, & sit centrum uisus u,reflectaturq; punctus a,à puncto speculi qui sit a,& sit linea reflexionis quæ a b,reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e,à puncto speculi g,sitq; linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a,qui sit t,inferior puncto e,reflectatur ad uisum b,à puncto speculi d,& sit linea reflexionis d b, producatur itaq; linea altitudinis e a,ultra punctũ a,palamq; ex hypothesi,et per 72. primi huius,quoniam ipsa transibit centrũ m,& producatur linea reflexionis u g, intra speculũ, & quia lineæ e a & b g,sunt in eadem superficie reflexionis per 24. quinti huius, palã cum non sint æquedistãtes,ut patet per 9. huius,quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, sed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniã per 11. huius puncta h & f,sunt loca imaginum punctorum e & t,palã quod linea h f est imago lineæ, & similiter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonstrandũ.



Eritq; imago lineæ e a,linea a h,reuersa ergo uidetur altitudo, quod enim supremũ est uidetur infimum & econuerso,patet enim per 23. huius,quoniam super unum kathetum incidentiæ signatis duobus punctis,erit locus imaginis puncti à centro speculi propinquioris remotior à centro speculi,& remotioris propinquior,remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t,quæ est f,quoniam imago puncti e,quæ est h, palam itaq; est propositũ primum,& eodem modo est de profunditatibus demõstrandũ. Infimum enim punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum,& econuerso. Media quoq; puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.

XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis speculis reflexa apparent suæ propriæ dispositionis.



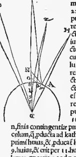
Esto longitudo d e,oblique incidens speculo sphærico conuexo quod sit a g,& eius centrum f,& sit altius punctũ d quàm e, punctum à superficie speculi dati. Sitq; centrum oculi b,& reflectatur punctus d ad uisum b,à puncto speculi a,& punctus e,à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis super superficiem speculi, quæ per 72. primi huius,necessario transibit centrum speculi quod est f,quæ sit d f,& similiter ducatur kathetus e f,ducanturq; lineæ reflexionum b a & b g,& producantur intra speculum,concurratq; b a cum d f,in puncto h & b g,cũ e f,in puncto k, & ducatur linea

h k, eritq́ per 11. huius, linea h k imago lineæ d e, est autẽ linea k h, oblique se habens ad uisum b, sicut linea d e ad speculũ, quĩ per 23. huius punctũ e, quod est propinquius centro speculi, imago quæ est k, remotior fit à centro speculi f, & punctũ h, quod est imago puncti d, remotioris à cẽtro speculi fit propinquius centro speculi, quod patet per hoc, quĩ alicuius puncti katheti d f, tantũ distantis à puncto f, quãtũ punctũ e, locus imaginis est remotior à cẽtro f, q̃ locus imaginis pũcti d, p 23. primi hui9, est itaq́ h remotius à cõuexa superficie speculi apparens, & punctum k ꝓpinquius eidem superficiei. Sic aũt & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo ꝓpositum, quĩ obliquæ longitudines apparent illius distantiæ à superficie speculi, cuius sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphærici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq́ punctũ d, ꝓpinquius uisui, q est e, q̃ punctum t, & ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circuli g, qui sint t g & d g, secetq́ kathetus t g, superficiem speculi in puncto b, fiatq́ angulus e g d, super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui sit t g h, p 23. primi, secetq́ linea h g circulum in puncto a, & sumatur per 20. uel 22. huius, in circulo punctũ a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctũ z, quod sit punctum q, palã ergo quod forma puncti t nõ refertur ad punctũ h, ab aliquo puncto arcus b q, non enĩ à puncto b, quoniã cum ille sit in katheto incidentiæ, palã per 10. huius, quia reflectitur in seipsum & nõ ad punctũ h. Sed neq́ à puncto q, quĩ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocunq́ uero puncto sumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctũ ducta secabit lineã q z, igit̃ ad illud punctũ sectionis reflectit̃ forma puncti t, à pũcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus sectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis superficiei speculi ad unum punctũ qđ est impossibile, & contra 16. huius, restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & à puncto m ducatur linea cõtingens circulũ per 16. tertij, & ꝓducat̃ usq́ ad kathetũ g t, & sit m n, eritq́ punctus n, finis contingentiæ puncti t, respectu puncti h, & à puncto q ducat̃ linea cõtingens circulum, q̃ ꝓducta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub linea n m, p 60. primi huius, & ꝓducat̃ linea z q, donec cadat sup̱ kathetũ g t, in puncto p, cadet aũt per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit q̃q́ per 12. huius, ꝓportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est ꝓportio g t ad t n, q̃ ad t o, p 8. quinti, cũ t n sit minor q̃ t o, ut patet ex p̃missis, maior erit ꝓportio g t ad t n, q̃ s p ad p o, est aũt per 8. quinti, maior ꝓportio g p ad p o, q̃ ad p n, ergo multo maior est ꝓportio t g ad t n, q̃ g p ad p n, quĩ p o minor est q̃ p n, diuidat̃ ergo p 119. primi huius, linea g n i pũcto l, taliter ut sit ꝓportio t g ad t n, sicut g l ad l n, eritq́ g l maior q̃ g p, nõ æqualis neq́ minor p 8. quĩti, eritq́ per 16. quinti, ꝓportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13. huius

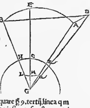


huius, erit punctũ l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales inter se, & g f sit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cũ igit̃ angulus e g d, sit æqualis angulo t g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, sicut remotio puncti z, à puncto t, q̃m cum puncta d & t sunt eiusdem distantiæ à cẽtro speculi quod est g, erũt lineæ d g & t g æquales, erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, respectu uisus e, tm̃ eleuata in katheto g d, quantũ imago puncti t, eleuata est respectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, sicut locus imaginis formæ puncti t, est in puncto p, cũ lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentiæ puncti d, respectu puncti e, erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentiæ puncti t respectu puncti z, erit ergo per ꝓmissa finis contingentiæ puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis est angulo t g h, & linea h g æqualis est lineæ e g, erit per ultimam sexti, ꝓpter æqualitatem angulorũ æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum r g, & lineas h g & e g, erit ergo ꝑ ꝓmissa punctus l, locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h, & erit punctus n, finis cõtingentiæ respectu puncti e, sicut & respectu pũcti h, imago ergo pũcti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cẽtro speculi ꝙ̃ imago puncti ꝓpinquioris, & finis contingentiæ puncti remotioris remotior est ab eodem centro ꝙ̃ finis cõtingentiæ ꝓpinquioris, & hoc est ꝓpositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphærico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus, quod imagines ipsorũ à centro speculi æqualiter distabunt, nec enĩ ut patet ex ꝓmissis fit diuersitas in locis imaginum, cum fines contingentiarũ semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiæ uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

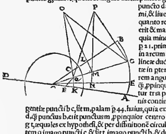
Esto a b arcus oppositus speculo sphærico conuexo, in quo cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus h t z, & sit g centrũ illius arcus a b, & similiter centrum speculi, q̃m ex hypothesi arcus uisus & speculũ sunt concentrica, sitq́ d centrum uisus, & ducãtur lineæ d g, a g, b g, & sumatur in arcu a b, punctus e, quocũq́ modo & ducatur linea e g, erit itaq́ superficies a g b, superficies incidẽtiæ in qua erit linea e g, & linea d g, est diameter uisualis quæ ex hypothesi est erecta super superficiem a g b, erit ergo ꝑ diffinitionem lineæ sup superficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, q̃m d g est æquale sibijpsi, & alia latera sunt æqualia per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, bases illorũ triangulorum sunt æquales, omnia ergo puncta arcus a b, eiusdem distantiæ sunt à centro uisus, quare imagines omnium illorũ punctorum eiusdem distantiæ erũt à cẽtro speculi ꝑ corollariũ ꝓmissum. Sitq́ q m l, imago arcus a e b, erit igit̃ linea g q, æqualis lineis g m & g l, quare ꝑ 9. tertij, linea q m l, erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g, erit ergo cõuexitas ipsius respectu centri g, nõ respectu supficiei cõuexæ speculi siue loci reflexionis, & q̃m curuitas arcus a b, respexit cõuexitatẽ supficiei speculi ut cõcentrica ipsi ex hypothesi, patet qđ idẽ arcus est concentricus suæ imagini, ergo ꝑ 73. primi huius, patet ꝙ imago æquedistat arcui uiso q̃m est semp in supficie incidentiæ, est enĩ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suæ incidentiæ ꝑ 11. huius, oẽs aũt katheti illius sunt in supficie incidentiæ, patet ergo propositum.



XLVII.

Imago arcus concentrici speculo sphærico conuexo diametro uisuali superficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans arcui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum uisu arcus incidente.

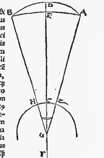
Disponantur omnia ut in pcedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est d g, nō sit erecta sed oblique incidens superficiei a b g, dico qđ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur eñ perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecimi, cū itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiē per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc ppendicularis uersus punctū g, minor, quolibet angulo uersus punctū g, imaginato, quē continet alia linea à puncto d ad supficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad supficiem illam ducta quanto remotior erit ppendiculari, tāto maior erit & maiorem angulum continebit uersus g, quia minorem continet uersus ppendicularem p 21. primi, si ergo hæc ppendicularis nō cadat in arcum a e b, sed ultra ipsum, tunc erunt oēs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ptem unā, & remotiores maiores & minorem angulū contingentes uersus punctum g, q̃ ppinquiores perpendiculari. Si ergo sumantur tria puncta in arcu a b, quæ sint a c b, & finis contingentiæ puncti b, sit l, & finis contingentiæ puncti b c, sit m, palam p 44. huius, quia ex eo q punctum c, est ppinquius uisui d, q̃ punctus b, erit punctus m ppinquior centro g, q̃ punctus l, sunt autē lineæ g b & g t, æquales ex hypothesi, & per diffinitionē circuli, est ergo linea t m, maior q̃ b l, sit autem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducaŧ linea q t, & ducanŧ lineæ t b & m l, quæ quidē pductæ concurrent, quia si à puncto m ducaŧ linea æquedistans lineæ c b, illa secabit ex linea g b, lineam æqualē ipsi m t, p secundam sexti, est autē e m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm̄ per 9. huius, pportio est lineæ g t ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim pportio g t ad c m, sicut g q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cū lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & à punctis sectionū ducanŧ lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā qđ linea q t, cōcurret cū linea c b, m l, & erit ipsarum concursus in puncto o; finis contingentiæ uero puncti e, sit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea e m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus p, & ducatur linea q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, usq; ad lineam e g quā secet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aūt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentiæ est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis p 5. quarti, circūscriptus, nō erit aūt ille arcus æquedistās arcui speculi neq; arcui uiso, qm̄ ut patet lineæ t b & q t, & f e, sunt inæquales, pp̄ter qđ remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̃q; demonstrandum si ppendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia pte arcus a b, citra ipsum, tūc eñ similis erit pportio, patet ergo ppositū primū. Si uero ppendicularis ducta à puncto d, sup supficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuersis partibus ad arcū ductæ æqualiter distantes à ppendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uersus punctum g, & imagines ipsarū æq̄liter distabūt à centro g, & fines contingentiarū, similiter imago itaq; æq̄distabit arcui a b, & arcui speculi, qm̄ imago figurabitur sup centrū speculi qđ est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest pbari p̄dicto mō de utraq; parte arcus p se secundū qđ diuidiŧ à ppendiculari, q eius imago sit linea curua modo p̄dicto æq̄distans arcui uiso, pp̄ter æq̄litatē linearū à centro speculi & arcus uisui ad loca imaginū pductarū, qđ est ppositū. De imagine eñ arcus a c potest secūdū p̄missa idem patere.



Imago

XLVIII.

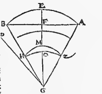
Imago arcus eccentrici circulo, qui est cōis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi secundū mediū eius punctū propinquioris cētro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitaris q̃ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.



Esto arcus uisus b e a, circulusq; cōis superficiei reflexionis & speculi arcus sit h z, cuius centrū sit g, sitq; arcus b e a eccentricus arcui h z, sint tñ isti arcus in eadē superficie, & sit e medius pūctus arcus b e a, propinquior centro g, sitq; uisus extra superficiem incidentiæ. Dico ꝙ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̃ alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enim linea à centro speculi quod est g, ad centrū arcus b a, quod sit f, productaq; linea g e, palam per 7. tertij, quoniā ipsa est breuior oībus lineis à cētro g ad cētrū a d b ꝑductis, & qm̄ arcus b e est æqualis arcui e a, palam per eandem 7. qm̄ linea g a æqualis est lineæ g b, ductisq; lineis g a, g b, secundū ipsarū quantitatē describatur arcus à centro g, palamq; per præmissa, qm̄ arcus descriptus secundū sui pūctum mediū magis distabit ab arcu h z, q̃ arcus b e a. Sit ergo descriptus arcus b d a, & ducat̃ linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifestum aūt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a est curua uisu qualitercunq; se habente ad superficiem reflexionis: puncta ergo cōia istis duobus arcubus, quæ sunt a & b, habebunt imagines suas sitas uniformiter prioribus: sed tñ punctum d sit remotius à centro g q̃ punctū e. eius imago erit propinquior centro speculi q̃ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, est propinquior centro imagine puncti sibi correspondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a c b curuior imagine arcus a d b, & hoc est propositum. Et secundū hunc modum in alijs sitibus arcuū & speculorū potest fieri demonstratio, qn̄ uisus nō fuerit in superficie incidentiæ, sed extra illam.

XLIX.

In speculis sphæricis conuexis uisu nō existente in superficie lineæ rectæ æquedistantis speculo, imago uidetur curua.



Sit linea recta uisa a b, & sit speculi sphærici conuexi centrū g, erit ergo superficies incidentiæ a g b, extra quā sit centrū uisus quod sit d, sitq; linea a b æquedistās speculo, hoc est lineæ contingenti arcū circuli, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi secundum medium punctū illius arcus. Dico ꝙ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducant̃ enim lineæ rectæ d g, à centro uisus ad centrū speculi, & lineæ g b, g a, à centro speculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquedistant speculo, palā ꝙ sunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundū quātitatem illarū linearū, quæ sit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita ꝙ imago puncti a sit z, & imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur linea g e secans rectā a b in puncto f, palā ergo ꝙ punctus e est in eadem linea cū puncto f, sed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, q̃ imago puncti f, cōmuni utroq; punctorū quæ sunt a & b, imagines sunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aūt ꝙ linea z m h est linea curua, cū linea z t h sit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū or

dinen

dinentur secundum conuenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu arcus h m, patet ergo propositum, resectisq; lineis a f & b fæ q̃liter, eadē est demōstratio.

L.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in superficie incidentiæ, imago uidetur curua.

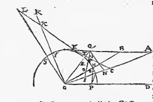


Disponantur omnia ut in præcedente, nisi ꝙ linea a b nō æquedistet speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, palam ergo ꝙ lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q̃ g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitatē lineæ a g, minoris, q̃ sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq; quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45. uel 46. huius, q̃m imago arcus a e est curua, pūctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq; z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet ꝙ erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p pūcta media arcꝰ a e & a b, faciliter poterit ostēdi, patet ergo propositum, resecta quoq; linea a b, ex quacunq; sui parte semper eadē est demōstratio quæ prius.

LI.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conuexum, uisu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat speculum in pūcto e, & ducantur à centro speculi, quod sit g, lineæ g b & g a, sitq; ut sūpficies incidentiæ, quæ sit a b g secet speculum in arcu, e h, & sit d centrum uisus, sitq; sectio communis sūpficiei reflexiōis in qua sunt lineæ g a & g d, & superficiei speculi arcus z p. Cōmunis uero sectio superficiei reflexionis in qua sunt lineæ g h & g d, & superficiei speculi sit arcus h p. Palā ergo per ea quæ demōstrata sunt in 16. huius, quod forma puncti b reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa secabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius sectiōis Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius. Quoniā linea a b producta, est cōtingens circulum in pūcto e, et punctus b, est altior pūcto m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una sūpficie, secet ergo ipsam in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui sit angulus b g s, cadēte pūcto s in periferiā circuli, & pducat̃ linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, sicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniā illi arcus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipsæ ambæ sunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus



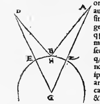
cus h p, est æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, est minor arcui z s. Rescindāt̃ ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factū in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatē lineæ g s, secabit necessario lineam f l, ideo quia linea g d, est æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa secat angulum l g z, ergo secabit etiā basem ei subtensam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & sit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniā sicut forma puncti a reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p, similiter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, sed non reflectetur a ad k, nisi ab aliquo puncto quod est circa pūctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k; sit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, secabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trāsit per punctū b, ad illud ergo punctū cōmunis sectionis illarū linearū a f & b f, reflectetur pūctus k, & ad idem punctū à pūcto f, reflectetur pūctus l, & ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto a ad punctū reflexionis secabit lineam b f, sit punctū sectionis u, ad illud ergo punctū u, reflectetur forma pūcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiusdem distantiæ à centro propositi speculi quod est pūctū g, quoniā ambæ l g, k g, sunt æquales ipsi g d, ex hypothesi, & reflectētur ad idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ b f, quæ est u, est ducibilis ad punctū g cētrū speculi: Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctū k, ab aliquo puncto arcus f y, restat ergo ut pūctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, si igit̃ ab illo puncto ducatur linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, respectu diametri g a demissior est quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ est f o, altior est alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmissis, q̃a ergo diuidit b m t, ergo necessario secabit basem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipsum in puncto q, & ducatur linea g q, sit autem y imago puncti a, et sit o imago puncti b, & r sit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b sit propinquius puncto g, cētro speculi quàm punctū a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̃ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, est sicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, est sicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ est i o, necessario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet super punctum q, est ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, sed linea i o r, est imago lineæ a q, quare palā quod imago lineæ a q, erit curua. Posito autē b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, posito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b est curua, & hoc est propositum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p centrum uisu non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circulum e b z, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ pūcti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circulum e

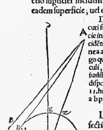
b z, in puncto f productæ ad lineā b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pūcto arcus h p, sicut in præcedente propositiōe præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedēti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cōtingentes pertingūt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à pūcto m ex parte e, igitur linea a e transit per punctū q, & ita linea m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrūq; punctorū e & q, est in periferia circuli, & est punctū unū. Si uero arcus ille sit minor arcu h e, secabit linea q m lineam e a, ultra pūctū q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, secabit linea m q lineam a e, circa punctū q, quodcūq; istorū accidit iteretur probatio præmissæ, & eodem modo penitus probabitur, q; imago lineæ a b est curua, quod est propositum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trāsiret centrū circuli, q est cōmunis sectio supficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cētro uisus existente in eadem superficie, uel extra illā, non tamen in illa linea, semp uidetur recta.

Disponentur omnia ut in præcedētibus, nisi quod hactenus locuti sumus de passionibus harū linearū uisu non existente in superficie incidentiæ, & nunc uisum supponimus qnq; esse in superficie incidētiæ, qui sit ut prius in pūcto d, & ducatur linea g d, cōcurratq; linea a b protracta cū circulo e h z, transiens ipsius centrū g, palā ergo quod angulus illarū linearū a g, et d g, cadet super g, centrū speculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cū ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa linea a b producta, est linea recta, patet ergo propositum.



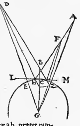
LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cētro circuli, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadē superficie incidentiæ, ita q̄d declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisu, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit linea a b declinata super circulum e h z ita quod non contingat centrū eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declinatio lineæ ad partē aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet punctum a ad sinistrū, uel econtrario, & linea pertingat ad superficiem speculi, dico q̄d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pūctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc lineam reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illū punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pūcto a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pūcti b, & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pūcta reflexionis formatum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centro uisus ad centrum speculi linea quæ sit g d, secans circulū

e h z

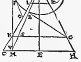
e h z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille pūctus reflectitur à pūcto aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflexionis, cum linea suæ reflexionis sit ultra lineā reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum sunt in eadem superficie linea ergo incidentiæ ipsius pūcti secaret lineam incidētiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundē uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h. s. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uisum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in linea reflexionis quæ occultatur uisui, per præcedentia puncta lineæ solidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uisu sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uisum & speculum & lineam d g, à cētro uisus ductam ad centrum speculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflexionis, & punctus sectionis reflectitur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui est sub illa linea a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscindente oēs lineas reflexionum suorum punctorum, & præterea secundum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ oblique speculo incidentis, reflexio uero solum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod est propositum.

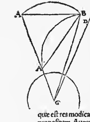


LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nō tangentis superficiem speculi sphærici conuexi

uisu existente in superficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ fit ad partem aliam à uisu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua.

Disponantur omnia ut in præcedentibus, sitq́ linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita q producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliqualiter ab illa in aere existens, sitq́ uisus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ est communis sectio superficiei incidentiæ & superficiei speculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit l o y, & super c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaq; quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́ locus imaginis in linea f g, similiterq́ forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineæ solidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis sectionū linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g,



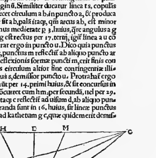
quæ est res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi, unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago, tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & si taliter situetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totios lineæ a b, uel partis eius semper curua, quod potest ostēdi per modū 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctū reflexionis formæ puncti b, uniuersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo, impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum, illius imago nō uidebitur in his speculis. Hæc autem quæ hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uisus ad speculum, quoniam ille solum opponitur uisui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse equedistans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, similiter est conterminalis illi æquedistanti, & illa non uidebitur, similiter & conterminalis illi æquedistanti, quæ cadet sub æquedistante penitus occultabitur uisui, sed linea terminali æquedistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium industriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonstranda, erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectarum imagines semper curuæ.

LVII.

Visu existente in superficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum superficie speculi sphærici conuexi, sed æquedistantis lineæ interiacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit

Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quæ quidē linea nō cōcurrat cum circulo qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ & speculi, sed sit æquedistans lineæ d g, uel secet eam ex parte d, sit quoq; a b circulus qui est cōmunis sectio superficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua sunt lineæ d g & h e, & superficiei speculi ꝑ positi, & producatur linea h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducatur'q; à puncto b, linea circulū cōtingens, quæ secet lineā h g, super punctū t, erit'q; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiā linea g b, quæ producta necessario continet cū linea h e. Si enī h e fuerit æquedistans d g, concurret quidam per secundā primi huius. Si uero d g concurrat cū h e, multo fortius g b cōcurret cū eadem p 29. primi huius, cōcursus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducat quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, sit'q; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginū. Similiter ducatur linea t s, copulās fines contingentiarum, sit quoq; ut linea d g, secet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ sit a b, palā itaq; qm̄ arcus a b, est minor quarta circuli, cū uisus diuideat ex circulo minus medietate p 3. huius, q̄re angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igit̄ linea a u cōcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cōcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cū per 17. huius, punctus m reflectit̄ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahat̄ ergo linea t s, donec cōcurrat cū linea u a, cōcurret aūt per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cōcurret cum h m, per secundā, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto c, pūctus itaq; c reflectit̄ ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonstranda sunt in 16. huius, sit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens speculū usq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demissior q̄ linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior pūcto k, sunt enī puncta k & o, fines contingentiæ, producat quoq; linea d f, usq; quo cadat super g c katherū, cadet aūt per 9. huius, sit er go ut cadat in punctū r, & producatur linea z q, usq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico qm̄ punctum l, est altius q̄ punctū r, linea enī h c & c k, & z l, aut sunt æquedistantes aut concurrent, sint primo, æquedistantes, cum ergo hæ lineæ æquedistantes secent lineam c g i, super tria puncta c k l, & secent utrāq; lineam m g & h g, & cū sit proportio lineæ b g ad h c, sicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cū sit proportio lineæ m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadē proportio g e ad c k, q̄ g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, qm̄ r est imago puncti e, linea enī d f, est linea reflexionis concurrens cum kathero c g, in puncto r & o, est finis contingentiæ, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, q̄ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, q̄ g r ad r o, erit ergo econtrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, q̄ r o ad g r, est ergo minor proportio linea o r ad g r, q̄ k l ad g l, ergo coniuncti m p 15. primi huius, minor proportio est o g ad r g, q̄ k g ad l g, sed k g est minor q̄ o g, ergo per 8. quinti, l g est minor q̄ r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q r, est linea curua, ergo imago lineæ h e, est curua, erit ergo probare quod imago lineæ

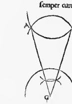


h e, rectæ sit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non sunt æquedistantes, concurrãt ergo, & erit cõcursus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto e, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, est ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiæ fuerit centrum uisus imago sensibiliter apparens intra speculum sphæricum conuexum uidetur semper curua.

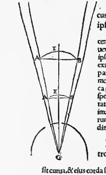
Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrũ uisus pũctum d, sitq́; hoc centrum uisus in superficie incidentiæ, quæ est a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet̃ semper curua, qa sensibiliter intra speculũ uidet̃, ducatur em̃ corda a b, palam'q; ex præmissis ꝓpositionibus, qm̃ imago cordæ a b, secundum omnem sui sitũ, respectu speculi uidet̃ semper curua, nisi solũ tunc qñ ipsa fit in katheto incidentiæ unius suæ extreminatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiẽs eius centrum, tunc em̃ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, esse ĩ katheto incidẽtiæ suaꝝ extremitatum est impossibile, cũ quilibet suoꝝ punctorum diuersum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ uidebit̃ imago arcus taliter dispositi in linea recta, qm̃ semp loca imaginũ diuersoꝝ punctorũ in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propositum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipsarum est intra speculum sphæricũ cõuexũ uel extra ipsum, conuexitati arcuum fit contraria secundum situm.

Esto qđ arcus a b respiciat secundũ sui concauũ uel conuexum centrum speculi sphærici conuexi, qđ sit punctum g, dico quod cõuexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̃ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundũ partem intra, secundũ partem extra, & secundũ partem in ipsa superficie speculi, loca em̃ imaginum punctoꝝ remotioꝝ à supficie speculi fuerint ꝓpinquiora centro speculi, & loca pũctoꝝ ꝓpinquoꝝ speculi superficiei fuerint remotiora à centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium à continuitate rerum, quaꝝ ipsæ sunt imagines, patet qđ conuexitas ipsarum imaginũ conuexitati ipsorum uisorum arcuum sit contraria secundum sitũ, prout etiã ostendimus per 43. huius, patet ergo propositum.



LX.

Imaginum curuarũ eiusdem arcus uisi remotioris à centro speculi sphærici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq́; centrum speculi g, dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, fit maior, & recedente ipsa angulus a g b, fit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro speculi fit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo fit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt

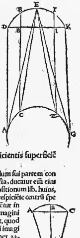
in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris à centro speculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, quoniam ipsa semper sit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & sit pars circuli minoris in recessu à centro, & secundũ quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo propositum.

LXI.

Omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.

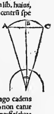
Esto speculum sphæricum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitq; ut loca imaginum istorum punctorum sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiæ existentibus ipsis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoq; reflexionis existentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearũ reflexionis sit perpendicularis super superficiẽ speculi, palam per 72. primi huius, quoniam ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omniũ linearum illarum reflexionis, & illi propinquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, quoniam illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior: idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, quoniam ducta perpendiculari linea à puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterũ imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & quoniam eodem modo est demonstrandũ de qualibet imagine apparẽte in superficie speculi, patet ergo propositum.



LXII.

Imago lineæ curuæ secundum eius concauitatem respicientis superficiẽ speculi sphærici conuexi nonnunquam uidetur recta.

Sit linea curua a b c, opposito speculo sphærico conuexo secundum sui partem concauam, dico quod nonnunquam imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur enim eius corda recta linea quæ sit a b, palam per plures præmissarum propositionum lib. huius, quoniam in aliquo situ imago ipsius lineæ rectæ uidetur curua curuitate respiciẽte centrũ speculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ sunt a & c, uidẽtur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipsi curuæ imagini lineæ rectæ sic subtendi corda intra speculum, Si itaq; hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsius arcus quæ est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordæ, ita quod eius situs uersi hinc inde sint similes, palã per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordæ ipsi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuæ lineæ a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphærici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concauum, cũ ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisæ & speculi perquirere



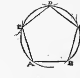
esset

esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modū semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut intersectione duorū circulorū inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua: & qđ ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis superficiebus planis cōcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarū. Si autē pponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cū ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nō eñ bene discernit curuitas nō magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nō bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphærici conuexi ex diuersis superficiebus sphærarū opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia eñ diuersarū sphæricarū superficierū diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphæricis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autē centra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersorū punctorū in partes diuersas protrahantur, & qm̃ à tota superficie fit reflexio, & pūcta reflexa, secūdū loca diuersificant, nō secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctorū aggregat & unit suarū ptium recipit inordinatū situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & fit extensio uniformis aliquarū suarū partium secundum uniformem extēsionem illarum superficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transuersum, secūdū qđ partes aliquæ supficiei speculi respiciunt diuersa centra diuersarum sphærarum, patet ergo propositum.



LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphærica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrū uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphærica conuexa contingentia puncta angulorū æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdē punctis, ut in puncto g, linea s k, & qm̃ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam p 20. quinti huius, qm̃ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt est qđ pponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphærici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam eñ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alij superficiei huius speculi

culi incidentes in aliquo unq̃ puncto possunt concurrere, sed disperguntur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq̃ corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combustibile possunt incẽdere, ut reflectũtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculorũ cõpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illorũ speculorũ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctũ, cũ aliorũ speculorũ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radiorũ uirtutis. Hæc aũt speculorũ compositio plus esset difficilis q̃ utilis, unde tali operi nos nõ dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

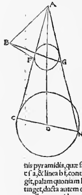
ORdinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphæricorum conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurrimus, nunc ad speculorum columnariũ & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ speculorũ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istorũ speculorum ex figuris illorũ præmissorũ speculorũ aliqualiter cõponunt. Speculũ eñ columnare cũ sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qm̃ pyramis fit ex transitu rectanguli, quod uno suorũ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum laterũ rectum angulũ continentium figitur, & alia duo modo præmisso quousq; ad locum unde moueri cœperũt circũducuntur. Vtrumq; ergo istorũ speculorũ, quia ex motu linearũ rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ causant speculorũ figuras cũ circulariter circũferuntur, in tm̃ hæc specula passiones circulares, hoc est sphæricas, quarũ origo est circulus, cõmuniter cõsequuntur, & hoc maxime in speculis colũnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istorũ speculorũ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cõmuni natura linearum rectarum, & motus accidũt in illis, hæc ergo specula posteriorẽ ordinẽ recipiunt à plana specula & sphærica conuexa. Prius uero de his speculis columnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quàm de quibuscunq; cõcauis & sphæricis, propter simplicitatẽ passionũ speculorũ cõuexorũ respectu concauorũ, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ꝓpositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quarũcũq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uisus perpendicularem, super superficiem speculi, & ad axem productam, & eadem dicit kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearũ reflexio ꝓcedit. Finis cõtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorũ secat lineã, in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in speculis sphæricis punctum uel lineã ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA L.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua linea recta à cẽtro uisus ducta cum axe speculi in uertice acutum angulum tenente à parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à centro uisus ad speculi superficiem solum fit reflexio ad uisum.



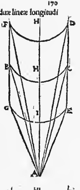
Hoc quod hic proponitur uniuersaliter conuenit speculo columnari conuexo, siue secundum angulum rectum siue secundũ acutum sibi incidat linea uisualis, semper enĩ sicut per 78. quarti huius ostensum est, minus medietate superficiei columnaris uisui occurrit, & ab illa solum fit reflexio ad uisum, hæc autẽ superficies speculi columnaris contenta est duabus superficiebus à centro uisus productis secundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius passionis idem est demonstrandi modus in utroq; propositorũ speculorũ, difficilius uero in pyramidalibus, sufficit exempli causa ꝓpositũ in speculis pyramidalibus demonstrari. Sit itaq; speculum pyramidale conuexum, cuius axis sit a d, & uertex a diameter basis c n, centrũ basis d, & sit hæc pyramis erecta super superficiem horizontis, ita quod non inclinetur super illam, & sit centrum uisus b, cõcurratq; linea b a, à uisus centro ad uerticem speculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipso angulum acutum, qui est d a b, dico quod solum à parte superficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet superficies contingentes ductas à centro uisus ad eandem superficiem, fit reflexio ad uisum, imaginentur enim superficiem à centro uisus prodeũtem, quæ secet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis sectio illius superficiei, & superficiei pyramidis erit circulus æquedistans basi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uisus ducanť duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint c f a, & n g a, palam itaq; quoniam superficies in qua sunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod secet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ est in illa superficie secabit circulum f g, & non continget, ducta autem est ad contingentiam, secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem cõtinget, & similiter ostendẽdũ est de superficie in qua sunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, superficies ergo pyramidis interiacens has duas superficies contingentes uisui occurret, & solum ab hac fiet reflexio ad uisum, quia ut per 16. secundi huius, ostensum est longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniẽs, quasi linea contingens est, patet ergo propositum, quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.

II.

Si à centro oculi ad lineas quæ sunt termini superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui duæ superficies reflexionis producantur, necesse est per ipsas ambas speculum contingi.

Verbi

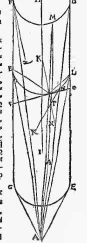
Verbi gratia, Sint conuexo speculo columnari quod sit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ sint d e & f g, sintq; illæ lineæ termini superficiei columnæ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa, & per 78. quarti huius, & sit centrum uisus a, productisq; lineis a d, a f, a g, a e, erunt superficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ superficies cõtingent columnam. Si eñ dicatur qđ altera ipsarum secat columnam, ut superficies a d e, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudinis d e, in qua cadit illa supficies, & similiter erit ꝓcedere si superficies a f g, secet columnam, & sit sectio super lineã f g. Sit ergo ut superficies plana pertransiens centrum uisus secet columnam æquedistanter basibus, eritq; per 100. primi huius, sectio communis illi superficiei & speculi circulus, qui sit b c, hæc ergo transit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum sint in illis superficiebus secantibus superficiem columnæ, secabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, q̃ sit illud quod sub lineis circulum b c, contingentibus à centro uisus puncto. f, a, ductis continetur, qđ est contra ea quæ declarata sunt in 51. quarti huius, & similiter de basibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnæ apparentis uisui, sed citra illas, quod est cõtra hypothesim. Eodem modo quoq; est de speculis pyramidalibus demonstrandum, & sequitur idem impossibile, q̃d prius per 84. quarti huius, quod est contra hypothesim, patet ergo propositum.



III.

Communis sectio omnium superficierum à uisu productarũ cõtingentiũ speculũ columnare conuexum, est linea transiens centrũ uisus æquedistanter axi illius speculi.

Quod hic ꝓponit̃, esto eñ axis speculi columnaris conuexi h k i, & basis superior columnæ circulus f d, cuius centrum sit h, & inferior basis circulus g e, cuius centrum i, & communis sectio alicuius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l, cuius cẽtrum k, cũ itaq; axis h i, qui orthogonaliter est sup basés, ut patet per 95. primi huius, sit etiã orthogonalis sup circulũ b l, per 100. & p 23. primi huius, & per eadẽ sint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales sup circulũ b l, superficies ergo contingentes columnam secundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt sup circulum b l, per 18. undecimi, ergo & super superficiem reflexionis secantẽ columnam secundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis sectio illarum superficierum contingentium columnã orthogonaliter erit super illam superficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum superficierum cõmunis sectio æquedistans erit axi columnæ q̃ super eandẽ supficiem est orthogonaliter erecta, secant aũt illæ superficies se in centro uisus, qm̃ centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de supficiebus planis speculum ꝓpositum cõtingentibus, & de supficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo ꝓpositum.



IIII.

Ad quodcunq; pũctum signatũ in superficie apparente speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta, illa ꝓducta necessario speculũ secabit.

Sit dispositio omnimoda p̃missæ, signeturq; in apparente uisui portione speculi, qđ est e d, f g, punctus q, & ꝓducat̃ linea a q, dico quod

to quod linea a q, ꝑducta necessario speculũ secabit, ꝑducatur eñ à puncto q, linea longitudinis colũnæ quæ sit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquedistans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexionis secet colũnã ultra punctũ q, secũdũ circulũ b l, per 100. primi huius, linea ergo q m necessario transibit per circulũ sectionis, qui est b l, secans ipsum in pũcto, sit ergo illud punctum p, ducatur'q; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uisus a, ad circulum b l, ꝑductas illũ cõtingentes, quæ sunt a b & a l, palã qa secabit circulũ, ergo etiã supficies à cẽtro uisus ad speculi superficiem ꝑtensa, in qua sunt lineæ a p & a q, secabit speculũ, qa illa superficies secabit supficiem columnaris speculi secundũ lineã longitudinis, quæ est m q, palã ergo qm linea a q, ꝑducta secabit speculũ: eodẽ modo patet de q̃libet alio dato puncto in speculis q̃q; pyramidalibus cõuexis eodẽ modo demonstrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctũ quẽcunq; in illius speculi supficie datũ, palã est ergo ꝑpositũ.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparentis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum, secat superficies à uisu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, oẽs'q; illæ superficies inter uisum & speculi supficiẽ extendunt.

Maneat superior dispositio, cõtingat'q; aliqua supficies plana supficiẽ apparentẽ speculi secundũ lineã longitudinis, q̃ est m o, p 95. primi huius, ducatur'q; supficies reflexionis quæ sit a b l, & in ea ꝑducat linea cõtingens circulũ b l, in puncto p, quæ sit s p t, palã ergo qd' linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat eñ linea p l, quia ergo linea s p t, secat angulũ a p l, patet p 29. primi huius, qm ipsa secabit lineã a l. Similiter ducta linea p b, patet qd' linea s p, secabit lineã a b, palã ergo, qm lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, est in superficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis m o, linea uero a l est in supficie cõtingente columnã secundũ lineã longitudinis d e, quæ est extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝑpositũ primũ. Sed & oẽs tales supficies, qualis est supficies in qua est linea s t, inter uisum & speculi supficiẽ, & nõ extendunt, & de speculi quidem supficie patet, qd' sint illæ supficies cõtingentes ipsam speculi superficiẽ, & non secantes illã, sed & patet de centro uisus. Sit eñ punctũ n, ꝑximũ punctũ signabile sub pũcto l, in arcu l b, & imaginet aliqua supficies cõtingens supficiẽ columnæ in linea longitudinis, in q̃ sit pũctus n, hoc ergo necessario secabit supficiẽ reflexiõis q̃ est a b l, qm est orthogonalis super illã per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiã undecimi supficiei reflexionis, q̃ a b l, & dictæ superficiei cõmunis sectionis linea recta, q̃ sit n r, palam ergo per p̃missã, qm linea n r cõtingit circulũ b n, in puncto n, sed punctũ n demissius est puncto l, ergo cõtingens linea quæ n r, erit demissior linea cõtingente q̃ est a b, per 60. primi huius. Nõ ergo ꝑtinget linea n r, ad punctũ a centrum uisus. Eodẽ modo demonstrandũ in alijs quibuscũq; superficiebus taliter cõtingentibus supficiem apparentẽ speculi colũnaris. Similiter q̃q; demonstrandũ est de supficiebus cõtingentibus specula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem speculi idẽ speculũ secundũ lineam suæ longitudinis necessario est cõtingens.

Hoc patet per modũ secundæ huius, qm eadem huius & illius est demonstratio. Sit eñ resumpta figura p̃cedẽtis supficies reflexiõis g a f, in qua sit linea z f, cõtingens columnam uel pyramidẽ in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ est g f, dico q̃d illa superficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si deẽ q; illa superficies columnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Oppsito

VII.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cõmunis sectio supficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linia longitudinis speculi, & si illa communis sectio sit lineæ lõgitudinis superfiices reflexionis secat speculum per axem.

Sit speculũ columnare conuexũ, cuius axis sit h i, cuius superficies appatens uisui sit e d f g, sitq́ a centrũ uisus, & b punctũ uisum, secetq́ supficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, necessario sunt pũcta a & b, ipsum speculũ secũdum axem h i, dico qđ cõmunis sectio illius supetficiei reflexionis & supficiei e d f g, est linea longitudinis speculi, qm̃ enim per 93. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei planæ & supficiei totius colũnæ speculi est quadrangulũ rectangulum sub duabus lineis longitudinis & duabus diametris basiũ columnæ contentũ, cum superficies reflectionis transeat per centrum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparẽs uisui, per primã huius, patet quod cõmunis sectio illarũ duarũ superficierũ, erit linea una longitudinis, quæ est unũ latus illius trianguli, quod est cõmunis sectio illius superficiei planæ, & superficiei totius columnæ. Sic quoq́ patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, qm̃ cõmunis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicæ speculi uisui apparentis, sit unum latus illius trigoni, quoniã est communis sectio huius planæ superficiei, & totius superficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propositum.

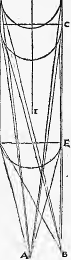
VIII.

Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis speculum secundum axem secantẽ, est erecta, ut quæ secundũ cõmunem sectionem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem apparentem speculi per æqualia diuidentem speculum est contingens.

Sit speculum columnare conuexũ, cuius apparens uisui superficies sit, e d f g, & axis h i, sitq́ centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum secundũ axem secantis & speculi, sit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs supficiẽ e d f g, cõtingãtq́ supficiẽ speculi supficies planæ q̃tcũq́, dico qđ unica illa quæ secũdũ lineã longitudinis m o speculũ cõtingit, erecta est sup illã supficiem reflexiõis, & qđ oẽs aliæ super ipsam sunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos est angulos cõtinens cũ semidiamitris basiũ colũnæ & simul cũ semidiametris oĩm circulorũ basibus illis æquedistantiũ secantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoq́ per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles sunt semp ipsam supficiẽ cõtingentẽ speculũ necessario trãseũt per axẽ speculi, oẽs uero illæ ppendiculates cadunt in superficie speculũ secundũ axẽ secante, ergo per diffinitionẽ illa superficies contingens est erecta sup superficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ superficies dictã superficiẽ speculi secũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquæ, aliter enim illæ supeficies contingentes se necessario intersecarent, si ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, est communis sectio illarum superficierum, duæ lineæ in illis superficiebus contingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa superficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt prottacti illius trigoni duo anguli recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contingentium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectione speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstratio formari, patet ergo propositum,

IX.

Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnæ, & punctus rei uisæ sit cum uisu in eadem superficie æquedistanti basibus columnæ, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ.



Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit h i, & basis superior circulus f d inferior basis circulus g e, & sit cētrum, uisus punctum a, & punctum rei uisæ sit b, sitq́ speculum directæ uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflexionis quæ sit a b c z, secabit superficiē propositi speculi, taliter quod communis sectio quæ sit c z, erit circulus æquedistanter basibus speculi, hoc enim patet ex hypothesi, & per 100. primi huius, uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uisu contingentes speculum, quæ sint a z & a c, sintq́ z & c puncta contingentiæ opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroq́ illorum punctorum ducantur lineæ secundum longitudinem columnæ, quæ sint d c e & f z g, & quoniam linea d c, est æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypothesi & per 25. primi huius, propter æquedistantia basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei & speculi, æquedistabit arcubus basiū, quæ sunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquedistantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eisdem sunt superficiebus, erunt æquedistantes & sunt circulares, quoniam sunt æquedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

X

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnæ uel pyramidis superficie reflexionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in præmissis speculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis sit linea h i, & superficies eius apparens uisui sit e d & f g, sitq́ centrum uisus punctum a, & punctus rei uisæ b, secetq́ superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non æquedistanter basibus columnæ, dico quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi uisui apparentis est pars oxigoniæ sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet ꝙ omnis superficiei secantis columnā uel pyramidem transaxem non æquedistanter basibus & superficiei totius pyramidis uel columnæ communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiā lineā longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana nō secet pyramidē uel columnam, secūdū axis longitudinem, patet ꝙ communis sectio superficiei reflexionis, quæ plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositæ uisui, non poterit esse arcus circuli, neq́ linea longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniæ, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planæ secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

Com-

XI.

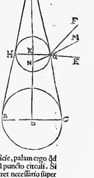
Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cõtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æquediſtantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ ſuperficierũ erectarum ſuperficierum ſunt ſuperficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cõuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq; axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq; centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centtum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto quod teflectatur forma puncti f, ad uiſum e à puncto ſpeculi g, ſitq; circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq; per 100. primi huius, circulus g h æquediſtans baſi b c, producatur ergo à pũcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis oblique ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquediſtanris baſi nõ orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliq̃ puncto axis, qui ſit punctũ n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulũ g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi. ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo quod formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio à puncto ſpeculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis , impoſſibile eſt reflexionẽ fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctus rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus, quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝑpendicularis ſuper illũ circulũ per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiẽ reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pũctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſuꝑficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliũ accidit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quãdoq; ſolũ unã, quandoq; plurimas ad eundẽ uiſum poſſibile eſt applicari.

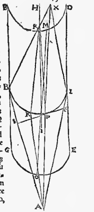
Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tũc ſolũ unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis fit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniã quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itaq; per 6. huius, quoniam ſu-

perfi-



perficies reflexiõis taliter secans speculũ columnare uel pyramidale secat ipsum secundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis secundum quam illa superficies reflexionis secat speculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit superficiem speculi e d f g, uisui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, quod illa superficies reflexionis est orthogonalis super superficiem contingentem columnam in linea m o, si ergo in linea m o signetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in superficie speculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquedistantẽ basibus, qui sit b l, erit quoq; linea a p ꝑpendicularis super lineam t p s, quoniam ducitur in superficie super illam superficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta transit centrum circuli b l, quod sit x, ducãturq; lineæ a b & a l, quæ sunt æquales per 58. primi huius, copulentur quoq; semidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula ꝑ 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, sed arcus l p b, est æquedistans basibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes superficiem speculi uisui apparentem æquedistant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & ꝑ 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia basis columnæ, est autem linea m o in superficie reflexiõis, palam ergo quod illa superficies reflexionis diuidit superficiem speculi apparentem uisui per æqualia, & quoniam in speculo pyramidali siue unica siue plurimæ sint illæ superficies reflexionis, ut patet per præmissam, semper eadem est demonstratio, patet ergo propositum.

XVI.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem secante per 7. huius, in hoc autem situ superficies reflexionis quæ est a h i, secat superficiem e d f g apparentem uisui per duo æqualia, ut patet per præmissam huius, aut superficies transiẽs per axem h i, est unica, patet quod huius solius & superficiei speculi communis sectio, est linea longitudinis speculi. Si autem dicatur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficiei speculi est linea longitudinis speculi, ergo per 7. illa superficies secat speculum secundum axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, & ducatur in proposita superficie reflexionis superficiem apparentem speculi per æqualia secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includent superficiem, quod est impossibile, patet ergo propositum. Vnica enĩ potest imaginari superficies in qua sunt axes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

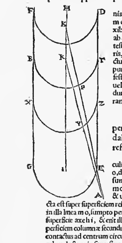
Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari conuexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ.

Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea

perpendicularis erecta sup superficiẽ cõtingentem speculũ in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnæ æquedistantis, & nõ potest esse in superficie columnæ nisi unus circulus æquedistãs basibus colũnæ, quæ cũ centro uisus sit in eadẽ superficie, palam quia omniũ superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cõuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ. Si eñ dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficierum & superficiei speculi linea quæ sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum sint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uisus ad illa puncta, palam ergo per æquedistantiam basium ad istas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti, linea enim h r, cum sit pars lineæ h i axis columnæ, sicut est recta super bases columnæ p 92. primi huius, ita & super superficies circulorũ illis basibus æquedistantiũ per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circulorũ est perpendicularis, sunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadẽ portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cõmunis sectio superficiei reflexionis æquedistantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundũ partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum pũctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorũ fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarium uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpẽdicularẽ super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi hui9, patet ergo ꝓpositũ.

XIX.

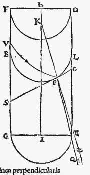
Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, ꝙ secet superficiem speculi secundũ lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erũt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnæ secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circulum ductam in superficie columnam contingentem, superficies ergo m o, h i, est erecta sup superficiem in linea m o speculũ contingentẽ, sed centrum uisus est in superficie orthogonali super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus & linea

linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o, quoniam dato opposito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie.



Fiat figuratio ut in 17. huius, & signetur quodcunq; punctũ placuerit in circulo b p t, palam, quoniã semper semidiameter illius circuli, ducta à pũcto k, cẽtro illius circuli b p t, erit perpẽdicularis super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primã undecimi. Est aũt illa sũpficies educta extra columnam superficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a, similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis suæ uisæ, quod est propositum.

XXI.

Omnis perpendicularis à pũcto reflexionis superˢ speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli æquedistantis basibus columnæ, & econuerso.

Sit dispositio figuræ ut prius, Sitq; pũctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis uel circulus uel sectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p, quæ sit p q, dico quod linea p q intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem esse super lineam s t, cõtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, est linea s t, cum & linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipsarum angulum rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto p superficiei contingentis duas erigi perpendiculares super illam superficiem, quod est contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra speculum, si ipsa uero pertingat ad punctum q, sit ut ipsa pertingat ad punctum z, extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum p z & perpendicularem q p, eandem superficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quacunq; linea existente, formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto illius lineæ, sicut de speculis planis ostensum est per 45. quinti huius, si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in speculis sphæricis cõuexis ostensum est per 16. sexti huius, si uero illa communis sectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrandum, fiat ergo dispositio figuræ ut in præmissa ꝓxima, sitq; pars columnaris sectionis linea, quæ est p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uisum in illa ſupficie, dato eñ quocunq; pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta super superficiẽ colũnæ, orthogonalis, est ſup lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ transeuntis, quare & super axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquedistãtis basibus speculi ꝑ præmissam, et ſupficies reflexionis & circulus ille secat se, & linea eis communis est diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa est perpẽdicularis ſup ſupficiẽ speculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſupficies reflexiõis est secãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſup quã fit cõtingẽtia, & est declinata ſup eã ergo & ſup axẽ erit illa ſupficies reflexionis declinata, sed in ſupficie planã ſup aliquã lineã declinata, ut specialiter patet de sectione oxigonia per 112. primi huius, non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineã uel in ipsum axẽ, qm̃ linea terminãs illã ſupficiẽ, in uno tantũ puncto secat illã lineã ſup quã ſupficies declinatur: ab uno itaq; puncto tantũ illius sectiõis fiet reflexio. Si eñ à duob9 punctis illius sectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uisum, sequeretᷣ q̃d in eadẽ ſupficie illius reflexionis, essent duæ lineæ illius superficiei orthogonales ſup axẽ columnæ, qđ esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexions cadit in circulum æquedistantem basibus columnæ in punctum axis, & est cõmunis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaq; fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquedistantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet superficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ superficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem superficie respectu eiusdem uisus, quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio à duobus punctis superficiei speculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ est perpendicularis super ipsam sectionem, ita tamen si diameter illa sit æqualis distãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uisu hæc fieri non potest, quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnæ speculi per 78. quarti huius, patet ergo propositum, quod nos demum particularius prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunq; linea cũ sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisus.

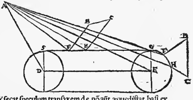
XXIII.

Linea uisa non existente in eadem superficie in qua est centrum uisus & axis speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel bassior cẽtro uisus, siue reflexio fiat à linea longitudinis speculi siue à circulo, semper fiet secundum oxigonias sectiones superficiem speculi secundum puncta illarum linearum continua secantes.

Sit linea uisa siue sit recta siue curua, quæ b c, & sit centrũ uisus a, sitq; axis speculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducãturq; lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius superficie nõ sit linea b c, sed extra illã, siue secet trigonũ a d e siue nõ, secet ipsum, fiatq; lineæ b c reflexio ad uisum a, à ſupficie speculi propositi, palã aũt quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti nõ potest ꝑ 29. quinti huius, dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a, à linea longitudinis speculi, quæ sit s g, ut si linea b c æquedistet axi d e, & superficies in qua est linea b c secet speculum

transaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Secetq; superficiem in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita q communis sectio illarũ superficierũ sit axis d e, fiet tñ reflexio ad uisum secundũ oxigonias sexiones, cuius fiat à linea longitudinis speculi, quæ est s g, palam eñ per 27. quinti huius, qm̃ in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrum uisus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, à puncto speculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaq; punctus b, lineæ b c, non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suæ reflexiõis quæ est a f b, secat superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secat ergo ipsam secũdũ lineam a f, & secat speculum transaxem d e, nõ aũt æquedistat basi ex hypothesi, qm̃ illa linea uisa quæ b c, nõ est in superficie a d e, sed extra illam, superficies ergo b f a, quæ est superficies reflexionis transuersaliter secat axem d e, qm̃ linea uisa est altior uel bassior cẽtro uisus ex hypothesi, cõmunis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonia sectio. Similiterq; est de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uisus a, à linea longitudinis speculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigoniam sectionẽ. Similiterq; demonstrandũ, si superficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc eñ cõmunis sectio superficiei incidentiæ lineæ b c, & superficiei speculi, fiet circulus æquedistans basi speculi, p 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli æquedistantis basi speculi, q̃libet tñ superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaq; omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio secundum oxigoniam sectionem. Si tñ aliquis punctorũ lineæ b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie æquedistanter basi speculũ secante, illius solius reflexio fiet secundũ circulũ aliorum uero omnium punctorũ reflexio fiet secundũ oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.



XXIIII.

In omni superficie reflexionis à speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

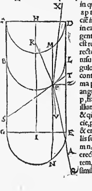
Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta. etsi superficies reflexionis secet speculũ secundum lineam suæ longitudinis, palã per 7. huius, q̃d totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, est in superficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si aũt cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc sectio declinis est super axem columnæ, intersecans axem in puncto cui incidit perpendicularis, ducta à puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in puncto sectionis

nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus, siue oxigonia sectio, à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq́ x punctus rei uisæ, Dico q̃d à puncto p, potest fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit eñ primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisa, quod est x, & centrum uisus a, & punctũ à quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundũ axem, h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ quæ sit m p n, ducat̃ itaq́ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis sup̃ lineam m n, per undecimã primi, quæ sit p r z, & super pũctũ p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ sit z p q, Si itaq́ centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cũ angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, q̃m à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uisum a, existentẽ in linea p q, q̃d si sup̃ficies reflexiõis secet colũnã speculi æq̃distanter basib9, palã, q̃a cõis sectio erit circul9 p 9. huius, fietq́ itẽ à pũcto p, reflexio ad uisum, ducat̃ eñ p 102. primi huius, circulus æq̃distãs basib9 columnæ transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrũ sit k. in cuius superficie extensa extra speculũ si fuerit punctũ uisum, & ducatur linea x p, quæ p̃ducta si transeat centrum circuli k, palam cũ axis columnæ h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100. & per 23. primi huius, q̃m & ipse axis b k i, orthogonalis erit super lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurret. Si uero linea x p, p̃ducta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃missis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis sup̃ lineam longitudinis, quæ est m p, & per 29. primi, erit ergo k p p̃pendicularis super superficiem contingentẽ columnam super lineã longitudinis m p, in qua ducatur linea contingens circulũ b p l, in pũcto p, quæ sit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter super illam superficiẽ in punctũ u, sitq́ ut prius centrũ uisus q̃d est a, in linea q p, in eadẽ superficie circuli, & q̃m in illa superficie circulũ contingente est linea s t, erit angulus k p r rectus, ergo & angulus s p u est rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, est minor recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est obtusus, rescindat̃ ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, q̃m à puncto p reflectet̃ forma puncti x, ad punctũ a, centrum uisus, quod si linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius sup̃ punctũ p, tm̃ lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q́ illum angulum continentẽ posito centro uisus a, patet p̃positũ, & q̃m perpendicularis k p u, & cũ puncto a, in eadem superficie, per p̃missam erit linea a p, in eadem superficie cũ linea x p, & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogonalis super superficiem speculum contingentem secundũ lineam m n, q̃m perpendicularis p u, quæ est in superficie reflexionis erecta est sup̃ sup̃ficiem secundũ lineam m n, speculũ cõtingentem, & est in ea circulus b p t, æquedistans basibus columnæ, & similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta super ficie

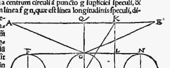


ficie speculi. Idem quoq; patet si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonia per 10. huius, q̃m ut ostendimus in 21. huius, patet q̃d semper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiẽ speculi æquedistãtem basibus columnæ, ductaq; linea in puncto dato speculũ secundũ oxigoniam sectionẽ contingentem, & ꝓducta illa perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrũ uisus, cadant in eandem perpendicularẽ, uel in lineas in eadẽ superficie cũ perpendiculari existentes, & æquales angulos cũ ipsa continentes, fiet secundum ꝓmissa reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cõi superficiei reflexionis & sũpficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno tantum puncto totius superficiei speculi ad unum uisum fit reflexio.

Esto speculum columnare conuexũ, cuius axis sit c e, sitq; superficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat̃ ad a centrum circuli à puncto g sũpficiei speculi, & sit cõmunis sectio superficieꝝ istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, dico quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, q̃ à puncto d, ducatur eñ à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnã secundũ lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, ꝓductam inter punctũ uisum & centrũ uisus in pũcto q, palam p 21. huius, q̃m hæc linea g q, producta intra speculũ secat ipsum transaxem c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, q̃m axis e d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctũ e, erit in illa superficie, cũ itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d. palam qđ à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrũ uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nõ potest fieri reflexio ab alio puncto, q̃ ab uno solo puncto. f. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficiei totius speculi, quod est propositum.



XXVII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi cõmuni sectione existente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiei totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, q̃m hac hypothesi existente superficies reflexionis a b g, erit æquedistans basibus columnæ, circulus quoq; qui est cõmunis sectio superficiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans basibus columnæ sit g h, cuius centrũ sit punctum e, dico quod à circulo g h, quæ est cõmunis sectio superficiei a b g, nõ potest fieri reflexio formæ b ad a uisum, nisi ab uno tantũ puncto g, patuit eñ per 16. sexti huius, quia in speculis sphæricis conuexis à circulo super quem fit reflexio, nõ potest fieri reflexio nisi ab uno tantũ puncto, ergo nec in istis speculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad uisum, nisi ab uno tantum puncto quod sit g. Si uero datur quod ab alio puncto speculi huius, ut à puncto l, similiter fiat reflexio sicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis super superficiẽ columnæ, hæc ergo ꝓducta cadet orthogonaliter super axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, qđ sit l, Similiter quoq; linea l k.

ut patet

utpatet ex præmissis secabit lineam a b, ꝓductam inter punctũ rei uisæ & centrum uisus, secetq; ipsam in puncto k, quod siue fuerit idẽ cũ puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq; linea k e, orthogonalis super axem c d, q̃m est in superficie reflexionis orthogonaliter axem c d secantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cũ linea e i, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pũcto superficiei totius circuli alio q̃ à puncto g, & hoc est ꝓpositũ.

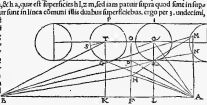
XXVIII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi fit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cõmunis sectio cũ superficie speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in supficie speculi punctũ g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico q̃m forma puncti b, nõ reflectitur ad centrum uisus a, ab aliq̃ pũcto totius supficiei speculi, nisi à pũcto g, ducat̃ em̃ à pũcto a supficies æquedistans basibus columnæ secans speculũ secundum circulũ, qui sit e z l, quod si fiet, ꝓducta em̃ à puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiẽ columnæ, quia erit ꝑpendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, q̃m superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransire super supficiẽ speculi erit orthogonaliter erecta, & q̃m per 4. undecimi, axis speculi erectus est sup illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, q̃m illa supficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipsa secet superficiem columnæ æquedistanter basibus, patet quod ipsa secat secundũ circulũ qui sit e z l, cuius cẽtrum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur supficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculũ secundũ circulũ s g p, cuius centrum sit t, & in isto circulo ducatur ab axe linea ad punctũ g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis super superficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea q̃q; t g, ꝓducta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uisæ ducatur linea ꝑpendicularis super superficiẽ secãtem speculũ secundũ circulum e z i, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducant̃ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in supficie illa ad axem speculi linea z q, eritq; hæc linea z q, ꝑpendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendicularis super supficiem cõtingentẽ speculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiẽ necessario diuidit angulum h z a, eo quod cõcursu linearũ h z & a z, orthogonaliter ꝓducatur sup superficiẽ contingentem, cui superficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝓducta linea z q, cõcurret cum linea a h, quæ subtendit̃ angulo i z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico q̃m forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, à puncto speculi z, ducatur em̃ à puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utiq; per secundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum qua sua æquedistans cõcurrit, sunt em̃ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficie reflexionis, sit ergo punctus cõcursus linearũ b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, q̃m linea g z, æquedistat lineæ b h, cũ utraq; ipsarũ orthogonalis sup supficiem e z i, æquedistantẽ basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficie, cũ secet illas duas lineas æquedistantes. In supficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l,

est

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt em̄ lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex p̄missis, & linea t g ꝓducitur in punctũ k, & linea q z æquedistans lineæ a m. Sunt ergo per secundã primi huius, lineæ l z & a m in eadem superficie, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̃ tria puncta m z h, sunt in eadem superficie in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l, z m, sed iam patuit supra quod sunt in superficie m b h, igitur sunt in linea cõmuni illis duabus superficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est linea recta. Cũ itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesi, erit p 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, p 29. primi est æqualis angulo a m, cũ sit extrinsecus ad illũ, & linea k g æquedistet lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextã primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex p̄missis, erit linea g z, orthogonalis sup quãlibet lineã superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimã primi, quadratũ lineæ m g, æquale quadratis duabus linearũ m g & g z, & similiter quadratum lineæ a g, est æquale quadratis linearũ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cõmuni, qđ est quadratũ lineæ g z. Relinquitur quadratũ lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angul9 z a m, est æqualis angulo l z a, per eandẽ 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̃ ad a centrũ uisus à puncto speculi, qđ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̃ quod ab illo puncto g, potest forma pũcti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctũ aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat̃ à dato puncto lineæ g z, qđ sit d, linea perpendicularis super lineã g z, quæ ad utramq; partẽ ꝓducta sit linea o d f, & copulent̃ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineã a b, & erit æquedistãs lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctũ d, necessario cõcurret cũ linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficie, q̃m lineæ d f & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctũ m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineã b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, q̃m tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̃ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius ꝓbatum est de linea m z, q̃m em̄ puncta n z h, sunt in duabus planis superficiebus, ergo sub nullarum cõmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primã undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad



uisum a, nō à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in superficie speculi ab illo possit flecti forma pūcti b ad a uisum, ducatur sup illud punctū speculi linea longitudinis speculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quē cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundū ꝑdictā ꝓbationē, sed iam ꝓbatum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita formæ eiusdem pūcti h, ad eundem uisum a, à pūctis duobus unius circuli fiet reflexio, quod est contra 16. sexti huius, et impossibile. Superest ergo ut à solo puncto speculi propositi reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam enim quia si communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio nisi ab uno tantum puncto, quoniam ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quē cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineā longitudinis speculi per punctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, quoniam linea longitudinis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autē illa perpendicularis cōmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedistanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superficies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli super periferiā circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigonia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrū, quæ est perpendicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariū, ut ī illa sectionis superficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cū unus uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius, quod duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ maior est quàm distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq; propositum.

XXIX.

Oxigonia sectione existente cōmuni supꝑficiei reflexiōis & speculi colūnaris cōuexi dati pūcti uisi, ad datum centrū uisus punctū reflexiōis inueniri.

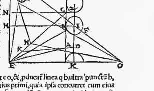
In omni sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphæricis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonia qualis proponitur, sit rei uisæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inuenire punctum reflexionis, ducatur enim à puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit columnam super circulum qui sit e z i, & ducatur à puncto b, perpendicularis sup hanc superficiem per 11. undecimi, quæ sit b h, & per 20. uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphæricis cōuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uisum a, qui sit punctus z, & à puncto z, per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit z g, & ducatur linea h a, & à puncto z, ducatur perpendicularis super lineam h a, per 12. primi, quæ sit z l, & huic ducatur æquedistans à puncto a, per 31. primi, quæ sit a m, & linea h z, producatur usq; quo concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam z g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æquedistans lineæ g z, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g z, sunt perpendiculares super eandem superficiem e & i, æquedistantē basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illarū per septimā undecimi, & ita linea m b, erit in eadē superficie, quæ secat lineam z g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia pluraq; alia patent per ea quæ dicta sunt in ꝑcedenti demonstratione, & hoc est ꝓpositū, quod secūdū hūc modū cuiuslibet dati pūcti ad datū uisum pūctus reflexiōis poterit īuenire.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi uisu non existente in eadē superficie, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi colūnaris conuexi, linea 3 k, & sit linea uisa axi æquedistans, quæ t h, eritq́ centrū uisus e, extra superficiem t h, 3 k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est cōmunis sectio superficiei t h, 3 k, & superficiei speculi, & quia uisus e, nō est ī superficie t h, 3 k, sit superficies per ipsum uisum transiens secans columnā speculi æquedistanter basibus, eritq́ hæc superficies secans columnam secundū circulum per 106. primi huius, qui circulus sit b f, palam ergo cū linea h t ex hypothesi æq̃distanter axi 3 k, qđ aliquis eius pūctus reflectit̃ ad uisum e, ab aliquo puncto circuli b f, sit ergo hoc à puncto b, punctus quoq́ lineæ t h, qui reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, sit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ sit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens super axem 3 k, in punctum l, quæ ꝑducta ad lineam q e, secabit ipsam ꝑ secūdā primi huius, qm̃ illæ duæ lineæ æquedistant, ut patet ex præmissis, qm̃ sup̃ficies e q b, est sup̃ficies reflexionis, patet qđ punctū b cū linea e q, est in eadē sup̃ficie, secet ergo linea b l, ꝑducta ipsam lineam q e, in puncto m, & sit linea m l, ducaturq́ à puncto e, linea æquedistās lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ sit e o, & ꝑducat̃ linea q b, ultra punctū b, q̃ quia cōcurrit cū linea m l, palā per secundā huius primi, quia ipsa concurret cum eius æq̃distante, q̃ est linea e o, sit ergo punctus cōcursus o, palā aūt per 20. quinti huius, qm̃ angulus incidentiæ, q̃ est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a. anguli uero m b g & m b a, sunt æquales, q̃a recti. Relinquit̃ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q̃ est e b m, sed per 29. primi, angulus q b m, est æqualis angulo b o e, q̃ncq́ extrinsecus intrinseco est æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis est angulo b e o, quia coalternus est, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̃ le lateri b o. Sumat̃ aūt & alius punctus in linea r h, qui sit punctus c, & ducat̃ linea t a, quia ergo linea t h, æquedistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g, per 30. primi, ideo qđ utraq́ illarū est æquedistans axi 3 k, palā ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, sunt in eadē sup̃ficie cum linea t h & 3 k, axis sint in eadem sup̃ficie, ergo per 7. undecimi, linea q b o, secans illas lineas æquedistantes, quæ sunt t h & a g, est cū illis in eadem superficie, & similiter linea t o, est in eadē sup̃ficie cū illis, per 1. undecimi, sunt eñ puncta t & o, in dicta sup̃ficie, secabit ergo linea t o, lineā a g, sit pūctus sectionis g, & ducat̃ linea e g & e t, q̃a itaq́ a g, q̃ est linea lōgitudinis speculi est ꝑpēdicularis sup̃ sup̃ficiē circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis 3 k, cui æquedistat linea a g, perpendicularis est super eandē circuli superficiē per 23. primi huius, cū ipsa sit perpendicularis super basem columnæ, ꝑ 92. primi huius, superficies aūt circuli b f, est pars superficiei e o b f, hæc eñ superficies secat columnā æquedistantē basi, ut patet ex p̃missis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ sup̃ sup̃ficiem erectæ angulus g b o, est rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratū lineæ g o, ualet ambo quadrata linearū g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata linearū g b & b e, & qm̃ ostensum est qđ lineæ b e & b o, sunt æquales, erunt ipsarū quadrata æqualia, & quadratū b g utriq́ est commune, erit ergo quadratū lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̃ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq́ g, ducat̃ ꝑpendicularis super axem speculi, qui est 3 k, per 12. primi, quæ sit linea g 3, & hæc ꝑducta ultra punctū g, ad lineā t e, sit 3 g n, eritq́ linea 3 n, æquedistans lineæ l m, per 28. primi, qm̃ lineæ n 3 & l m, ambæ sunt perpendiculares super axem 3 k, sed & linea e o, æquedistat lineæ l m, ut patet ex p̃missis, linea ergo 3 n, æquedistat lineæ

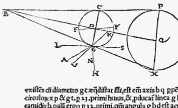


e o, per 30. primi, erit ergo per 29. primi, angulus t g n, existens extrinsecus æqualis angulo g o e, intrinseco, & angulus n g e, æqualis angulo g e o, quia sunt coalterni. Sed angulus g e o, ostensus est esse æqualis angulo g o e, ergo angulus t g n, est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o, & linea n g 3, sunt in eadem superficie in qua est punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g, per 1. undecimi, forma ergo puncti t, reflectitur ad uisum e, à puncto speculi g, ut patet per 20. quinti huius, ꝑpter æqualitatem angulorum t g n, & n g e. Sumpto aūt in linea t h, puncto h, eiusdē distantiæ à puncto q, & à centro uisus e, cuius est pūctus t, & dicta linea h o, transibit hæc per lineā longitudinis speculi, quæ est a g, sit punctum transitus a, & ducta à puncto a, linea ꝑpendiculari super axem 3 k, quæ sit a d, & q̄ ꝑducta ad lineam h e, sit d k, & ducta linea e a penetrabit sicut prius, q̄a duo anguli a b e & a b o, sunt recti, & latera a e & a o, sunt æqualia, fiuntq; ut prius duo anguli h a k, & e a k, æquales, forma ergo puncti h, ut supra patuit, reflectit̄ ad uisum e, à puncto speculi a. Similiter quoq; sumpto quocūq; puncto lineæ t h, erit ꝓbare qđ ille punctus reflectit̄ ad e, ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g, tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quæ est a g, ad uisum e, qđ est ꝓpositū. Et notandum est, qđ in hac dispositione figuræ punctum q, lineæ t h, est medius punctus illius lineæ, & est in eadem superficie cum centro uisus e, ꝑpter qđ puncta t & h, æqualiter distant à uisu, & similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a, ꝑpter quod patet, quod lineæ g b & g a, sunt æquales, & tota dispositio figuræ fit secundū illū, quod si uisus sit inferior tota linea t h, quod fit reflexio à linea a g, prout secat plurimas oxigonias sectiones, ut patet per 13. huius, alias uero qn̄q; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi, à quolibet pūcto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

Esto speculū pyramidale conuexū b x p, cuius uertex sit b, & diameter basis x p, sitq; centrū basis q, erit ergo linea b q, axis ipsius speculi. Sit quoq; q̄cunq; datus punctus in ipsius superficie apparente punctus g, & sit centrū uisus a, & punctus rei uisæ sit n, dico qđ forma puncti n, reflecti potest à puncto g, ad uisum a: si fuerit in situ cōuenienti reflexiōi, circūducat̄ em̄ ꝑ 102 primi huius, à pūcto g circulus pyramidi speculi æquedistans basi x p, cuius cētrū sit d, & cuius diameter sit g c, semidiameter g d, q̄ necessario erit ꝑpendicularis sup axem b q ꝑ 29. primi, eo qđ e x q, semidiameter basis speculi est ꝑpēdicularis super eandē axē b q, sicut & alia semidiameter basis in eadē sup̄ficie



existēs cū diametro g c æq̄distat illi, est em̄ axis b q ꝑpēdicularis sup superficies amborum circulorum x p & g t, ꝑ 23. primi huius, & ꝑducat̄ linea g b, à dato puncto g, ad uerticē pyramidis b, palā ergo ꝑ 32. primi, qm̄ angulꝰ g b d est acutus, & similiter angulꝰ b g d, est acutus, cū angulꝰ b g d, sit rectus, in sup̄ficie q̄q; trigoni g b d, sit linea reflexiōis, q̄ est a g, ꝑ 7 huius, & ex hypothesi erūt lineæ reflexionis a g, & longitudinis b g, & axis b d q in eadē superficie, & qm̄ angulus b g d est acutus, fiat ꝑ 23. primi, angulꝰ b g k, rectꝰ, ꝑducta linea g r, ad axē, eritq; r g linea perpēdicularis sup lineā longitudinis, q̄ est b x, eritq; g r līea in eadē superficie cū alijs laterib9 trigoni b g r, ꝑ 2. undecimi, à pūcto q̄q; g, ducat̄ līea cōtingēs circulū ꝑ 16. tertij, q̄ sit līea l g s, eritq; ꝑ 27. tertij, linea l g s perpēdicularis sup diametrū g c, ducaturq; alia diameter circuli g c, perpendicularis super

diametrum

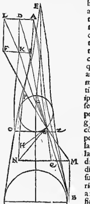
diametrum g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimã primi, & sit f k, eritq́ʒ sicut p 19 diameter f k perpẽdicularis super axẽ b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpẽdicularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q, eritq́ʒ diameter f k æquedistãs lineæ contingenti circulum, quæ est l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c, quæ est s g l, perpẽdicularis est super superficiẽ in qua sunt diameter g c & axi e l q, ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ erectæ, angul9 l g r, est rect9: si ergo imaginemur superficiẽ contingẽtem pyramidẽ, in qua sit linea l g s, contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g, erecta est super illã superficiẽ, si ergo linea reflexionis quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingentẽ speculũ in pũcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formæ secundũ illã lineam superficiei speculi incidentis reflexio per eandẽ, & si punct9 n sit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, per lineã a g, si uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g t, palã per conuersam 14. primi, quod angulus a g l, est minor recto uel maior, quoniã si erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ sunt linea una ꝑ eandem 14. sit ergo angulus a g l acutus, & producatur linea r g, in continuum & directum usq́ʒ ad punctum u, eritq́ʒ linea u g perpendicularis super superficiem cõtingentem speculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadẽ superficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uisæ, qui positus est esse n, fuerit in linea h g, palã per 20. quinti huius, quoniã possibile est à puncto g, fieri reflexionem ad uisum a, eruntq́ʒ lineæ incidentiæ, quæ est n g cũ linea reflexionis quæ est g a in eadẽ superficie orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g, reflecteturq́ʒ forma puncti rei uisæ secundũ punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi quod est g, & eodem modo de quolibet alio dato pũcto superficiei speculi demonstrandum, patet ergo propositum.

XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis, uel à linea lõgitudinis speculi, possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi pro ut est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus, b punctus rei uisæ, & sit g pũctus reflexionis superficiei speculi pyramidalis cõuexi, cuius uertex sit e, dico quod possibile est inueniri id quod proponit, ducatur enĩ pro ut docuimus in 28. huius, super punctũ g superficies æquedistans basi secans pyramidem super circulũ basi æquedistantem per 100. primi huius, quæ sit p g, cuius centrũ sit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g c, & uertice pyramidis, qui est pũctus e, ducatur axis e t, & quoniã superficies reflexionũ semper est erecta super superficiem speculũ in puncto reflexionis contingentẽ, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in superficie reflexionis linea perpẽdicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto reflectionis, qđ est g, quæ sit h g, & palã per 26. quinti huius, quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqualia, ipsa ergo producta secabit lineã a b per 29. primi huius, sitq́ʒ ergo ut secet eam in pũcto z, ducatur quoq́ʒ à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis speculi, quæ sit e g, & huic lineæ e g ducatur æquedistãs à pũcto a, centro uisus, quæ necessario secabit superficiem circuli p g, secet ergo ipsum in pũcto n, & sit a n, & similiter à pũcto b, ducatur linea æquedistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq́ʒ ambæ lineæ a n & b m, æquedistant eidẽ lineæ longitudinis speculi, quæ est e g, patet per 30. primi, quia ipsæ adinuicem æquedistant, s. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur ꝑ 31. primi, linea æquedistans semidiametro circuli, quæ est g r, sitq́ʒ illa æquedistans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq́ʒ per 29. primi huius, quia linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n, est ei transuersim

ducta in eadem superficie & lineæ n f & g t sunt æquedistantes, sed linea n m secat lineã n f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g t, secet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ secundam primi huius, quod linea m g producta secabit lineam n f, cũ secet lineã g t, æquedistantẽ ipsi n f, sitq; punctus sectionis f, & à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ perpendiculari super superficiem contingentem speculum in pũcto g, quæ est linea b z, & sit illa æquedistans linea a l, palam ergo per secundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia secat eius æquedistantem lineam h z, sit ergo punctus cõcursus l, ducatur quoq; linea quæ est sectio communis superficiei contingẽti speculi in puncto g, & superficiei circuli p g, quæ sit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrũ circuli, quæ est g t per 17. tertij, ideo quia linea g o est contingens circulũ p g, quoniã ipsa ducta est in superficie plana contingẽte speculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquedistant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis sup lineam n f æquedistanre lineæ g r, sumatur etiam linea quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingentis speculum in puncto g, palam per secundã primi huius, quia ipsa secabit lineam a l æquedistanrẽ lineæ g h, sit ergo pũctus sectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis super lineam a l, per 29. primi, est enim linea g d perpendicularis super lineã g h, quia cum linea h g, sit perpendicularis super superficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter necessario perpendicularis super lineã g d, productã ab eodem puncto in illa superficie per diffinitionẽ lineæ super supficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, est æquedistans semidiametro circuli p g & g c, similiter quoq; linea a l, est æquedistans lineæ g h. igitur per 15. undecimi superficies in qua sunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, necessario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet sunt minores duobus rectis, est æquedistans superficiei g t h, sed & linea e g, æquedistat lineæ b m, ut patet ex præmissis, ergo per primam primi huius, ipsæ sunt in eadem superficie secante prædictas duas superficies æquedistantes unã ipsarum super lineã e g, aliã uero super lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipsarum sectiones erunt æquedistãtes, erit ergo linea f l æquedistans lineæ e g, sed linea a n est æquedistans lineæ e g, ut patet ex præmissis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquedistans lineæ a n; uerum superficies contingens speculũ in puncto g, secat easdem superficies æquedistanres quæ sunt g t h & n f, & a l, unã earũ sup lineam e g, secundum quam ipsa est speculũ contingẽs, & aliam ipsarũ super lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquedistat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquedistans lineis a n, & l f æquedistantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, per secundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, sunt in eadem superficie. ducatur itaq; à pũcto f linea æquedistãs liniæ l a, per 31. primi, secãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq; linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & similiter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipsi d a. Est autem per secundam 6, proportio i k ad k f, sicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, sicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmissis angulus b g z, est æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, sed angulus b g z, est æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinsecus eñ intrinseco est æqualis, & lineæ h z & a l, sunt æquedistãtes, similiter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis est angulo g a l, qa coalternus, angulus ergo



ergo g l a æqualis est angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l sunt æquales, & linea g d est perpendicularis super lineā a l, ut patet ex præmissis, trigonū ergo a g l, diuisum est in duos trigonos æquiangulos & similes p 3 1. primi huius, est ergo proportio lineæ a d ad lineā d l, sicut lineæ g a, ad lineā g l. sed linea a g, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ g l, est ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o est æqualis lineæ o f, & linea g o est per 29. primi, perpēdiculariter super lineā u f, quoniā linea g o, est perpēdicularis super lineā g t, ut patet ex præmissis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquedistāt ut præmissum est, quia itaq; angulus g o f, est æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, sed angulus q g m, æqualis est angulo o f g, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q g n, æqualis est angulo o n g, cum sit ei coalternus, et lineæ t q & n f æquedistant ut patet ex præmissis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m, ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, potest forma puncti m, reflecti ad uisum existentem in puncto n, non tamen quod secundum circulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sit scilicet quod punctus g cōmunicat circulo, qui est sectio sphæræ uel columnæ intra speculum pyramidale, imaginare, quoniam superficies contingens circulum p g, est erecta super superficiem reflexionis, propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliorem, ut in ea quæ est uersus basem secare secundum æquedistantiā axis pyramidis speculi, & sit superficies reflexionis, in qua sunt centrum uisus & punctus rei & circulus p g, erecta est supet illam superficiem contingentem & puncta n & m, se respiciunt in superficie illius circuli secūdum angulos æquales contentos cum diametro ipsius collocato ergo centro uisus in puncto n, & puncto rei uisæ in puncto m uel econuerso, reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis non præstante impedimentum, ut si forte lineæ a n & b m, cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeant à puncto g, ad uisum aliquod reflecti, & hoc est propositum.

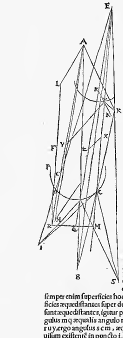
XXXIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantum puncto superficiei speculi fit formæ unius puncti rei uisæ reflexio ad uisum.

Sit dispositio omnino quæ est in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uisum existentē in puncto a, à puncto speculi pyramidalis cōuexi quod sit g, ita quod cōmunis sectio sūpficiei reflexiōis & speculi sit linea longitudinis speculi, quæ est e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uisum a, à solo puncto superficiei speculi, quod est g: si enim dicatur quod potest reflecti ab alio puncto superficiei speculi, tunc illud punctū aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, aut non, si sit in linea longitudinis speculi, quæ est e g, sit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis super superficiē contingentē speculū in illo pūcto p 12. undecimi, hæc ergo ppēdicularis sit x i eritq; linea x z per 6. undecimi æquedistās lineæ z g, quæ prius ducta est perpēdicularis super eandem superficiem, tamen punctū g & x sint in eadē linea longitudinis secundū quā superficies illa pyramidē contingit, & quia linea h z & a l, sunt æquedistātes, ut patet per illa quæ dicta sunt in præmissa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquedistans lineæ a l, & quia linea e z æquedistās lineæ a l, & quia linea x z sicut & linea z h est in sūpficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, est erecta super superficiem contigentē speculū in linea e g, erit ergo p secundā primi hui9, linea a l in sūpficie reflexionis huius lineæ perpēdicularis, quæ est x z, & erit similiter in sūpficie reflexiōis lineæ ppēdicularis quæ est z g, igit̄ illæ duæ sūpficies reflexiōis lineæ ppēdiculariter secāt se sup lineā a l per 19 primi hui9, sed secāt se etiā sup punctū b, qm̄ illud est q̄d reflectit̄ ꝑutrāq;, hoc aūt est impossibile, quoniā punctū b nō est in linea a l, ostēsum est em̄ prius lineā f l æquedistātē esse lineæ b m, q̄ duæ lineæ uel cōcurrēt si pūctū b esset in linea a l, uel sequeret̄ pūcta m et n cadere ex una ꝑte lineæ g q, nō ergo fiet reflexio pūctoꝝ m & n adinuicē à pūcto g, q̄d est cōtra demōstrata in p̄missa, restat ergo ut à nullo pūcto lineæ lōgitudīs, q̄ e g, p̄terq; à pūcto g, forma puncti b, possit reflecti ad centrū uisus existens à pūcto a, si aūt possibile est,

ut refle

ut reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quæ sit linea e u c. quæ in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies æquedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui æquedistat linea a n secat eandem superficiem, sunt autem per secundam primi huius lineæ a n & e g in eadẽ supficie, cũ sint æquedistãter, sicut ergo in linea a n secat illã superficiẽ in puncto y, similiter quoq; linea b m æquedistãs lineæ e g, secabit eandem superficiẽ, sit quoq; pũctus sectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa superficies per 100. primi huius, secet pyramidem secundum circulum transeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ sit r u, & producatur extra speculum, & sit illud u r, & à uertice pyramidis speculi pũcto scilicet e, ducãtur lineæ e k, e y, quæ necessario secabunt superficies circuli p g, & sint puncta sectionũ i & s, & ducanẽ lineæ i a & s c, sicut ergo per præcedentem probatum est de forma puncti m, quod non impediente pyramide potest reflecti ad uisum existentem in puncto n à pũcto speculi g: eodem modo probari potest de puncto k, quod reflectetur ad uisum existentem in puncto y, à puncto speculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angulo r u k, & quoniã linea b h æquedistat lineæ e g, & linea communis superficiei b g, e k, & superficiei circuli p g, est linea m g per 19. primi huius, quoniã linea m g, est in utraq; illarum superficierum, patet quod linea e k, cum sit in hac superficie b g e k, & secet superficiẽ circuli p g, cadet super lineam communẽ, quæ est m g, cadet autem in punctũ superficiei quod est o s ut præmissum est, & quia linea e k o, est linea una, erit igiẽ linea s m g linea recta, eodem modo cum superficies n y e g secet superficiem circuli p g, super lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmissum, ergo linea i n g, est una linea recta, palam quod superficies i c e secabit superficiem circuli p g super lineam i t, secat autem superficiem huic superficiei æquedistantem, quæ transit per punctũ u super lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquedistat lineæ y u, similiter superficies u c e secet superficies illas æquedistãtes scilicet supficies g p t & u y super duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u sunt æquedistantes: similiter si sumatur superficies secãs speculum super lineam longitudinis, quæ est e o in superficie sunt puncta r & u: sunt enĩ puncta r u, c m in eadem superficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, sunt in eadem superficie, quia eadem est demonstratio dato alio quocunque puncto lineæ c m.



semper enim superficies hoc modo secans speculũ secundum lineã e c, secabit illas superficies æquedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, sunt æquedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis est angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, æqualis est angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis est angulo m q, quare forma pũcti s potest reflecti ad uisum existentẽ in puncto i, à pũcto speculi c, non impediẽte corpore pyramidis speculi sed iam probatum est per præmissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, &

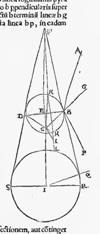
puncta

puncta n & l sunt in eadẽ linea recta consistentia, ut præostensum est, poterit ergo forma puncti m à pũcto speculi g reflecti ad uisum existentẽ in pũcto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentẽ in puncto l, à pũcto g, igitũ forma puncti s reflectitur ad uisum in punctũ l, à duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimã sexti huius, & cõtra 27. huius septimi, restat ergo, ut primũ sit impossibile, scilicet qđ forma pũcti b reflecti possit ad uisum existentẽ in pũcto a, ab aliquo alio pũcto speculi, quàm à pũcto g, ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formæ eiusdem puncti communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexa existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

XXXIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente oxigonia, à quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Est o speculũ pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter basis k s, centrũq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrũ uisus punctus a, dico quod cõmuni sectiõe sup̃ficiei reflexiõis & speculi existẽte linea oxigõia, quæ sit b l, possibile est à q̃libet pũcto speculi ꝓpositi fieri reflexionẽ, alicui9 pũcti uisi ad pũctũ a, qđ est cẽtrũ uis9, sit em̃ pũct9 b dat9 in sup̃ficie speculi, de quo dubitamur utrũ ab eo possit fieri reflexio formæ alicui9 pũcti rei uisæ ad cẽtrũ uisus qđ est a, ducatũ ergo à pũcto b linea lõgitudinis pyramidis speculi per 101. primi huius, quæ sit b f, ducaturq; à puncto b ꝑpendicularis super illam lineã longitudinis extra speculũ, quæ sit b g, & super punctũ b terminũ lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexionis, patetq; per 20. quinti huius, quia omnis pũctus rei uisæ existens in linea b p, reflectetur ad uisum in punctum a, sed à solo puncto b uel duobus tantũ fiet reflexio ad uisum existentẽ in puncto a, palã em̃ per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniã concurret cũ axe f n, sitq; punctus concursus c, palam ergo quoniam angulus g c f cũ sit in sup̃ficie sectionis uersus uerticẽ pyramidis est acut9 p 23. primi, qm̃ in trigono b c f angul9 c b f, est rect9, circũducatũ ergo per 102. primi huius à pũcto reflexiõis quod est b circulus speculo pyramidali, cuius diameter sit b d, et eius cẽtrũ e, secans axẽ f n in puncto e, & quia ille circulus per 100 primi huius, est æquedistans basi speculi, palam quia perpẽdicularis c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circuli illius superficiem, quia linea æquedistans lineæ g c, si producatũ à puncto n cẽtro basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c sit æqualis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorũ est rectus, omnes enim anguli cõtenti sub semidiametris circuli & axe f e sunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea est cõmunis per 4. primi, palam quoniã latus b c, æquale est lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum sunt æquales, quia idem est de omnibus lineis à pũcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, secans speculũ secundum oxigoniã sectionẽ, fiet ergo noua pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex c, & axis c e, super



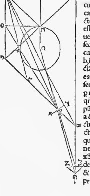
ficies ergo reflexionis secans speculum secundum oxigoniam sectionem, aut cõtinget hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod à solo puncto b, quod est punctus reflexionis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua est punctum b, à quo duci-

tur linea b c perpendicularis super superficiem speculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoque f, quod est uertex pyramidis speculi ducantur lineæ plures ad sectionem oxigoniã, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & pyramidis speculi, quæ est f k s, omnes itaque illæ lineæ cadent in superficiem circuli b d, quæ est basis pyramidis intellectæ, quàm cadant in ipsam sectionem præter unam solam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ est linea f b, à solo itaque puncto b, fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ sectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uisum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod est uertex pyramidis intellectæ ducta quæ sit i c, erit ut prius perpendicularis super superficiem speculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis necessario sit in superficie reflexionis in qua est sectio, oportet quod ipsa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per illud punctum i transeuntem, quæ sit f i l, sit quoque punctus in quo linea f i, secat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmissa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis necessario est perpendicularis super illam, sicut linea c b est perpẽdicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum semidiametro basis & cũ axe ad uerticẽ sunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto sectionis oxigoniæ quæ est b i, quàm à puncto b superficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroque uisus & puncto rei uisæ existentibus inter superficiem æquedistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsum basem possibile est inueniri punctum reflexionis.

Esto datũ speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g, & fiet super ipsum uerticem superficies æquedistãs basi pyramidis, quæ sit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice speculi tribus lineis perpẽdicularibus super axem speculi p undecimã primi, & imaginara plana superficie inter illas lineas extensa, Sitque a punctus rei uisæ, & b centrum uisus, quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsum scilicet & basem speculi, sitque exempli caussa punctum b, propinquius uertici b speculi g, quàm punctum a, quoniam si positum fuerit esse econuerso semper eadẽ est demonstratio, dico quod est possibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur enim à puncto a, quæ est pũctus rei uisæ superficies secãs pyramidẽ æquedistãter basi ut prius, & ducatur à uertice speculi q est punctũ g, linea ad pũctũ b, quod est cẽtrũ uisus, quæ sit g b, hæc itaque linea producta cadat in superficiẽ à pũcto a rei uisæ ductã æquedistãter basi pyramidis, cũ illa linea g b, sit inter superficies æquedistãtes ducta à uertice axis ambas illas superficies transeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, sit pũctus h, ergo per modũ demõstrãdi quo usi sumus in 32. huius demõstrari potest quòd forma pũcti a reflectetur ad uisum existẽtẽ in pũcto h ab aliquo pũcto circuli, quod efficit superficies secãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ sit pũctũ axis speculi quod est t, & sit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũctus e, & ducatur inter a punctũ rei uisæ & cẽtrũ uisus .s. linea a b, & linea lõgitudis speculi, quæ sit g e & axis pyramidis speculi sit g t, & ducatur à puncto e linea ad centrum sui circuli quæ sit e c, hæc enim cadat super axẽ g c perpẽdicularis per 100. & per 89. primi huius, uel per 21. huius, & ideo quod axis g c cũ sit perpẽdicularis super basem pyramidis speculi & etiã erectus super superficiẽ circuli æquedistantis illi basi per 23. primi huius, est ergo per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ erectæ axis



g c perpẽ

g e perpendicularis super semidiametrū e c,&erit linea e c erecta super lineam contingē tem illū circulū in pūcto e per 17.tertij,et hæc linea c e,producta extra circulum ductis li neis h e & a e,secabit angulum ab eis contentum per æqualia,scilicet angulum h e a ,per 26. quinti huius,ergo per 29 . primi huius eadem linea c e producta,lineam h a ductā secabit , cum sit cum illa in eadem superficie reflexionis , ut patet per 24. huius,sit ergo linearum c e & h a punctus sectionis r y,& quia lineæ g e & e c efficiunt superficiem secantē lineā a b,sit pūctus sectionis f,& ab illo pūcto f ducatur per 12. primi linea perpē dicularis sup lineā lōgitudinis g e,q̄ sit f q,eritq; linea f q per diffinitionē lineæ super sup ficiē erectæ ꝑpēdicularis sup supficiē cōtingētē pyramidē sup lineā g e,deinde à pūcto a ducat linea æq̄distās lineæ f q,q̄ sint linea a l,ꝑducaturq; linea f q,donec cōcurrat cū axe g c,in pūcto k,ducatur itē à puncto a linea æquedistans lineæ r c,quæ sit a s,& ducatur à puncto e linea quæ sit communis sectio superficiei reflexionis , quæ est a e h, & superficiei cōtingentis pyramidē speculi in linea lōgitudinis quæ est g e, & sit hæc linea e o, quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli , quæ est e t,ut patet per 17. tertij , cōtingit enim linea e o circulum, cuius est centrum punctum t, palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r , ergo per 29, primi, erit linea e o perpendicularis super lineam a s,quoniam linea a s æquedistat lineæ t r, ut patet ex præmissis,ducatur quoq; linea b q , quæ producta necessario concurrat cum linea a l,per 2.primi huius,quia concurrit cum eis æquedistante,f linea f q,sit punctus concursus l ,& ducatur à puncto q linea quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e,& superficiei a b l, quæ sit q p,quæ per secundam primi huius secabit lineam a l,quæ secat eius æquedistantem , quæ est f k,sit punctus sectionis p, producaturq; linea h e, donec cōcurrat cum linea a s,concurrit autem per secūdam primi huius,sit punctus concursus s,& ducantur duæ lineæ l s & p o,quia itaq; linea r t est perpendicularis super axem g c ,& linea f k acutum angulum cōtinet cum axe g c,angulus ēm f q g per 32. primi,est acutus,ideo quia angulus f q g,ut patet ex præmissis est rectus,ergo per 14.primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̄ puncto ultra axem g c, sed illarum æquedistātes lineæ quæ sunt a l & a s concurrunt in puncto a , suntq; in alia superficie quâm lineæ r t & f k,quæ sunt in superficie g e k per primam undecimi,palam ergo quoniam superficies g a l s est æquedistās superficiei g e k,per 15.undecimi , lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie contingente speculum in linea longitudinis g e , & secāte illas duas superficies æquedistātes super duas lineas,quæ sunt q e & p o,igitur linea q e æquedistat lineæ p o per 16.undecimi,& quia linea h e producta cōcurrit cum linea a s in puncto s , erit ergo linea e s in superficie h e g per primam undecimi,& in eadem superficie est linea b l,& hæc superficies secat prædictas superficies æquedistātes , q̄ sunt a l g & g e b,in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q est æquedistans lineæ l s , ergo per 31.linea p o quæ est æquedistans lineæ q s,ut supra patet ,erit æquedistās ipsi lineæ l s,erit ergo per secundam sexti,proportio lineæ a o ad lineam o s , sicut lineæ a p ad lineam p l . sed quoniam per 20. quinti huius , angulus h e r est æqualis angulo r e a,& angulus s e a æqualis angulo h e r,per 29.primi, quoniam extrinsecus intrinsēco est æqualis , & angulus e a s , æqualis angulo r e a , quia coalternus , palā quia angulus e s a est æqualis angulo e a s,ergo per 6.primi erit linea e a , æqualis lineæ e s, quia linea e o est perpendicularis super lineam a s,erunt per 31.primi huius,trigoni a e o & s e o similes,ergo ꝑ diffinitionem ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt,proportionalia , sed ex præmissis patet quod latus a e est æquale lateri e s,ergo & latus a o erit æquale lateri o s ,ergo & linea a p est æqualis ipsi lineæ p l,& linea p q est per 29.primi, perpendicularis super lineam a l,cū ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquedistantem lineæ a l,in trigonis ergo q p a & q p l,anguli a d p sunt æquales,quia recti, & latus l p est æquale lateri p a,latusq; p q ambobus trigonis q p l & q p a est cōmune,ergo per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l,& angulus q l a æqualis est angulo q a l, sed angulus q l a æqualis est angulo b q f, per 29.primi , cum sit ei extrinsecus,& angulus q a l,æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus , erit ergo angulus b q f, æqualis

 angulo

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, à pũcto speculi q, quod est propositum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq́ꝫ uisus & puncto rei uisæ existentibus in superficie speculum æquedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

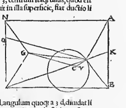
Fiat dispositio ut proximæ præcedentis, sitq́ꝫ uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum cõtingat superficies plana, quæ sit m n g æquedistãs basi ipsius, & sint centrum uisus & punctus rei uisæ in superficie m n g, ita quod unum sit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur enim lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quæ sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quæ sit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis super hanc lineam lõgitudinis, quæ est g e, per 22, primi, quæ sit q e, super punctũ e ducatur superficies æquedistans basi speculi, quæ secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huic circulo sit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde à puncto m centro uisus ducatur linea æquedistans lineæ lõgitudinis speculi, quæ est e g, per 31. primi huius, quæ producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est pũctus rei uisæ ducatur linea æquedistãs lineæ g e, quæ producta in dictam superficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra speculum, quæ secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, æquedistat lineæ e g, palam per primã primi huius, quia est cũ ipsa in eadem superficie, quæ superficies secat superficiẽ m n g, & superficiẽ b e a, super duas lineas m g & b e: superficies uero m g n & b e a sunt æquedistantes per 24. primi huius, quoniam ipsæ ambæ æquedistãt basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est æquedistans lineæ b e: similiter quoq́ꝫ lineæ a n & g e sunt in superficie secãte illas æquedistãtes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16, undecimi, linea n g, æquedistat lineæ a e, similiter superficies q g e secat easdẽ superficies æquedistãtes secũdũ duas lineas r e & q g, igitur ut prius lineæ r e, & q g æquedistãt, igitur duæ lineæ q g & m g æquedistãt duabus lineis b e & r e, ergo per 10, undecimi angulus m g q, est æqualis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratione est æqualis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b à puncto speculi e, si ergo à puncto a ducatur linea æquedistãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquedistãs lineæ r e, & copulentur lineæ m e & n e, & producatur linea m e donec cõcurrat cũ linea æquedistãte lineæ ducto à pũcto q, & ducantur lineæ cõmunes, ut in proxima præcedẽte, & iteretur probatio, ut in illa, patebit quoniam forma puncti n, potest reflecti ad uisum m à pũcto speculi e, igitur punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

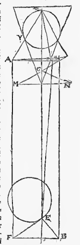
XXXVII.

Dato speculo pyramidali conuexo, & cẽtro uisus & puncto rei uisæ existentibus ultra superficiem æquedistantem basi speculum in uertice contingentem, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quæ prius, & sit b centrũ uisus, & a pũctus rei uisæ ultra superficiẽ m g n, speculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽte, dico quod est possibile inueniri pũctum reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est hæc pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quæ sit in uertice g, eritq́ꝫ basis huius pyramidis æquedistans basi pyramidis primæ, ducatur itaq́ꝫ à puncto a, qui est punctus rei uisæ, superficies secans hanc secundam pyramidem æquedistanter basibus unius et alterius pyramidum, & quoniam illæ bases ad inuicem æquedistãt, palã per 23 & 24. primi huius, quoniam illa superficies æquedi-

æquediſtat ambabus pyramidib9, palã aũt per 100. primi huius, qm̃ illa ſuperficies ſecabit pyramidẽ illam ſecundã ſecundũ circulum qui ſit y 3, centrum itaq; uiſus, quod eſt b, aut erit in hac ſuperficie pyramidẽ ſecante, aut nõ, ſi fuit in illa ſuperficie, fiat ductio linearum ab ipſo puncto b, & cõpleatur demonſtratio ſicut i 35. huius, qm̃ ad hoc quod ſiet reflexio formæ puncti a, ad centrũ uiſus b, ab aliquo puncto ſecundæ pyramidis quod ſit z, quo habito cõpleatur demonſtratio ut infra, ſtatim patet qđ ſi punctus b, qui eſt centrum uiſus y, nõ fuerit in illa ſuperficie, ducatur à puncto g, uertice ipſius ſpeculi ad centrũ uiſus quod eſt b, linea g b, q̃ producatur uſq; quo cõcurrat cũ hac ſuperficie circuli y 3, & ſit cõcurſus in puncto d, palã itaq; qđ forma pũcti a, reflectiť ad uiſum exiſtentẽ in puncto d, ab aliquo pũcto circuli y 3, arcus ſui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus 3, & ducantur lineæ a 3, d 3, a d, angulum quoq; a 3 d, diuidat linea, p 3 per æqualia, cadet'q; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & à puncto 3 ducatur linea 3 g, per 101. primi huius, quæ ſit linea longitudinis ſecundæ pyramidis, palã q̃q; p 91. primi huius, qm̃ eadẽ linea ꝑducta tranſuerticẽ pyramidis ſpeculi, erit liea lõgitudinis primi pyramidis ipſius ſpeculi, q̃ ſit liea 3 g e, palã ergo qm̃ ſupficies p 3 e, ſecabit lineã a b, ſecet ergo ipſam i pũcto q, & à pũcto q, p 12. primi, ducať linea ꝑpẽdicularis ſup lineã g e, & cadat in punctũ e, & erit linea q e, perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ cõtingentem pyramidẽ ſecundũ lineã g e, qm̃ linea q e, eſt perpendicularis ſuper curuam ſphæram pyramidis, ut patet ſupra, punctũ quoq; e fiat per 102. primi huius, ſuperficies æquediſtans baſi, qui ſit f e h, & ducať à puncto b, centro uiſus linea æquediſtans lineæ 3 e, longitudinis ſpeculi, quæ ſit b q, cõcurrens cũ ſuperficie illa f e h, in puncto h, & eidẽ lineæ 3 e, ducatur à puncto a, rei uiſæ, linea æquediſtans quæ ſit a f, ſecans ſuperficiem f e h, in puncto ſui, qui eſt f, palã itaq; per 1. primi huius, cũ linea b h, ſit æquediſtans lineæ 3 e, qm̃ illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, ſed & puncta b & d, ſunt in eadẽ linea, quia per 1. undecimi, lineæ d 3 & h e, ſunt in eadẽ ſuperficie, quæ ſecat ſuperficies illas æquediſtantes. f. y 3 & f e h, ſuper duas lineas d 3 & h e, igiť per 16. undecimi, illæ duæ lineæ d 3 & h e, ſunt æquediſtantes, & ſimiliter qm̃ ſuperficies ducta per punctũ a, ſecat pyramidẽ ſecundã æquediſtantẽ ambabus baſibus præmiſſaꝝ pyramidũ ſpeculi. f. & pyramidis imaginatæ ſecundũ circulum y 3, & ſuperficies ducta per lineã quæ eſt ſuperficies f e h, ſecat pyramidem ſpeculi ſecundũ circulũ æquediſtantem baſi ſpeculi, patet quod ſuperficies in qua ſunt lineæ a 3 & f e, ſunt æquediſtãtes per 24. primi huius, lineæ ergo a 3 & f e, ſunt æquediſtãtes, patet ergo quod duæ lineæ d 3 & a 3, æquediſtant duabus lineis h c & f e, ergo p 10. undecimi, angulus d 3 a, eſt æqualis angulo h e f, copuleť quoq; linea h f, & qm̃ linea p 3, eſt diuidens per æqualia angulũ d 3 a, & erit ipſa per 26. quinti huius, perpendicularis ſuper lineã circulũ y 3, cõtingentẽ in puncto 3, ergo per 18. tertij, linea p 3, ꝑducta trãſibit centrũ circuli y 3, ſuperficies ergo p 3 e, ſecat ſpeculum tranſaxem, ſecat ergo ſpeculum ductum per punctum e tranſeuntem, ſit ergo cõmunis ſectio ſuperficiei p 3 e, & illius circuli linea r e, ſicut ergo linea r p 3, tranſit centrũ circuli y 3. Similiter linea r e, diuidens angulũ h e f, tranſibit centrũ alterius circuli ſup quẽ ſuperficies f e h, ſecat pyramidẽ ſpeculi æquediſtanti baſi, & quia ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ p 3 & e r, ſecat illas duas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas p 3 & r e, igiť per 16. undecimi, lineæ p 3 r e, ſunt æquediſtantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, ſunt æq̃diſtantes



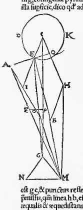


duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, quoniam sicut totis angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, quoniam forma puncti f, ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, protrahatur linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum b, à puncto speculi e, quod est propositum, quod si à puncto q, nõ possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uisum b, in tali dispositione constitutũ, aliàs aũt semper fiet reflexio ut præostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidali conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub superficie speculum æquedistanter basi in uertice cõtingente, & cẽtro uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio præmissarum, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n m g, cõtingente pyramidẽ speculi in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa superficie, dico quod ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrũ uisus in puncto m, superficiei m g n, quæ posita est super superficiẽ cõtingens speculũ in puncto uerticis g, æquedistanter basi speculi, à puncto a, rei uisæ, ducatur superficies æquedistans basi pyramidis, quæ per 100. primi huius, secabit pyramidem super circulũ qui sit d e k, cuius centrum sit punctum c, & ducatur axis speculi, qui sit g c, & à puncto m, centro uisus ducatur ad a, punctum rei uisæ linea m a, & linea perpendicularis super ductam superficiem circuli quæ sit m h, & à puncto h, ad centrũ circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uisæ, quæ est a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulũ secans periferiam circuli in puncto e, est producta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulũ qui est e q, sit æqualis lineæ q t .s. parti diametri interiacente punctum sectionis & centrũ, quod potest fieri per 136. primi huius, & ducatur linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadẽ superficie speculũ secante secundũ circulũ d e k, linea æquedistans & æqualis lineæ t e, quæ sit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq; g e, linea longitudinis speculi, palàm quoniam superficies g t e, secans speculum trans axem, secat & lineam a m, sit ergo punctus sectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est g e, cadens in punctũ o, & producatur ad axem g t & sit f o p, secans axem g c, in pũcto p, & ducantur lineæ m o & a o, dico quoniam punctus o q, est punctus superficiei speculi, cũ sit in linea suæ longitudinis, quæ est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrũ uisus, pũctum m, palam enim ex præmissis, quoniam linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet per 33. primi, erit linea li t æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, per 25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter superficies æquedistantes productæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquedistat lineæ m g, ergo per 30. primi, linea m g, æquedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palã etiã, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex præmissis sunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, propter hoc quod lineæ e b & t h, æquedistant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo per 29. quinti huius, quoniam forma puncti a, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto b, à puncto speculi e, & cũ linea b m æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducatur linea æquedistans lineæ f o p, & linea æquedistans



distans lineæ i t, & iteretur figura supradicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam quia forma puncti a reflectit ad centrum uisus existens in punctũ m, à puncto speculi o quod est ꝓpositum, nec refert quẽadmodum demonstraui hoc in sequenti ꝓxima, siue punctum rei uisæ, siue centrũ uisus sit in superficie m g n, qm̃ idem est modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

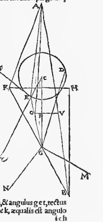
Dato speculo pyramidali conuexo punctoq́ rei uisæ existente ultra superficiem speculum æquedistanter basi in uertice cõtingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ p̃cedentis, sit centrũ uisus in punctum m, supficiei, g m n, & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiẽ, fiatq́ pyramis alia, huic opposita, & fiat super punctũ a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per ꝓximam p̃cedentem, & inueniat̃ in circulo huius superficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturq́ punctus reflexionis secundũ ea quæ p̃misimus in 37. huius, eiusq́ probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoq́ rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositione priori remanente, sit pũctus a, rei uisæ sub superficie m n g, & punctus b, centrum uisus ultra eandem superficiem speculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerso, a punctus rei uisæ sit ultra superficiem m n g, & b centrũ uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit em̃ exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq́ à puncto a, superficies æquedistans basi speculi secans per 100. primi huius, pyramidẽ speculi super circulũ qui sit d e, cuius cẽtrum sit r, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret necessario cum superficie a e d, qm̃ concurrit cũ axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k, in circulo d e, inueniat̃ per 135. primi huius, punctus qui sit e, ita ut linea circulũ contingẽs à puncto e, ducta quæ sit e s, diuidat per æqualia angulũ quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq́ lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g e, quæ necessario concurret cũ linea k e, concurrente cũ eius æquedistante quæ est g e, per secundam primi huius, sit concursus in puncto h, palã itaq́ ꝑ primam undecimi, quia punctus h est in superficie g e k, qm̃ est in linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadẽ superficie per 1. primi huius, qm̃ ipsa linea b h, est æquedistans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctũ contactus e, palam itaq́ qm̃ superficies g t e, secans speculũ transaxem g t, secat etiã lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝑpendicularis sup supeficiem contingentem speculum secundũ lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hæc em̃ supficies continget circulum d e, in puncto e, q̃ linea sit u o p, secans supficiẽ speculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducant̃ lineæ a o & b o. Cũ itaq́ ut patet ex p̃missis, angulus a e s, sit æqualis angulo s e k, & cũ angulus i e s, sit rectus ꝑ 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k. Sed & angulus t e k, æqualis est angulo



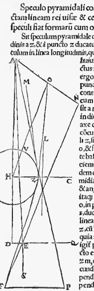
i e h

e i h, p 15. primi, ergo angulus a e i. est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducatur linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ t t, & iteretur probatio 35. huius, palam quoniam forma puncti a, reflectetur à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentem in puncto b, quod est propositum, & quoniam semper est eodem modo demonstrandum quodcunque punctorum a uel b fuerit ex quacunque altera parte superficiei m n g, patet idem quod proponebatur, & imaginendum est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, quod in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaque ex præmissis sex theorematibus, cum non sit possibile alio modo se habere punctum rei uisæ secundum situm reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis propositis, quoniam aut ambo erunt sub superficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unum in illa, aliud sub illa uel ultra illam, aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctum est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis conuexi quocunque modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est rectam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis speculi fiat formarum cum omnium punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in linea longitudinis, quæ producta necessario concurret cum axe a h, per 96. primi huius, sitque linea h z t secans axem a h in puncto h, & eius punctus t, sit extra superficiem speculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, est acutus, ducatur quoque à puncto a, uertice speculi linea extra pyramidem ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, continens angulum acutum cum speculi axe, quæ est a h, & cum linea longitudinis a z, quæ sit a n, lineæ quoque a h & a z, aut non sunt in eadem superficie, sed in diuersis, & in superficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe continens angulum acutum æqualem angulo a h z, quæ linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, cum anguli h a n & a h z, sint acuti, ut patet ex præmissis, concurrant ergo in puncto o, & sit linea h o, & facto super punctum z, circulo æquedistante basi per 102. primi huius, palam quoniam linea h o, transibit superficiem illius circuli, sicut etiam linea h z c, transit per superficiem eiusdem circuli. Sit enim punctus h, polus illius circuli, ideo quod semidiameter illius circuli cum axe a h, continet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, sunt acuti, ut patet ex præmissis, secet itaque linea h z c, superficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturque linea longitudinis speculi quæ sit a u s, ducatur quoque linea o z, quæ producatur usque ad punctum f, & quoniam linea o z, est ultra superficiem contingentem pyramidem in linea a z, cum linea h z, sit perpendicularis super illam superficiem, palam quia angulus o z h, est maior recto, cum angulus a z h, sit rectus igitur per 13. primi huius, angulus f z h, est minor recto, à puncto ergo z, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, qui sit z m, cadetque linea z m, in superficie contingente speculum secundum lineam longitudinis quæ est a z, est ergo linea h z perpendicularis super lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis super lineam a z, per 12. primi, quæ sit linea f e, concurrens cum linea a z, producta in puncto e, quæ linea f e, producta



concurret

concurret cũ linea a n, p 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 31. primi. Itemq́ꝫ ab eodẽ puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palã aũt qđ linea m z, est perpendicularis super lineã a e, per 22. primi huius, qm̃ ipsa est perpendicularis super lineã t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cõtingens in puncto z igitur linea l e, cum ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29 primi, ꝑpendicularis super lineam a e. Sunt quoqꝫ lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cũ ipsæ sint æquedistãtes, ꝓducaturq́ꝫ linea q e, ultra punctũ e, et hoc per 2. primi huius, secabit axẽ a h, cũ ipsa sit in eadẽ superficie cũ linea h t, p 1. primi huius, secet ergo axẽ in puncto d, eritq́ꝫ angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q̃qꝫ superficies l e d q, secãs pyramidem, erit ergo illius superficiei & sup̃ficiei pyramidis cõmunis sectio oxigonia per 103. primi huius, cũ ergo linea a e, sit ꝑpendicularis sup lineã f n, & super lineã d q, & sup lineã l e, patet p diffinitionẽ lineæ erectæ sup superficiẽ, qm̃ linea longitudinis pyramidis, q̃ est a e, erecta est super superficiẽ illius sectionis oxigoniæ, quæ est l e d q, & quia linea a e, est ꝑpendicularis sup lineã f e n, erit ergo linea f n, in superficie illa secante pyramidẽ secundũ illam sectionẽ, fiat ergo ut in illa superficie sectionis à puncto f, ducaẽ linea f p, per 31. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquedistans lineæ z t, uerũ cũ angulus o z t, est acutus ideo q̃d angulus o z h, est obtusus, erit p 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducaẽ itaqꝫ à puncto z, linea faciens t z, angulũ æqualẽ angulo o z t, q̃ quidẽ linea ꝓducta necessario secabit lineã f p, per 2. primi huius, cũ linea f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducatur linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̃missis per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, cũ ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̃missis, in eadẽ superficie pyramidẽ secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palã per 20. quinti huius, q̃a forma puncti o, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto p, à puncto speculi z, uerũ q̃a angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palam quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo per 6. primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo q̃a linea a e est perpendicularis super lineã f n, palã per penultimã primi, q̃a quadratũ lineæ f z, ualet ambo quadrata linearꝫ e f & e z. Sed eadẽ ratiõe quadratũ lineæ z p, ualet ambo quadrata linearꝫ e z & e p, qm̃ ut patet ex p̃missis, angulus p e z, est rectus, quadratũ uero lineæ est æquale quadrato lineæ z f, qm̃ ut patet ex p̃missis lineæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cõmuni quadraro lineæ z e, remanet quadratũ lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igiẽ latus f e, æquale est lateri p e, ergo p 5. primi, angul9 e p f, est æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, per 29. primi, qm̃ extrinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̃a coalternus est illi, angulus ergo n e q & q e p, sunt æquales, qm̃ cũ sint in eadẽ superficie q̃ est p e n, palã p 20. quinti huius, qm̃ forma puncti n, reflectiẽ ad uisum existentẽ in puncto p, à puncto speculi q̃d est e. Similiterq́ꝫ diuidaẽ à puncto f, q̃cũqꝫ linea ad aliq̃d punctũ lineæ z e, & ꝓducaẽ usqꝫ ad lineã o n, semp ꝓbabitur de pctõ lineæ o n, in quã cadit ꝓducta linea q̃d ipsa flecteẽ ad punctũ p, à pũcto aliq̃ lineæ z e, quẽ secat illa linea, simili modo & omniũ huius linearꝫ ꝓbatio sumet initiũ à linea ꝑpẽdiculari, q̃ est f e, & à pte lineæ e z, q̃ erit cõmunis oĩbus illis triangulis, & ita q̃dlibet pũctũ lineæ reflectiẽ ad uisum existentẽ in puncto p, ab aliquo puncto lineæ z e, q̃a de oĩbus est eadẽ demonstratio, q̃d et patet p 34. q̃ni huiꝰ. Si itaqꝫ q̃cũqꝫ linea recta cuiuscũqꝫ rei uisæ, ponaẽ in loco lineæ a o n, et cẽtrũ uisus sistaẽ in pũcto p, semper fiet reflexio ad uisum ab aliq̃ punctorꝫ lineæ a z e, q̃ est linea lõgitudinis speculi, & hoc ꝓponebaẽ faciẽdũ, patet ergo ꝓpositũ. XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distantia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.

Quando causa in diuersis subiectis uniuocatur, & passio uniuocabitur, ob hoc nō repetimus illa hic quæ in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiæ, quia utrobiq; in planis, scilicet, & propositis speculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidūt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiq; locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso ducta super superficiem speculi tantum distans à superficie speculi quantum punctus rei uisæ distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisæ uidetur in cōcursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ in omnibus his speculis, ut patet per 37. quinti huius, patet ergo propositum.

XLIII.

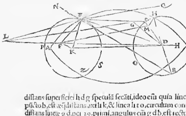
Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communis sectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ est in speculis sphæricis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra speculum columnare conuexū, aliquando in superficie speculi, aliqñ extra speculū, secundū modū quē kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius qui causam & demonstrationē quæsierit, recurrat ad ea, quæ in sexto huius scientiæ libro de speculis sphæricis cōuexis demōstrata sunt, nam eadē penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca & eædem proportiones linearum sunt in illis speculis & in istis, patet itaq; per illa propositum, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpēdicularē ductam à puncto reflexionis super superficiē speculi columnaris cōuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concursus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari sub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autē huic nostro ꝓposito conclusio Mathematica sensibiliter applicetur, eandē demonstrationē duximus imitandam. Sit ergo a e b e, columnaris sectio, & sit e datus pūctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui sit punctus rei uisæ 3 b, sit punctus reflexionis à quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi, qui sit h k secetq; kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui est punctus rei uisæ ipsum speculum secundum punctū propositæ sectionis, qui est e, dico uerū esse quod proponitur, ducatur enī linea e d, sitq; ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea contingens sectionem in puncto e & super punctum sectionis, fiat circulus æquedistās basibus speculi per 102. primi huius, quæ sit b t o, cuius centrū sit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis speculi per 101. primi huius, quæ sit e t, à puncto quoq; d per 11. primi, ducatur linea d g, perpendicularis super lineam b d, in ipsa circuli superficie, palam ergo quod superficies h d g, cum per axem h k, transeat, qui per 92. primi huius, est erectus super circuli superficiem per 18. undecimi. Superficies uero cōtingens speculum in puncto b, erit æquidistans superficiei h d g speculū secāti, ideo enī quia linea longitudinis speculi ducta à pūcto b, est æquidistans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctū b, est æquidistans lineæ g d, per 29. primi, angulus enī g d b, est rectus, ut patet ex ꝓmissis, & angulus cōtentus sub linea d b, & sub linea cōtingente circulū in puncto b, rectus, ꝑ 17. tertij, ergo illæ superficies æquedistant per 14. undecimi, igitur superficies in qua sunt li-



neæ

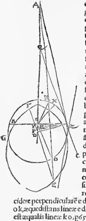
neæ l e & t e, non est æquedistans superficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, qm̄ superficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, nō est æquedistans superficiei contigenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineæ l e q, cōtingens sectionem & linea longitudinis quæ est e t, angulus em̄ e d b, ut patet ex hypothesi est acutus, superficies ergo h e g, non æquedistat superficiei l e t, ergo concurret cū illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quæ necessario erit contingens circulū b t o, cū sup̄ficies in q̄ ducit̄ linea g t, ipsum speculū sit contingens, ducta autē linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, qm̄ linea t d est diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius super e, punctum sectionis circulus æquedistans basibus speculi q sit e s 3 p, et centrū huius circuli sit punctus axis, q̄ k, et ducat̄ linea k e, & ducat̄ etiam linea d l, quæ quidem secabit superficiem circuli e l p, secet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, est in superficie sectionis per 24. huius, cum ipsa sectionis superficies sit superficies reflexionis, & punctū l, qđ est punctū lineæ contingentis sectionem est in eadem sup̄ficie sectionis, ergo per primā undecimi, tota linea d l, est in superficie sectionis, punctum ergo f, est in sup̄ficie sectionis, sed ipsum est in superficie circuli c 3 p. Est ergo in cōmuni sectione illarū superficierū circuli & sectionis, sed & punctum e, est in ambabus eiusdem superficiebus, ergo item p 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis superficiebus, ergo per 19 primi huius, secundum lineam e f, secant se superficies sectionis & circuli e 3 p, ducatur itaq; linea k f, & à puncto f, ducatur perpendicularis sup̄ficiem circuli b t o, per 11. undecimi, qui sit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet, & ducat̄ linea t m, palam qm̄ linea k d, æquedistans e t, æqualis est lineæ f m, per 25. primi huius, sunt enim lineæ k d & f m, ambæ p̄pendiculares super sup̄ficiem circuli b t a, qa illi circuli æquedistant per 24 primi huius, utraq; em̄ ipsarū æquedistat basibus columnæ per 100. primi huius, qm̄ ergo linea f m, est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit m f, linea æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t, per 37. primi, quoniā linea e t, est æqualis & æquedistans axi k a per 92. primi huius, cū sit linea longitudinis speculi, & erit ut prius linea k e, æqualis & æquedistans lineæ d t, & linea e f, æqualis est & æquedistans lineæ t m, per eandē 33. primi, uerūctiā superficies k d l g, quia transit axē columnæ, & angulus g d b, est rectus, orthogonalis est super superficiē sectionis oxigoniæ, quæ est a e b c, per diffinitionē superficiei erectæ, & eadem superficies k d l g, orthogonalis est super superficiē circuli e s p, qm̄ illa superficies k d l, transiens per axem, per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super sup̄ficiem circuli e l p, æquedistans basibus erecta est in eadem superficie k d l, quia itaq; ducta superficies k d l, est erecta super superficiem sectionis oxigoniæ & circuli e s p. Est ergo orthogonalis super lineam communem dictæ sectionis & circuli quæ est linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur p̄ diffinitionem lineæ super superficiē erectæ angulus e f k, est rectus, ergo & angulus t m d, est rectus p̄ 19. undecimi, latera em̄ illos angulos continentia in æquedistantibus circulorum superficiebus p̄tracta æqualia sunt & æquedistātia, ut patet ex p̄missis, cum ergo angulus d m t, sit rectus, & angulus g t d, sit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g, ducta est ab angulo ad basem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. sexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m, est æquale quadrato lineæ m t, & qm̄ linea g t, contingit circulum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod est t, palā quod linea l g, est æquedistans axi k d, quoniā enī sup̄ficies secundum lineam longitudinis speculū cōtingentes sunt erectæ super basem columnæ, superficies ergo per 19. undecimi, earū cōmunis sectio quæ in p̄posito est linea l g, super eandē superficiem basium perpendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiā æquedistabit lineæ f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, æquedistat basi l g, patet per secundā sexti, quoniā secat alia latera illius trigoni p̄portionalit̄. Est ergo proportio lineæ d f ad f l, sicut lineæ d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, sicut lineæ f l ad m g, sed linea d f, maior est q̄ linea d m, per 19.

primi, quoniam in trigono f d m, angulus f m d, est rectus per 8. undecimi, ergo & linea f l, est maior quam linea m g, ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l, maius est illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g, ergo & quadrato lineæ t m, sed linea t m, est æqualis lineæ e f, ut patet ex præmissis, ergo illud quod fit ex ductu lineæ d f in l f, maius est quadrato lineæ e f. Est ergo in trigono d e l, angulus l e d, maior recto per 30. primi huius, quia si esset rectus, tunc cum linea e f, sit perpendicularis super lineam d l, esset per 8. & per 16. sexti, idem quod fit ex ductu lineæ d f in f l, æquale quadrato lineæ e f. Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingentem sectionem a e b c, quæ est linea q l, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniens in punctum d, sit ergo illa perpendicularis linea e b, & quia angulus e d b, est acutus, & angulus d e u, acutus, quoniam angulus u e q est rectus, ergo per 14. primi huius, lineæ e u & b d, productæ concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d; cum linea b d, quod est euidens, patet ergo propositum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi quam sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoque propositio patet per 113. primi huius, ut iam facilius pyramidalibus speculis applicetur. Sit speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a k, cadatque in ipsum sectio oxigonia, à cuius circumferentia formæ punctorum lineæ uisæ reflectitur ad uisum, quæ sit b f e z punctum quoque reflexionis sit e, & sit linea e d, existens à puncto



e, quod est punctum reflexionis perpendicularis super superficiem contingentem speculum, quæ producta in superficie sectionis, concurrat quidem cum axe a k, per 14. primi huius, angulus enim e a k, est acutus, & angulus a e d est rectus, concurrat ergo in puncto d, sitque kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, g sit h z, dico quod kathetus h z, concurret cum perpendiculari e d, ultra punctum d, sub axe speculi ducatur enim linea t z q, quæ contingat sectionem b e f, in puncto z, cum sit punctum z, remotius à puncto a, uertice speculi, quam sit punctum e, ducta quoque linea z d, angulum acutum contineat cum perpendiculari e d, super ipsum axem speculi in quo cadit punctum d, transeat quoque super punctum z, superficies æquedistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulum r z g, per 100. primi huius, iste ergo circulus secat sectionem b e f in duobus tantum locis per 104. primi huius, quoniam circulus est perpendicularis super axem a d, & sectio est obliqua super eandem axem, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoque a e, quæ ex hypothesi est breuior quam linea a z, ideo quod punctum z, remotius est à uertice pyramidis quam punctum e, protrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circumferentia circuli r z g, & sit concursus punctus o, ergo punctus o, est remotior à puncto a, uertice speculi quam sit punctus e, eritque linea a o, æqualis lineæ a z, per 89. primi huius, ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circumferentiam. Cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super superficiem contingentem speculum secundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k, ultra punctum d, cui prius data est incidere perpendicularem e d, per 2. primi huius. Sit ergo punctus concursus k, erit enim linea o k, æquedistans lineæ e d, per 6. undecimi, ducantur ergo lineæ k z & d z, & quia linea k z est æqualis lineæ k o, per 65. primi huius, est enim k polus circuli, sed linea a d, est æqualis lineæ a z, per 89. primi huius, cum sint lineæ longitudinis unius pyramidis, & linea a k, communis est

ambobus

ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æquanguli, sed angulus a o k est rectus, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam lõgitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, ergo per 18. undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingentem, & quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est c z q, cum ergo ut patet linea k z sit erecta super superficiem speculum contingentẽ secundum lineã a z & cõmunis sectio superficiei sectionis, & illius superficiei speculũ contingentis sit linea t z q cõtingẽs sectionẽ, erit linea k z ꝑpendicularis super lineã t z q, erit ergo angulus k z q rectus per diffinitionẽ lineæ super superficiẽ cõtingentẽ, & quia ut patet ex præmissis angulus k z q est rectus, trigonũ q́q; a z k erectũ est super superficiẽ speculũ secundũ lineã a z cõtingentẽ, & linea b z est similiter perpẽdicularis super hãc superficiẽ contingentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ sectionẽ superficiei circuli r z g, & supficiei pyramidẽ secundũ lineam a z contingẽtis, hoc aũt per 3. undecimi est linea recta, sit ergo hæc linea z y, est palã per præmissa φ linea z y cõtingit circulũ r z g, sit quoq; cẽtrũ huius circuli c, & producatur c z angulus c z y, est rectus per 17. tertij, & ducatur à puncto c, quod est centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per 13. primi, & sit linea c r, linea ergo c r, est æquedistans lineæ z y per 28. primi, linea uero c r, est perpẽdicularis super superficiẽ a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r est rectus ex præmissis, & angulus z c a, est rectus, ideo quia axis a c est perpendicularis sup superficiẽ circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis est perpendicularis sup basem pyramidis, cui circulus æquedistat, ergo & axis erit erectus super circulum per 23. primi huius, linea ergo z y æquedistans lineæ c r, est perpendicularis super superficiem a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens sectionem, est obliqua super superficiẽ a z c, ergo & super lineam c z, producatur ergo à puncto z in sectionis superficie extra ipsam sectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per undecimam primi, quæ sit z h, & quia punctus d per 24. huius est in superficie sectionis in aliquo puncto axis, palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferior puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie, patet ergo quoniam linea k z est extra superficiem sectionis, linea ergo k z secat lineam, z h, nec continuatur cum ipsa, quoniam linea z h est in superficie sectionis, & linea k z est extra illam, & quoniam lineæ k z & h z secant se in puncto z, patet quod ipsæ sunt in aliqua superficie una per 2. undecimi, sint ergo lineæ z k & z h in alia superficie præter superficiem sectionis, quæ secet superficiem sectionis super lineam p z h in ambabus istis superficiebus existentem per 19 primi huius, & sit z p eadem linea cum z h, quæ est producta in superficie sectionis, linea uero d z, quæ est in superficie sectionis, est extra superficiem in qua sunt lineæ k z & z h, sed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum ideo quia ut prædictum est linea k z est perpendicularis super superficiem contingentem pyramidem quæ transit lineas a z & z q, & superficies k z h secat superficiem d z h, super lineam illis duabus superficiebus communem, per 19. primi huius, quæ est h z, una linea d z est in superficie sectionis ut supra patet, & secatur à linea k z in pũcto z, & pũcta c & q sunt à lateribus superficiei k z p h, ergo & superficies h z k, secat superficiem d z q, differẽtia ergo cõmunis supficierũ h z k & d z q, & in supficie h z k est quoq; illa cõis sectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea z q angulũ rectũ, nã linea z q cũ sit ꝑpẽdicularis sup lineã z h, et sup lineã z k, patet p 4. undecimi, qm̃ ipsa est erecta sup supficiẽ h z k, ergo & sup lineã z p, & qm̃ superficies h z k, secat superficiem d z q & declinatio superficiei h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q fit ex parte semidiametri z t, erit linea quæ est differentia communis his duabus superficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q 3 d est obtusus, & h z est in superficie in qua sunt lineæ d z & z q, quæ est superficies sectionis, & continet cum linea z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra sectionem ultra punctum z, secabit angulum d z q, & linea h z, concurret cum linea e d sub puncto d, puncto axis per 14.

Primi huius, angulus enim y d e est acutus ex hypothesi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidẽtiæ qui est h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurret sub axe & sub pũcto ipsius axis, qui est d, sit itaq; punctum concursus p, & hoc est propositum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis super superficiẽ speculi pyramidalis cõuexi, cũ katheto incidentiæ puncto ꝓpinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi cõcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius sub axe, dum tamẽ linea à puncto superiori cũ ꝑpẽdiculari ducta à pũcto inferiori super axem angulũ cõtineat acutum.

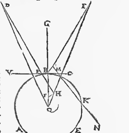
Sit ut in præmissa speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi cõcurrens cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pũctum e, ita tamẽ quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerũ est quod ponitur, circũducatur enĩ à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pũctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctũ e sit ergo ut abscindatur in pũcto o, est ergo punctũ o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e pũctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & q̃a linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est enĩ pũctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z ꝑ 89. primi huius, et linea a k, est cõmunis ambobus illis trigonis, erũt ergo ꝑ 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineã a z, ducta quoq; à puncto z linea cõtingentem sectionem in puncto z, quæ sit t z q. Perficiatur demonstratio, ut in proxima præmissa, pateq; propositum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ sit communis sectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cũ perpendiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus ꝓpinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit pũctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus demonstrabitur cõcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pũctus y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & kathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utrasq; interiacet sectiones.

Esto

Esto a b c sectio oxigonia, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus rei uisæ, d centrum uisus, à puncto quoq; reflexionis quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q, & ducatur à puncto e, linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, ducatur quoq; linea cõtingens speculum in puncto b, quæ sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k, duæ itaq; perpendiculares, quæ sunt g b q & o k, concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres præcedentes, sit ergo punctus cõcursus illarum perpendicularium pũctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducãtur enim lineæ e b o b, k b, palam per 29. primi huius, & ex præmissis, quoniam linea k m, cadet intra superficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in pũcto m. Cũ ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex præmissis, palã quod angulus e k b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duæ perpendiculares g b & e k cõcurrent in aliquo puncto superficiei reflexionis, cum sint in eadem superficie, sit ut prius earum cõcursus in puncto q, similiter q̃q; angulus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius lineæ d b & e k cõcurrẽt, sit ipsarũ concursus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, est locus imaginis formæ puncti e, dico itaq; q̃d erit proportio lineæ e q, quæ est kathetus incidẽtiæ formæ puncti e, ad lineã q h, sicut lineæ e t ad lineã t h, q͞a eñ lineæ e k et b e cõcurrunt in puncto e, ducatur à puncto h linea h f æque distans lineæ e b, per 31. primi, & q͞m angulus e b t, est per 20. quinti huius, æq̃lis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, est æqualis angulo t b h, palã q̃d angul9 e b t, erit æqualis angulo c b h. Restat ergo ut angul9 e g b, sit æqualis angulo h b q, ideo q͞a anguli c b q & c b g, sunt recti et æquales, cũ igitur linea c b diuidat angulũ e b h p æqualia, erit p 3. texti, proportio lineæ e t, ad c h, sicut lineæ e b, ad b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est æqualis angulo h f b, angulus ergo h f b, est æqualis angulo h b f, q͞m ut p̃ ostensum est angulus e b g, est æqualis angulo h b f ergo p 6. primi, lineæ h b, est æqualis lineæ h f, ergo per 7. quinti, proportio lineæ e b ad lineam h f, sicut ad linea h b, est aũt proportio lineæ e b, ad h f, sicut lineæ e q ad q h, per 4. sexti, q͞a p 29. primi, trigona e q b & h q b, sunt æquiangula, erit ergo proportio lineæ e b ad h b, sicut lineæ e q ad q h, erit ergo per 11. quinti, proportio lineæ e t, ad lineam t h, sicut lineæ e q, ad lineam q h, quod est propositum.



XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficie reflexionis & speculi oxigonia existente linea recta interiacens pũctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locũ imaginis maior est linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

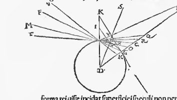
Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ c b ad lineam h f, per 4. sexti, & proportio lineæ e b ad h f, est sicut lineæ e b ad lineam h b, per 6. primi, & 7. quinti, erit proportio lineæ e b, ad lineã b h, sicut lineæ e q ad lineã q h, per 11. quinti, ergo p̃mutatim p 16. q̃nti, p̃portio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed linea e q maior est q̃ linea e b, p 19. primi, eo q̃d angul9 e b q maior est recto, ut patet ex p̃missis, q͞a angul9 t b q, est rect9, ergo linea q h est maior q̃ linea h b, q̃d ẽ p̃positũ, est eñ pũctũ q illud in q̃ cõcurrũt duæ p̃pendiculares g b q & e b

& e b, quæ est kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b est punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existens in puncto d.

XLIX.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxigonia, formaq́ rei uisæ oblique speculo incidente, locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq́ erit in superficie speculi, quandoq́ intra speculum, & quandoq́ extra ipsum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi, tunc enim unius solius forma pūcti super lineam perpēdicularem accedit ad speculum, & secūdum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote pūctus ipsius ꝑpendicularis lineæ, quæ est in superficie oculi uidentis, pūctus em̄ ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc ꝑpendicularem, quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem propter rationē assignatam in 32. quinti huius, & similiter non potest reflecti forma illius puncti ad uisum ab alio puncto speculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpēdicularis, si enim daretur hoc posse fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à superficie speculi cōcurrere in cētro eiusdē uisus, q̄d esset contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod esset contra 33. primi, & impossibile, in tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantum in seipsam, sit autem nunc ut



forma rei uisæ incidat superficiei speculi non perpendiculariter, sed oblique, & esto ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & cōmunis eorū sectio sit oxigonia sectio, quæ a b g, à cuius punctum a sumatur linea cōtingens sectionem, quæ sit e a t, & ducatur perpēdicularis à puncto a per 11. primi, super lineam, e t intra sectionem quæ sit a d, cadatq́ punctus d intra sectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit sectionem in duas partes, in quarum utraq́ est punctus unicus in quo pūcto linea sectionem cōtingens erit æquedistans lineæ d a, sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit pūctus g, cuius puncti contingens concurrat cū linea d a in puncto h extra sectionem, & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam cōtingentem, quæ est g h per undecimam primi, perpendicularis sit g q, secans lineam aliam contingentē quæ est e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cōtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, necessario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus, sit ergo in puncto d ipsarum concursus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra sectionem usq́ ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut est æqualis angulo h a p, aut maior aut minor, si sit æqualis, incidit ergo forma pūcti q speculo in pūcto a, & reflectetur ad centrum uisus existens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui est punctus sectionis oxigoniæ & superficiei columnæ speculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cōcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uisæ, quæ est q, super lineam contingentem sectionem in puncto g, cū linea reflexionis, quæ est p a, & quia punctus g est in superficie speculi, patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi, si uero in linea g q supra punctum a, sumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Est enim angulus f a h minor angulo q a h, qui est æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h super a terminum b e h a æqualis angulo qui sit h a n, per 23. primi, & producatur linea n a

intra

intra sectionem, concurret etiam cum katheto f q g d, & sit punctus concursus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto speculi, quod est a, ad uisum existentem in puncto n, et locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ, q f, quæ sunt ultra pũctum q, erunt intra columnã speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum t, qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus t a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m, palam quod linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionem, ideo enim quia linea p a cõtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsam sectionem in punctum g, patet quia linea m a, secabit lineam g q, extra sectionem, sitque ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum intra puncta o & g, si autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, secetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pũcti q, imago erit in puncto k, & omnium superficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r, sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g, quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter t & q, imagines erunt intra speculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra speculi superficiem, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t, est contingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit, secet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritque angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g, quia quãtum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietque cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b à pũcto b, & per 11. primi, quæ sit g s, hæc ergo coniuncta cũ linea d b, fiat linea una per 14 primi, quoniam utraque ipsarum cum linea l b, in eodem puncto qui est b, continet angulum rectum, & linea b s, secabit lineam h g, sit ut secet ipsam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, est rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, quando uero linea h g, secat lineam q a, sit punctus sectionis u, & quoniam angulus h g d, est rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a, quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g, contrapositus angulo h u a, per 15. primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, sit ergo concursus ipsarum in puncto z, forma itaque puncti z, mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uisum existentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ sunt circa z, loca imaginum erunt extra sectionem, quod est propositum.

L.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, centroque uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri à tota linea longitudinis speculi ad uisum, imagoque eius uidebitur recta æqualis ei uisæ.

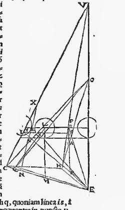
Esto speculum columnare, ut in 30. huius, cuius axi z h, æquedistat linea recta quæ sit t h, erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea t h æquedistans lineæ longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie t h z k, sit linea a g, dico quod si uisus, cuius centrum sit e, fuerit in eadẽ superficie t h z k cũ linea t h, & cum axe z k, possibile est, ut oĩa puncta lineæ t h reflectantur ad uisum e, quoniam per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h, sint in linea longitudinis columnæ, quæ est g a, quia illa linea superficiei reflexionis in qua sunt uisus e, & axis z k & linea t h, & superficiei columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem superficie cum uisu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52. quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisi, patet ergo propositum.

LI.

Lineæ rectæ æquedistantes axi speculi columnaris conuexi, uisu non existente in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor reuisa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectaturq́ forma lineæ t h, à linea lõgitudinis speculi, quæ sit a g, dico quod imago lineæ t h, uidebitur aliquã curua, forma enim pũcti eius quod est q, ut supra patuit reflectitur ad uisum e, à puncto speculi b, qui est punctus circuli b f, linea ergo à puncto q, ducta ad centrũ circuli b f, quod est l, quæ erit q l, & ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti q, quoniam ut patet per 17. tertij, linea q l, est ppendicularis super lineã contingentem circulũ b f, cuius periferia est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, hic quoq́ kathetus q l, ut patet, concurret cum perpendiculari producta à puncto b, quod est punctũ reflexionis super ipsam superficiem speculi super axẽ z k, & erit cõcursus in pũcto axis l, scilicet in cẽtro circuli b f, p 96. primi huius, cõcurrat ergo linea q l cũ linea m l, in puncto axis l, producatur q́q́ linea reflexionis, q̃ est e b, quousq́ cõcurrat cũ katheto q l, & sit punctus concursus c, uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti q in puncto c, & est punctus c, per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea q h, & axis z k, est linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto speculi g, q per 10. huius, est punctus sectionis oxigoniæ cũ punctus c sit altior centro uisus, quod est e, nec ipsa sunt in eadem superficie. Est autẽ à puncto t, unã tñ ducere ppendicularẽ sup ipsam oxigoniã sectionẽ, quæ est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, uel super lineã cõtingentẽ speculũ in pũcto aliq oxigoniæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 114. primi huius, uel per 44. huius, cõcurret cũ perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est g, super axẽ z k, quæ est linea n g z, eritq́ cõcursus sub axe, hoc est sub puncto z, qui est concursus perpendicularis, n z, & axi z k, qũ ducta linea t z, erit angulus t z n acutus, ideo quod angulus n z y est rectus, axe k z producta ultra punctum z ad punctum r y, producatur itaq́ linea n z ultra punctum z ad puncto x, & ducatur à puncto g, linea cõcurrẽs cum linea n z, producta ultra punctum z in puncto x, concurret autem per 14. primi huius, ideo qa angulus x n t, est rectus, uel acutus, & angulus x t n acutus, secetq́ linea t x axẽ k z in puncto y, & producatur linea e g, ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x, cõcurrent autem per 29. primi huius, linea enim e g producta secat angulum t g x, ergo & basem t x, quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto h, lineæ t h, quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uisum e, per decimam huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, sub puncto d, qui est punctus axis per 114. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p

& sit secundum præmissos modos punctus concursus s, erit quoq; ut prius pũctus s imago puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in pũcto x cum perpendiculari, n z, quæ est æquedistans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, similiter linea h s, cum concurrat cum perpendiculari d r, quæ est æquedistans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti r lineæ t h, respectu puncti e, quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti h, & eadem distantia à uisu, qm̃ linea t h, æquedistat axi z k, & similiter puncta t & h, æqualiter distant à puncto q, & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti t & puncti h, ad punctum o, est idem, et punctorum i & s respectu puncti o, est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsenti demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s respectu lineæ e o, idem situs, lineæ ergo c i & h s concurrent super idem punctum lineæ e o, cõcurrent ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea i s, axis autem speculi, qui est z k, non est in hac superficie, uerum linea c h, est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli e b h super lineã cõmunem, quæ est e h, non super aliam, cum ergo punctus c sit in superficie lineæ t h, & similiter axis z k, sit in eadem superficie, & punctus c non sit in linea t h, ergo non est in superficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, sunt in superficie illius trianguli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ est t h, est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctũ, s. sectionis lineæ i s, & superficiei circuli est ualde parua sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est t h æquedistans lineæ longitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quã to minor fuerit linea r h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor est quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicũm declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & est quasi æquedistans lineæ t h, sicut & axi k z, patet ergo quod linea imaginis quæ est i t s, minor est reuisa, iu qua est linea t h, & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.

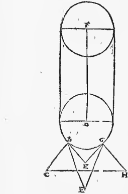


LII.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiem in qua est axis speculi columnaris conuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circumferentia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficierũ & speculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

Esto linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus e, & axis dati speculi columnaris, qui sit d f, sitq; punctum e in superficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ t h à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiei, t h e, & superficiei columnæ ipsius speculi qui sit g b, fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est e, erit retro lineã r h, & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas occultabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt r & h, appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est b g, & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius, patuit

de speculis sphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona grossæ diafonitatis, ut cristallus, de hoc sermo alter erit in decimo libro huius scientiæ, sed si linea t h siue existente diafona siue non, fuerit uisus sub illa intra ipsam. f. & speculum, tunc occultabitur pars lineæ t h, ꝓpter interpositionem capitis in quo est uisus, pars autem illa lineæ t h, quæ uideri potest non obstante capitis impedimẽto, reflectetur à circulo b g, ad uisum, eodem penitus modo quem de speculis sphæricis cõuexis ostẽdimus suo loco, est ergo imago lineæ rectæ t h, taliter uisæ semper curua, quod si centium uisus e, fuerit extra terminos lineæ t h in eadem superficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ t h ad uisum, uidebitur imago linea t h tota curua, ut patet secundum præmissa, & hoc est propositum.



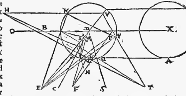
LIII.

Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem speculi columnaris conuexi secante, centroq́ꝫ uisus nõ existente in eadem superficie, factaq́ꝫ reflexione ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit supficies plana in qua est linea t h orthogonaliter secãs superficiem, in qua sunt centrum uisus e, & axis speculi columnaris conuexi, quod sit b k g. Sitq́ꝫ centrum uisus e, non in eadẽ superficie cum linea t h, cuius extrema t & h, sicut ꝓponitur æqualiter distent à centro uisus e, palamq́ꝫ per 10. huius, quoniam communes sectiones omnium in superficierum reflexionis & speculi, erunt oxigõniæ, & quoniam ex hypothesi forma pũcti h, reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi propositi, sit ergo ut hoc fiat à puncto b per 29. huius, & quia punctus t, eiusdem est distantiæ à puncto e quod est centrum uisus, cuius est punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi, sit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, sint eiusdem situs & longitudinis à centro uisus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ punctorum quæ sunt b & g eiusdẽ distantiæ & situs à puncto e centro uisus, igitur duo puncta b & g, erunt in circulo æquedistante basibus speculi, quæ cadet semper inter lineam h t & inter superficiem trãseuntem centrum uisus e, & secantem speculum æquedistanter basibus ipsius speculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionũ quæ sunt b & g, plus declinant ad centrum uisus ad quod fit reflexio, quàm ipsa puncta h & c, quorum formæ reflectuntur, sit ergo ille circulus b z g, cuius centrum sit d, ducantur itaq́ꝫ lineæ incidẽtiæ quæ sunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ sunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdiculares super lineas circulum b z g, cõtingentes in pũctis b & g, quæ sint d g & d b o, palã quia per 21. huius, qm̃ illarũ perpendicularium partes, quæ sunt g d & d b sunt semidiametri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uisus quæ sit e d, & producãtur lineæ incidẽtiæ quæ sunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ aũt pũcta h & t, sint eiusdẽ situs & distãtiæ respectu puncti e, & respectu centro d, palã quod lineæ h b & t g, habebũt eundẽ sitũ respectu lineæ c d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ d, esto ꝙd cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturq́ꝫ linea lõgitudinis columnæ speculi in qua sit pũctus z, & sit hæc linea in superficie plana, in qua est cẽtrũ uisus & axis speculi, sitq́ꝫ linea a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniã superficies in qua sunt centrũ uisus & axis speculi intersecat superficiem in qua est linea t h, sit punctus lineæ t h, in quo hæc sectio punctus q, & à puncto q, ducatur linea æquedistans lineæ d z c, cadat quidem hæc linea per 2. primi huius, super axem speculi ex una parte & super lineam l z n ex alia cadat ergo in pũctum n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, qm̃ angulus h b o, ꝗ est angulus incidẽtiæ formæ pũcti h, est æq̃lis angulo o b e, ꝗ est angulus reflexionis, sed angulus

h b o per

h b o,per 15.primi huius, est æqualis angulo l b d, q̃m est ei contrapositus, & angulus o b e, æqualis est duobus angulis b e d, & b d e, per 32.primi, cum in triangulo e b d, ipse sit extrinsecus angulus ergo l b d, æqualis est eisdē duobus angulis.s.b e d, & b d e, secetur itaq; ex angulo l b d, angulus qui sit m b d, æqualis angulo b d e, per 27.primi huius. Remanet ergo angulus m b i, æqualis angulo b e d, quia ergo in triangulo e b m, angulus b e m, est æqualis triangulo m b l, & angulus b m e, cõmunis utriq; illorum trigonorum erit per 32.primi, angulus m b e, trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, est ergo per 46. proportio lineæ e m ad b m, sicut lineæ b m ad m l ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ e m in m l, æquale est quadrato lineæ b m, ducatur quoq; linea m z, & q̃m angulus b d m, maior est angulo z d m, quia enĩ angulus s d e, est æqualis angulo o d e, ꝑpter identitatem situs punctorum reflexionũ, quæ sunt b & g, à centro uisus e, quæ causatur ut præostensum est ex identitate situs punctorum uisorum, qui sunt h & t, respectu uisus e, angulus uero s d e, maior angulo z d m, nec totum sua parte ergo & angulus b d m, est maior angulo z d m. Sed & duo latera z d & d m, sunt æqualia duobus lateribus b d & d m, q̃m d b & z d, sunt ex centro ad circũferentiã, & latus d m est commune, erit ergo ꝑ 24.primi, latus m b, maius latere m z, illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m, maius est quadrato lineæ z m, sit ergo ductus lineæ e m, in lineam m i, minor q̃ sit lineæ m l, æqualis quadrato lineæ m z, & ducantur lineæ l b, i z, e z, & quia trianguli e z m, & z i m, quorum cõmunis angulus est z m i, per 6.sexti, sunt æquianguli, ꝑpter laterum suorum proportionalitatem ex 16.sexti, quæ continent illum communem angulum, erit ergo angulus m z i, æqualis angulo z e i, est ergo angulus m z l, qui est maior angulo m z i, maior angulo z e d. Sed q̃m angulus m b d, constitutus est æqualis angulo b d m, erit linea m d, æqualis lineæ m b, per 6.primi. Sed linea m b est maior q̃ linea m z, ut patet ex p̃missis, ergo linea m d, est maior q̃ linea m z, ergo per 18.primi, erit angulus m d z, maior angulo m z d, igitur angulus d z l, maior est duobus angulis e d z, & z e d, angulus enim d z l, continet angulũ m z l, maiorē angulo z d e, q̃m angulus m z i, qui est pars anguli m z l, æqualis est angulo z e d, ut supra patuit, Item præter angulum m z l, cõtinet angulum d z l, & angulũ d z m, maiorē angulo m d z, angulus uero n z e, est æqualis angulo d z l, per 15.primi, & angulus e z c, per 32.primi, æqualis est duobus angulis z d e & z e d, est ergo angulꝰ n z o, maior angulo e z c, secet̃ ergo ex angulo n z c, ꝑ 27 primi huius, angnlus æqualis angulo e z c, qui sit z c f, ducta linea z f, quæ quidem concurret cum linea n q, per 2.primi huius, q̃m concurrit in puncto z, cum linea c d, æquedistante lineæ n q, concurret ergo super punctum f, cũ ergo angulus f z c, sit æqualis angulo e z c, palam per 20.quinti huius, q̃m reflectetur forma puncti f, ad uisum e, à puncto speculi e, sed forma puncti q, reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinis speculi transeuntis per punctum z, reflectitur ergo à pũcto quod est ultra punctũ z, q si detur ut reflectatur à pũcto quod sit circa punctũ z, ꝑpinquius puncto e, q̃ sit punctũ z, tunc linea ducta à puncto q, ad illum punctum reflexionis secabit lineam f z, ille ergo punctus sectionis reflectet̃ ad uisum e, à duobus punctis lineæ longitudinis speculi, qui est z a.f. à puncto z, & ab alio puncto dato, quod est impossibile, per 26.huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti q, ultra punctũ z, & sit punctus k, à quo reflectat̃ forma pũcti q, ad uisum e, & ducatur linea incidentiæ quæ sit l k, & linea reflexionis quæ e k, & producatur linea e k, donec concurrat cum linea n q, concurret autē linea e k, cum



lineaq; per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante lineæ n q, hæc enim in eadem superficie est inter puncta e & k, concurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius punctus p, locus imaginis formæ puncti q, sed punctus h, reflectitur ad uisum e, à puncto sectionis oxigoniæ, cum non sit in eadem superficie cum uisu e, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentem sectionem oxigoniam in alio quo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cum perpendiculari o b d, sub axe per 44. huius, concurrent ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ lineam, s. perpendicularem super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius concurret cum perpendiculari s g d, sub axe, & quoniam semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, quoniam reflexio formæ punctorum h & t, sit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionum columnarum scilicet lineæ z d, productam transspeculum se intersecantium per 24. huius, & per 1. undecimi, & 19. primi huius, & quoniam puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdem situs respectu uisus e d, ideo enim quod illa puncta h & t, sunt eiusdem situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cum axe speculi & centro uisus, habent ergo puncta h z t, eundem situm respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter per quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctorum h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti super illas sectiones, quos ut patet ex præmissis quilibet concurrit cum linea e d, ambo concurrent in eodem puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, producta concurret cum linea h u, sit punctus concursus r, concurrat quoque linea e g, cum linea t u, in puncto y, & ducatur linea r y, palam ergo per 37. quinti huius, quia punctum r est imago formæ puncti h, & punctum y, est imago formæ puncti t, habemus quoque trianguli e r y, & extra superficiem huius trianguli est punctum z, superficies ergo huius trianguli altior est quam linea e p, si centrum uisus fuerit altius quam linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius quam linea h t, est ergo punctus p, semper extra illam superficiem lineæ ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ h t ut patet per 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situatæ respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

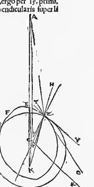
Quia enim per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginem habet non rectam sed curuam, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisu non existente in eadem superficie cum linea uisa, imago semper uidetur curua per proximam præmissam, palam per eandem, quoniam lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedit ad situm lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quarum superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem, & augmentatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum, & hoc est propositum.

LV.

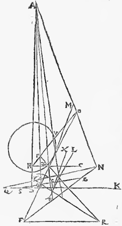
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imagoque ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

Sit speculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signeturque

turq; in sũpficie conica eius linea longitudinis utcũq; contingit, quæ sit a z, per 101. primi huius, ducaturq; punctum z, superficies æque distans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidẽ speculi secundũ circulũ qui sit z u, & ducatur per 11. primi, à puncto z, perpendicularis super lineam longitudinis z a, quæ ꝑducta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctum h, concurret autem cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a z, est acutus, & à puncto z ducatur linea contingens circulũ z u, per 16. tertij, quæ sit z m, & ducatur à puncto a, linea continens cũ utraq; linearũ a z & a h, angulum acutũ, quæ sit extra superficiẽ cõtingentẽ pyramidẽ super lineam a z, hoc enĩ est possibile, cũ angulus h a z, sit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex præmissis, duo anguli n a h, & a h z, sunt acuti. Sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circumferentiam circuli z u, ideo enĩ quod angulus a h o, est æqualis angulo a h z, oportet quod lineæ z h & o h, sint in eadem superficie, secet ergo linea h o, periferiã circuli in puncto u, & ꝑducatur linea lõgitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z, extra speculum ad punctum c, & ducatur linea o z, & ꝑducatur in continuũ & directum, & sit o z f, & producatur linea a z, ad punctũ e, angulus ergo f z h, est acutus, per 15. primi, quia linea o z, cũ linea t z, continet angulum acutũ. Est enĩ angulus a z c, rectus, & quia linea o z, secat superficiẽ contingentẽ speculũ super lineã a z, super quã erecta est linea h z, ut patet ex ꝓmissis, angulus, itaq; a z h, existente recto, angulus o z a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & ꝑducatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autẽ linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducatur à pũcto e, linea e d, æquedistans lineæ z h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super superficiẽ contingentẽ pyramidẽ secundum lineã a e, cum linea z h, sit perpendicularis super eandẽ superficiem, & ducatur à puncto e, linea e l æquedistans lineæ z m, & imaginetur superficies, in qua sint lineæ e l et e d, secare pyramidẽ, erit quoq; cõmunis sectio huius supficiei & supficiei conicæ ipsius speculi sectio oxigonia p 103. primi huius, qm̃ illa superficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e c, linea uero m z, quæ est contingens circulũ z u, est perpendicularis super lineam a e, per 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus est super superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea z m, est perpendicularis super illius circuli diametrũ per 17. tertij, est ergo linea z m, erecta sup superficiẽ a z h, ut patuit in 41. huius, qm̃ superficies circuli, & superficies a z h, sunt adinuicẽ erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ z m, per 8. undecimi, est perpẽdicularis sup superficiẽ a d e, ergo angulus a e l, est rectus, qd tamẽ facilius patet per 29. primi, quia cũ angulus a z m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a z h, est rectus, & linea e d, æquedistat lineæ z h, ergo per 5. undecimi, lineæ n e, l e, d e, sunt in eadẽ superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiẽ illius sectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, concurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, ꝑtrahatur itaq; linea d e, in continuũ & directũ usq; ad punctum k, & extrahatur à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit f r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h z, per 30. primi, & producatur à puncto z, in superficie o z h, linea recta continens cũ linea z c, angulũ æqualem angulo o z c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o z h, est obtusus



tusus, hæc ergo linea cõcurret cum linea f r, per 2. primi huius, quia secabit lineam 3 h, æquedistantẽ lineæ f r, & est in superficie eius, quia linea 3 f, est in superficie eius. Oẽs aũt lineæ æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius, concurrat ergo in puncto r, & sit angulus r 3 c, æqualis angulo o 3 c, & quia angulus o 3 c, est æqualis angulo 3 f r, per 29. primi, quia est extriusecus illi, & angulus c 3 r, æqualis est angulo sibi coalterno, qui est angulus 3 r f, palã quod angulus 3 f r, est æqualis angulo 3 r f, ergo per 6. primi, lineæ 3 f & 3 r, sunt æquales. Et quia linea f e n, est in superficie sectionis, & linea f r, est æquedistans lineæ e d, quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea f r, in superficie illius sectionis, pducatur quoq; linea r e, erit ergo linea r e, similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & qm̃ superius declaratũ est, quod linea longitudinis speculi, quæ est e a, est ppendicularis super superficiẽ sectionis, uterq; ergo angulus a e r, est rectus per diffinitionẽ lineæ sup superficiẽ erectæ, quadratum ergo lineæ f 3, ualet duo quadrata linea℞ 3 e & f e, p 46. primi. Similiter quadratum lineæ 3 r, ualet duo quadrata linea℞ 3 e & e r. Sed quadratũ lineæ 3 f, est æquale quadrato lineæ 3 r, quia & linea lineæ est æqualis ex p̃missis. Est autẽ ambo℞ cõmune quadratum lineæ 3 e, Relinquit̃ ergo quadratũ lineæ f e, æquale quadrato lineæ e r, erit ergo linea f e, æqualis lineæ r e, ergo p 5. primi, duo anguli e 1 f, & e f r, sunt æquales. Sed angulus n e r, est æqualis angulo e f r, per 29. primi, quia est ei extrinsecus, & angulus k e r, est æqualis angulo e r f, quia est ei coalternus. Sũt ergo anguli n e k, & k e r æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti n, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto r, â puncto speculi e, & forma puncti o, reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto r, â puncto speculi 3, & omnis linea pducta â puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, secabit lineam 3 e, patet quoq; secundũ præmissa quod illa linea erit æqualis lineæ pductæ â puncto r, ad idẽ punctum, quia linea a e est perpendicularis super superficiẽ, in qua sunt lineæ r e & f e, quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ f e & r e, sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ â punctis f & r, ad aliquod unum punctum lineæ 3 e, sunt æquales iterandu modũ pbandi quo usi sumus prius, patet ergo qđ forma omnis puncti, q est in linea o n, cõuertetur ad uisum existentem in puncto r, ex illo puncto speculi quod secatur in linea 3 e omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis, qui est a, cadens'q; obliq; super axẽ pyramidis speculi, q est a d, ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, & cũ linea lõgitudinis quæ est a 3, uel alia quocũq; p̃missο modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectit̃ ad uisum tunc dispositũ respectu illius uisibilis ut nunc est dispositũ punctum r, respectu lineæ o n. Similiterq; patet, ꝙ in hac dispositione formæ pũctorum totius lineæ a o n, reflectent̃ ad uisum in puncto r existentẽ, & si punctus r, ulterius pducat̃ in maiori distantia â puncto 3, & augmentabit̃ quantitas lineæ a o n, secundũ illud, & huius quidẽ simile demonstratũ est per 41. huius, nunc uero hoc p̃misimus in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Omnibus itaq; ex his suo modo dispositis cõtinet̃ linea n d, secabit ergo linea n d, circumferẽtiã sectionis, nam duo puncta d & n, sunt in eadem superficie sectionis, & punctũ n, est extra circũferentiã sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea n d, circũferentiã sectionis in puncto c, & quia triangulus a h o, est totus in eadem sũpficie



per

per 21. undecimi, palam quoniam linea n d, erit in superficie trianguli a o h, per 1. undecimi, puncta enim d & m, sunt in lineis a o & a h, ergo & linea n d, est in superficie eadẽ cum illis, erit ergo punctus c, in superficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u, sunt in superficie huius trianguli a o h, ut patet ex præmissis, quoniam linea h o, secabat periferiam circuli 3 u, in puncto u, sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt a & u & c, sunt in superficie huius trianguli a o h, sed puncta a b c, sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta a u c, sunt in linea communi, quæ est linea recta per 90. primi huius. Fiat enim sectio secundum axem speculi, ergo puncta a u c, sunt in linea recta, protrahatur ergo linea a u, recta ad punctum c, & producatur linea r 3, ultra punctum 3, quæ secabit lineam o h, per 29. primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, sunt in eadem superficie, & linea r 3, quæ secat angulum f 3 c, secat angulum eius contra positum, qui est h 3 o, ergo & basem illi subtensam quæ est h d, necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto p. Est ergo punctus p, in superficie trianguli a o h, producatur quoque linea a p, & protrahatur ultra p, secabit ergo lineam d n, per 29. primi huius, secat angulum d a n, secet quoque ipsum in puncto g, & quia punctus f, non est in superficie contingente pyramidem speculi transeuntem per lineam a 3 e, sed oblique incidit eidem, ut patet ex præmissis. Est autem in superficie sectionis, & quoniam superficies sectionis nõ est erecta super superficiem a d e, per 103. primi huius, patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus a e d acutus, quoniam angulus a e f est rectus, angulus ergo d e n, per 13. primi, est obtusus, ergo angulus e d n, est acutus, per 32. primi, cadit ergo in triangulo amligonio, qui est d e n, & sit linea e x i, contingens sectionem in puncto c, per ea ergo quæ præmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus d e x est obtusus, palam quod perpendicularis extracta ex puncto c, super lineam c x, cõtingentem sectionem secat angulum d c x, & quod concurret cũ linea e d sub puncto d, hæc ergo perpendiculariter secet lineam e d, producta ultra punctũ d, in puncto r, perpẽdicularis ergo extracta ex puncto n, super lineam contingentem sectionem secabit lineam e d, ultra punctum f, remotius à puncto d, quàm sit punctum f, siue ista perpendicularis cum linea e d, concurrant ultra circumferentiam sectionis uel intra illam: perpendicularis enim extracta à puncto n, super lineam contingentem sectionem non secabit angulũ d e x, sicut linea perpẽdicularis ducta à puncto c, secat angulum illum, ut enim patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa perpendicularis remotior à linea n e, quàm sit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est a d, in puncto altiori quàm sit punctũ d, sit ergo perpendicularis extracta à puncto n, super lineam contingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ linea n q, & linea r e, secat lineam n e, in puncto e, qui est punctus circumferentiæ sectionis, & est in ipsius superficie, & similiter linea n q, est in superficie sectionis. Si ergo linea r e, quæ est linea reflexionis extrahatur motiuum & e directum, palam quod ipsa secabit lineam n q, per 29. primi huius, quoniam ipsa protracta secat angulum q e n, secabit ergo basem q n in trigono n e q, sic ergo n t, secet ipsum in puncto x. Item quia punctum e, quod est in superficie sectionis est extra superficiem trigoni a n d, quod trigonum secabit superficiem sectionis, quia superficies a n d, non est superficies sectionis, cum sicut patet ex præmissis, punctum a, sit extra superficiem sectionis, & linea a e sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus e, est in circumferentia ipsius sectionis, est autem linea n c d, communis ambabus illis superficiebus trigoni, scilicet a n d, & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea n c d, est communis sectio illarum superficierum, scilicet trigoni a n d, & sectionis linea n q, concurrit cum ipsa sectione ultra punctũ e, ut supra declaratum est, ergo linea n q, est ultra superficiem trigoni a n d, sed linea a p g est in ipsa superficie trigoni a n d, punctus ergo y, qui p 37. huius, est locus imaginis formæ puncti n, cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est r e, & katheti incidẽtiæ formæ puncti t, quæ est linea n q, erit ultra lineam a p g, uisu itaque existente in puncto r, & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto r, à linea longitudinis speculi, quæ est 3 e, ut nunc in præcedentibus ostensum est; quod forma puncti o, reflectitur ad uisum existentem in puncto r, à puncto speculi 3, & forma puncti n, à pũcto

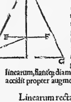
 specu-

ſpeculi e, tunc punctus p, erit locus imaginis formæ pũcti o, per 37. quinti huius, quoniã
ipſum punctũ p, eſt cõmunis ſectio lineæ reflexionis 3 r, & katheti incidẽtiæ formæ pũcti
o, qui eſt linea o h, & punctus y, eſt locus imaginis formæ pũcti n, forma uero pũcti a, ui
debitur in ſuo loco ꝓprio, quia eſt in uertice pyramidis, & erit imago lineæ a o n, linea trã
ſiens per pũcta a p y, ſed hæc linea eſt cõuexa, quia punctũ y, eſt ultra lineã a p g, ſit ergo il-
la linea imaginis curua, quæ eſt linea a p y, iam aũt patuit ꝙd formæ omniũ pũctorũ line
æ a n, reflectãtur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto r, à linea lõgitudinis ſpeculi, q̃ eſt a e, lineæ
ergo reflexionũ ꝑ quas reflectũtur illæ formę ſunt oẽs in ſupficie trianguli r a e, oẽs ergo
imagines pũctorũ lineæ a n, ſunt in hac ſupficie, ergo linea a p y, q̃ eſt cõuexa, eſt in hac ſu
perficie, & pũctus p, q eſt locus imaginis formæ pũcti o, & ꝓpior cẽtro uiſus qui eſt pun
ctus r, quàm ſit pũctus y, q eſt locus imaginis formæ pũcti r, ꝓpter ꝙd erit conuexitas huius
imaginis reſpiciẽs centrũ uiſus, eritq́ cõuexitas parua, & diameter huius imaginis, q̃ dia-
meter eſt linea a y, erit maior quàm ſit linea a n, cuius imaginis eſt ipſa diameter, erit aũt illi
us diuerſitatis exceſſus in modica quãtitate, imagines ergo linearũ q̃ extrahũtur ex uerti
cibus pyramidaliũ ſpeculorũ cõuexorũ oblique ſup axẽ ſpeculi, cõprehendũtur à uiſu, à ta
libus ſpeculis ſecũdũ lineã lõgitudinis ſuæ reflexæ, & apparẽt cõuexæ, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquediſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis
conuexi uiſu exiſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi ſe-
cantem reflectitur ad uiſum ſecundum oxigonias ſectiones, imagoq́ ipſius ui
detur curua maximæ curuitatis, cuius conuexitas eſt ad uiſum.

Eſto ſpeculum pyramidale cõuexũ, cuius uertex ſit a, diameter baſis b c, eſt ergo ipſi
us latitudo trigonũ a b c, ſitq́ centrũ uiſus d, & linea recta uiſa ſit e f, æquediſtans ſuperfi
ciei trigoni a b c, ſitq́ centrũ uiſus d, extra ſuperficiem, in qua linea e f, exiſtẽte per ipſam
ſecaretur ſpeculũ æquediſtanter ſuæ baſi, dico ꝙd forma lineæ e f, reflectitur ad uiſum d,
ſecundum oxigonias ſectiones ſpeculi ſuperficiẽ ſecantis, nõ enim poteſt reflecti ſecun-
dum lineam longitudinis ſpeculi, quoniam tũc oportet ut cõcurret cũ axe ſpeculi uerſus



uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppo
ſitum dicit hypotheſis, à ſuperficie uero iſtorũ ſpeculorũ ſecundum
circulum non ſit reflexio per 12. huius, oportet ergo de neceſsitate
ut harũ linearũ reflexio cum ſit ad uiſum fiat ſecũdũ oxigonias ſe-
ctiones, & quoniã katheti incidentiæ qui ſunt perpendiculares ſũt
per illas oxigonias ſectiones, qui ſunt perpendiculares ſup lineas
illas ſectiones cõtingentes cũ lineis reflexionum, concurrunt enim
in eadẽ linea æquediſtãte lineæ uiſæ, ſed in lineis diuerſis, ideo ima
gines talium linearũ ſic diſpoſitarũ reſpectu ſuperficierum iſtorũ
ſpeculorũ uidentur curuæ, ſicut de ſpeculis columnaribus oſtendi
mus in 53. huius. Sunt aũt imagines harũ linearũ multum curuæ,
ita ut ipſarũ curuitas ſit manifeſta ſenſui, ſitq́ cẽtrum illarum ima
ginum extra ſuperficies, in quibus eſt conuexitas formarum harũ
linearum, ſiantq́ diametri imaginum harum linearum multo minores ipſis lineis, quod
accidit propter augmentum ſuæ curuitatis, patet ergo propoſitum.

LVII.

Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexo-
rum non ſecundum concurſum cum uertice axis neq́ æquediſtanter latitudi-
ni ſpeculi, ſed inter hæc oblique incidẽtium imagines ſunt curuæ diuerſæ cur
uitatis ſecundum modum quo plus participant ſitibus extremis.

Quod hic ꝓponitur ſatis euidentẽ habet cauſam, lineæ enim rectæ applicatæ his ſpecu-
lis neq́ ſecundũ lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neq́ æquediſtanter latitudini
ſpeculi, ut in præmiſſa medio modo ſecũdum quod plus approximant uni ſitui uel alteri

partici

participant modos curuitatis, unde illæ quæ plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus cõuexas, quæ uero plus approximãt lineis in æquedistantibus latitudini speculorum, habent formas magis manifeste cõuexas, sed tortuose tamẽ, quia quæ appropinquãt plus uertici speculorum, habent formas strictiores & cõuexiores, quæ uero appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores, ueruntñ omniũ illorum imaginũ cõuexitas erit manifesta, patet ergo propositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisæ in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet p 40. sexti huius, q̃m ibidem monstratum est in speculis sphæricis conuexis, quod quanto minus fuit illud speculũ, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius, & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erũt minores, similiter quoq; sectiones cadentes in aliquo speculo pyramidali, illæ quæ sunt propinquiores uertici sunt minores & strictiores, & sic locus imaginis erit propinquior pũcto in quo cum axe speculi concurrunt perpendiculares ductæ super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum oxigoniarum sectionũ, à quarum punctis fit reflexio ad uisum, erunt ergo illæ imagines minores, sectiones uero oxigoniæ q̃ sunt ꝓpinquiores basi habent contrariã dispositionem alijs superficiebus, q̃m ipsæ sunt ampliores, ut patet per 116. primi huius, unde loca imaginũ fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt p̃dictæ perpendiculares ductæ sup superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum, fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit, quod imagines formarum uisarũ in speculis pyramidalibus cõuexis fiunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum, quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisæ quæ comprehẽditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi à qua reflectitur illa forma, ut patet per 38. quinti huius, reliquæ uero oẽs fallaciæ quæ accidunt uisui ex speculis columnaribus conuexis, accidunt etiam istis, unde non est iterum talibus immorandum, econuerso etiam quæcunq; fallaciæ accidunt in seculis his pyramidalibus, accidunt etiã in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum, q̃m oxigoniæ sectiones columnariũ speculorum, quæ sunt eiusdẽ decliuitatis super axem columnæ, omnes sunt æquales, & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi æquali in eodẽ situ respicienti basem speculi, quod non est in sectionibus oxigonijs pyramidũ, quæ ut ostensum est per 116. primi huius, omnes ad partem basis pyramidum dilatantur, secundũ quod circuli ipsas æquedistanter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt æquales, patet itaq; propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola, reiq; uisæ propinquioris imago uidetur maior.

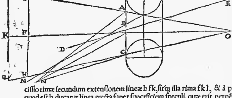
Propositæ passiones aliæq; q̃ plures cõmunes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphæricis cõuexis, unde istarũ passionum sicut & aliarum communium idem hinc demõstrandi est modus, uerum si in propositis his speculis fiat communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia, quæ nõ accidit in speculis sphæricis, cũ in illis solum sint circuli, tũc in his quæ in hoc nostro libro præmisimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum, patebitq; propositum ingenio diligenti.

LX.

Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sisti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisæ.

Sit speculum columnare conuexũ, cuius linea longitudinis sit a b c, quod erigatur super basem suam in loco aliquo domus cõuenienter amplæ, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, erecta super pauimentũ domus, ducaturq; linea contingens speculum in puncto b, perpendiculariter super lineam a b, quæ sit d b e, quæ secundum puncta d & e

tangat parietes domus, & illa puncta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies itaq; in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis super axem speculi, palam quia secat speculum secundũ circulũ per 100. primi huius, sup punctũ itaq; d, parietis domus signato puncto f, ut ꝓpinquius, cõuenienter possit fieri, ducatur à puncto f, linea æquedistans lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g f h, & eius medius pũctus sit f, copuleturq; linea f b, quæ producatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries secundũ lineã g f h, itaq; ergo ex alia parte sup̃ficiei muri maior fiat excissio rimæ parietis q̃ uersus speculum, sicut consueuit fieri in fenestris domorum, fiatq; totalis illa excissio rimæ secundum extensionem lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto speculi, quod est b, ducatur linea erecta super superficiem speculi, quæ erit perpẽdicularis super lineam d b e, quæ educta extra speculũ sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducãtur lineæ ad speculum quæ sint g a & h c, quæ ꝓductæ cõcurrant in puncto o superficiei circuli secantis speculũ in puncto b, ducaturq; linea b o, facta quoq; tali resectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqualis lineæ b o, dico quod si in puncto n, ponatur centrum uisus, quòd ad ipsum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebitur extra speculũ. f. intra speculũ & inter lineam g f h. f. citra punctum d, lineæ d e, cõtingens speculũ in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq; lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murũ in puncta, & copulet̃ linea una quæ sit p k q, in q̃ tabula aliqua depicta ordinetur ultra murũ, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponat̃ quod per uisum existentẽ in pũcto n, uel citra illud uideri nõ possit forma depicta in tabula, uidebit̃ tñ uisu sic disposito imago illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens intuitor potest sistere speculũ pyramidale cõuexũ in centrũ uisus per 41. & p 49. huius: à speculis uero sphæricis conuexis adeo regularis reflexio nõ fiet ut à ꝓpositis speculis, patet ergo ꝓpositum. Secundũ hunc itaq; modũ studiosus percuntator inuigilet, quoniã hoc quod hic præmisimus in præsenti theoremate exempli causa fecimus, ut ex huius libri septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artifici pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Notificatis aliqualiter passionibus speculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariũ ut sphæricoꝝ columnariũ & pyramidaliũ, superest nunc ut de speculorum cõcauoꝝ proprietatibus aliqua cõscribamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturaliũ formarum uisuumq; aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius sciẽtiæ libro propositiõe octaua declarauimus, sunt tantũ tria, scilice

scilicet sphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphæricis concauis in præsenti libro tractabimus, utpote de illis quorum passiones ueluti simpliciores alijs in reliqua concaua specula descendũt. Et quoniam principia communia his speculis sphæricis concauis & sphæricis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmisimus, ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his speculis duximus explicanda.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat, ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum, & secundum hoc totus situs partium imaginis respectu situs partium rei uisæ uarietur.

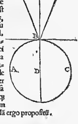
THEOREMA I.

Opposito uisui speculo sphærico concauo, communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphæræ concauæ superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concauorum speculorum sit sphærica, patet per 110. primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quandoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

II.

Communem sectionem superficiei reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphæræ esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphæram speculi concaui per æqualia.



Huius propositi theorematis nõ est alia demonstratio, quàm quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphæricis speculis conuexis, & quia sphæræ concauitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Esto enim speculum sphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & sit centrum uisus g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculi b, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem per 12. undecimi huius, hæc ergo cadet necessario in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b necessario transibit centrum sphæræ per 72. primi, quæ est d, producta quoq; fit diameter sphæræ, ergo & circuli magni illius sphæræ, & quoniam hæc diameter communis est superficiei reflexionis & ipsi sphæræ, palã ergo propositũ.

III.

In omni superficie reflexionis, à speculis sphæricis concauis centrum uisus centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminumq; diametri uisualis à centro uisus per centrum sphæræ ducti, ad sphæræ superficiem consistere est necesse.

Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cõmunis sectio superficiei

reflexionis & superficiei speculi sphærici concaui, est circulus magnus per æqualia diuidens sphæram per præmissam, palam, quia in qualibet superficie reflexionis est centrũ speculi, quia quælibet ipsarum transit centrum sphæræ ipsius speculi, cum quælibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per 1. undecimi, producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphætæ, terminus illius diametri necessario erit in eadem superficie, cum alijs duobus suis punctis, prædicta ergo 5. puncta necessario sunt in omni superficie reflexionis, quæ fit à propositis speculis, & hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisæ in centro speculi sphærici concaui existẽte, à quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum, ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendet, nisi se tantum, & quod punctus rei uisæ existens in centro speculi non reflectitur aliqualiter ad uisum.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit a, & signetur in ipso aliquis suorum magnorum circulorum, qui b c d e, & centrum uisus in centro speculi, quod est punctum a, dico quod à quocunque puncto fiet reflexio ad uisum, semper oportet ut reflectatur radius in se ipsum: dato enim quòd à puncto b, fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus, palam ergo per 72. primi huius, quoniam linea u a, quæ est linea reflexionis, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per 21. quinti huius, si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidẽtiæ inæqualem esse angulo reflexionis quod est contra 20. quinti huius, & impossibile, linea itaque a b, reflectitur in seipsam, ut ipsa est facta linea b a, & quoniam in hoc situ uisus, omnes lineæ incidentes superficiei speculi, sed semidiametri ipsius, palam quoniam omnes anguli incidẽtiæ sunt inter se æquales, per 43. primi huius, quia sunt anguli semicirculorum, reflectẽtur ergo necessario in seipsos, uidebiturque in tota superficie speculi forma aspiciẽtis oculi una forma, & apud superficiẽ speculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uisum, & ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se à quolibet puncto speculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionẽ à superficie speculi, quoniã ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neque punctus rei uisæ existens in centro uisus reflectitur ad uisum sed solum in seipsum, quoniam omnes lineæ incidentiæ sunt perpendiculares super superficiem speculi, unde non reflectentur nisi in seipsas, & hoc est propositum, & hæc quidem dicta sunt non præstante impedimentum uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutũ, fuerit in diametro sphæræ speculi concaui, & in centro eius, cum quælibet linea à uisu ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam, tunc ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quæ à centro speculi intelligitur protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam à uisu declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi, & ita non pertingat ad centrum uisus, patet ergo propositum.



V.

Centro uisus existẽte in aliqua semidiametro speculi sphærici concaui extra centrum speculi, impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentem, reliqua uero semidiameter est possibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendet uisus formam alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentem, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto sumpto in illa semidiametro, & alia à centro uisus in idem speculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto speculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum speculi, secundum formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctæ semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam, hæc enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perdendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unicus talis punctus in quibuscunque diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit, quoniam centro speculi ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexioni. & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, à diuersis uero circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

VI.

Posito uisu extra centrum speculi sphærici concaui à quolibet puncto speculi potest fieri formæ alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus magnus, qui sit g d c, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b à centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quæ sit a b d incidens superficiei speculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formæ puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi à solo puncto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum speculi transeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius. quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ est extra speculum, ubicunque ponatur esse centrum uisus siue intra, siue extra circulum g c d, constituatur quoque per 23. primi, in eiusdem circuli superficie super lineam l g ad punctum g, angulus æqualis angulo f g a, quæ sit h g l, erit ergo angulus h g b, æqualis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiæ est minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abscisso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illũ acutum angulum continens cadet intra circulũ g c d, quoniam solus angulus contingentiæ cadet extra circulum: posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formæ alicuius sui puncti ad uisum a, & eodẽ modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d, dato demonstrandum, sed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem contingentem speculũ in puncto d, quia linea a d reflectitur in seipsam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uisus, quod est a, & punctũ speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediente medio. Si uero nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc est propositum,



VII.

In speculis sphæricis concauis si supra periferiam uel extra ponatur centrum uisus, oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur.

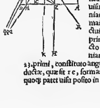
Sit speculi concaui sphærici circulus magnus a b g, sitq; centrum uisus in puncto b, super speculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, est maior, angulus uero reflexionis semper debet esse æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia nõ fiet reflexio secundam lineam a b, sed fiet ad partẽ maioris anguli, & similiter est de puncto g, quoniam non fiet reflexio secundam lineam b g, sed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, si enim forma puncti b, à punctis a & g, reflectetur in se ipsum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, essent æquales, quod est impossibile, & contra 43. primi huius, per diametrũ tamen cuiuscunq; circuli magni totius speculi sphærici concaui potest uisus incidens reflecti in se ipsum, quoniam omnium semicirculorum eiusdem circuli, anguli sunt æquales per eandem 43. primi huius, sed tunc non fiet reflexio in unius puncti superficiei speculi diametraliter incidentis, ut secundum lineam b c, quæ non percipitur, quia indiuisibilis est, & omne quod uidetur diuisibile est, quia sub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & nõ perueniunt ad uisum nisi illi quorum reflexiones lineæ incidunt superficiei uisus, & figurantur in illo puncto rei uisæ sitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; speculis sphæricis concauis, si super periferiam speculi, uel extra ponatur centrum uisus, non uidetur oculus nisi per diametrum speculi reflectatur, idem enim accidit si extra periferiam speculi propositi oculus ponatur, & eodem modo demonstrandum, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propositum.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum speculi sphærici concaui uisu posito siue in transuersali diametro, siue extra illã, siue citra illam, nihil rerum in illa parte dispositarum possibile est uideri.

Esto communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui circulus a g d, cuius centrum sit z, & producatur semidiameter z g, extra speculum ad punctum h, ducaturq; à centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter super lineã h g, quæ a z d, & sit centrum uisus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ h g per 31. primi, quæ sit linea b e, incidens superficiei speculi in puncto e, dico quod nulla rerum uisibilium positorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua scilicet est uisus, potest uideri, detur enim si sit possibile, ut punctus q, ab illa parte positus ad uisum existentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum speculi, quod est e, producta linea incidentiæ, quæ sit q e, & à puncto e contingens circulum per 16. tertij, quæ sint p e o, & ducatur linea e z, si ergo forma puncti q, à puncto speculi e, reflectatur ad uisum existentem in puncto e, est palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, sed angulus b e p est maior angulo recto, quia per 17. tertij, est angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, est maior recto, quod est contra 13 primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uisum b, sed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impossibile, sed super terminum lineæ z e per 23. primi, constituto angulo æquali angulo b e z, possibile erit punctorum lineæ productæ, quæ sit r e, formas à puncto e, reflecti ad uisum existentem in puncto b, idem quoq; patet uisu posito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea ç k, uel posito in



ſn in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſsibile eſt ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

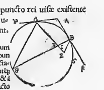
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoq; ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales, aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius angulus proportionis qui eſt r a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l, Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam puncti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterq; demonſtrandum ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g, erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetq; per modum quo



præceſsimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitq; cócurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b, maior eſt angulo p g h. Si itaq; angulus l a c, ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearũ a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoq; ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineæ a l & p g æquediſtabunt. In nullo ergo pũcto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrũ uiſus à duobus punctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum

X.

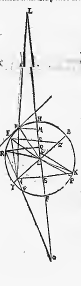
Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtente in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.



Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b f, ſitq; punctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circumferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitq; u t g punctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ ſint puncta a & b, fiatq; reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à

dd puncto

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ sunt b e & a l, posſibile eſt cõcurrere, ducantur itaq; lineæ contingẽtes ſpeculum in punctis a & b, contingatq; ipſum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b, ſecent ſe in puncto h, quia itaq; omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, per 13. primi, & per 20, quinti huius, angulus e b f, eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis eſt angulo p a g, & anguli contingentiæ omnes ſunt æquales per 15, tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20, quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cũ angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis ſpeculi fiet ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quia poſsibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.



XI.

Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum, quandoq; eſt in puncto reflexionis, quãdoq; eſt ultra ſpeculum, quandoq; inter uiſum & ſpeculum, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, quandoq; retro uiſum.

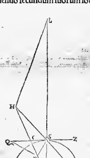
Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ, tũc enim neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi in puncto ſcilicet ſuę reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt ſuperficiebus propoſitorum ſpeculorum, tunc diuerſificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus, & punctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui, & ducatur ſuperficies plana per hæc duo puncta, quæ erit ſuperficies reflexionis, quoniam ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum illum ſuperficiei ſpeculi, cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati, & erit communis ſectio illarum ſuperficierũ circulus magnus per ſecundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uiſus ad centrum ſpeculi, quæ ſit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ ſit a e & à puncto d, ducatur ad circulum linea æquediſtans lineæ a e, quæ ſit d h & producatur linea a d ex utraq; parte ſui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter i a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, eſt maior, quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus

lus e a d, est minor angulo a d e, est ergo per 32. primi, angulus a e d, minor angulo recto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super punctum quoque e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t, palam itaque quoniam linea e t cadit intra circulum, quoniam si caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus, si linea producta circulum contingeret, aut obtusus, si secaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e, patet per 16. tertij, & quia hoc est possibile, ut patet ex præmissis, palam quia linea t e, cadet intra circulum, secabitque lineam d h, sitque punctus sectionis t, & erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi, sunt enim anguli e d t & c d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi huius, linea e t non æquedistat lineæ a b, concurrant ergo, sitque punctus concursus z, deinde a puncto a ducatur ad arcum e h, linea a n, quæ concurrat cum linea a e in puncto a, & inter ipsam lineam d h, sibi æquedistantem producatur, palam per secundam primi huius, quia concurret cum linea d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur linea d n, & super punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ sit m n d, & quia angulus d n a, est acutus per quadragesimam secundam primi huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, omnis angulus contentus à quacunque linea & termino diametri, palam quod est acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiam à puncto a, linea ad arcum e i f, quæ sit a g, & ducatur linea d g, fiatque angulus q g d, æqualis angulo d g a, & quoniam ut prius angulus d g a, est acutus per 42 primi huius, erit etiam angulus q g d acutus, cōcurret ergo linea g q, cū linea d h sit concursus in puncto q, palam quoque cum linea g a, concurrat cum linea a e, quoniam per secundam primi huius, concurret cum linea d h illius æquedistante, sit concursus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimamquartam primi huius, ad partem maiorem angulorum fiet concursus, seceturque linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitque arcus g y maior arcu g h, quod autem linea g q, cadit inter puncta d & h, palam satis est ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat linea, g o ex circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producatur linea g d ad periferiam circuli in pūctum p, eritque arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d maior angulo a g d, sed angulus q g d est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo angulus h g p, est maior angulo a g d, linea ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29 primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc à puncto a ducatur ad arcum f b, linea a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit linea k s maior quam pars diametri, quæ est s d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo, & linea a k ducatur per illum punctum, aut per punctum alium uersus punctū d, hæc itaque linea a k, sic ducta, ducatur linea d k, palā ergo per quadragesimamsecundam primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaque per decimamoctauam primi, angulus k d s, sit maior angulo d k s, ideo quia linea s k est maior quam linea d s, erit ergo angulus k d s maior angulo d k u, palam ergo per decimamquartam primi huius, quia linea u k concurret cum linea d h, sit ergo concursus in puncto u, palam itaque per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma puncti t, à puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a, kathetus quoque incidentiæ formæ puncti t, est linea t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super superficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistans lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo concurret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur similiter à puncto e, ad uisum existentem in puncto a, kathetus quoque suæ incidentiæ qui est b z d, ductus à puncto z, per centrum speculi concurrit cum linea reflexionis, quæ est a e in puncto a, locus itaque imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum ui-

ſus quod eſt a, forma uero puncti m à pũcto ſpeculi, quod eſt n, reflectitur ad uiſum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ eſt kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod eſt ultra ſpeculum, & forma puncti m, habet locũ imaginis in puncto l ſub ſpeculo, forma uero puncti q. peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt g, & ex puncto g reflectitur ad uiſum a & locus imaginis ſuæ eſt in puncto o, quod eſt ultra uiſum, & forma puncti u peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt k, & reflectitur ad uiſum in puncto a, & kathetus ſuæ incidentiæ quæ eſt perpendicularis, ab eo ducta trans centrum ſpeculi d, eſt linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto ſ, locus itaq; imaginis ſuæ eſt punctum ſ, quod eſt inter uiſum & ſpeculũ, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in ſuperficie ipſius ſpeculi, ut in ipſo puncto reflexionis, quædam uidentur ultra ſpeculũ quædam inter uiſum & ſpeculum, quædam in ſuperficie ipſius uiſus, quædam citra uiſum, quod eſt propoſitum, & ſi centrum uiſus ſit extra circulum ſpeculi, uel in circumferentia ipſius, idem accidit, & eodem modo eſt demonſtrandum, quoniam ſemper linea a e fit maior quam linea a d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à ſpeculis ſphæricis concauis diuerſa fit à uiſu comprehenſio ſecundum ſuorum locorum propriam diuerſitatem.



Remaneat diſpoſitio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra ſpeculum, ut in puncto l, aut inter uiſum & ſpeculũ ut in puncto ſ, tunc quia formas ſibi oppoſitas ſemper perfectius acquirit uiſus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ æquediſtat lineæ reflexonis, tunc enim locus imaginis eſt in puncto e, quia cũ pũctus e, per 3. ſecundi huius, ſit punctus naturalis diuiſibilis ſenſibilis, utpote capax imaginis formæ rei ſenſibilis, quæ eſt diuiſibilis, cũ ſit naturalis ſumpto uiſui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuſcunq; illius puncti ſenſibilis, pars quæ fuerit ultra mediũ punctum ſumptũ apparens ultra ſpeculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum mediũ apparebit inter uiſum & ſpeculum, & cũ totalis forma ſecundũ partes ulteriores ſui ſphæræ ſpeculi, & citeriores uerſus uiſum ſemper uideatur una & cõtinua, neceſſario forma illius puncti ſenſibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipſius ſuperficie ſpeculi in puncto ſ reflexionis, aliæ quoq; partes formæ ſenſibilis circumiacẽtis illud punctum uidebũtur ab illo puncto declinare modo dicto, quædam ad uiſum & intra ſpeculum, quædam ultra ſpeculum, uerum in imaginibus, quarum locus eſt punctus a, quod eſt centrum uiſus, ueritas ipſarum non comprehenditur, unde ſæpius accidit error uiſui in formis ſic uiſis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non ſolum demonſtratio, ſed etiam experientia doceat quod præmiſimus, erigatur ſuper ſuperficiem ſpeculi ſphærici concaui, ſtipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui ſit maior medietate ſemidiametri ſpeculi, & circa caput huius ſtipitis ponatur centrum uiſus, & dirigatur uiſualis radius ad punctum ſpeculi, cuius diſtantia à ſtipite ſit maior quàm diſtantia centri uiſus à diametro per ſtipitem tranſeuntem apparebit quoq; imago illius ſtipitis ultra uiſum, nec erit certa apprehenſio formæ ipſius, imo apparebit, quaſi curua, cum tamen ſtipes ſit formæ

lineæ

lineæ rectæ, ex quo patet quod in his speculis nō comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum aut inter uisum & speculum, ut hæc patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificanti, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

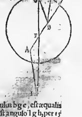
XIII.

In speculo sphærico concauo est proportio katheti incidentiæ ad rectam à centro speculi ad locum imaginis productam, sicut lineæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ductæ ad lineam à fine cōtingentiæ ad locum imaginis productam.

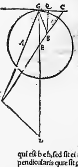
Esto speculum sphæricum concauum, cuius centrum sit e, & sit b punctus rei uisæ, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulum qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in puncto g, ducaturq; linea e g, à puncto reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui sit linea e b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, concurrent autē per 14. primi huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cū per 17. tertij, angulus e g z, sit rectus & angulus uerō g e b sit acutus, sit ergo punctus t, finis contingentiæ, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur q; quę extra circulum linea reflexionis, quæ sit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ est punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g. sunt duæ lineæ rectæ, quarum a g secat lineam z g, in pūcto g, & sit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est



rectus, linea uero e b, secat lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g acutus, per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g. in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b. cum nō sint æquedistantes, ut patet ex hypothesi, concurrent ultra punctum g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctum g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, interiacentem centrum speculum, & punctum concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui est locus imaginis, quæ est proportio lineæ b t, interiacentis punctum rei uisæ, & finem contingētiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concursus lineæ reflexionis cum incidentiæ katheto incidentiæ qui est locus imaginis formæ puncti b, qui est punctus rei uisæ, producatur enim perpendicularis quę e g, ultra speculum, & à puncto h, qui est locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquedistans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ necessario per 2. primi huius, concurret cum producta linea e g, cum sua æquedistans, quæ b g, concurrat cum eadem, sit punctus concursus l, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ g h, quæ ut prius necessario concurret cum linea z t, per secundam primi huius, cum linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est æqualis angulo a g e, per uigesimam quinti huius, sed angulus b g e, est æqualis angulo g l h, per uigesimamnonā primi, & angulus a g e, æqualis est angulo l g h, per 15 primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoq; angulus b g q, æqualis est angulo a g z, quia cū anguli e g z & e



g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales. Remanent anguli residui æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, per 20. primi, angulus ergo b g q, æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, linea b g, est æqualis lineæ b q, proportio itaque lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad lineam h g, per 7. tertii, sunt enim antecedētia & cōsequentia æqualia inter se, quia uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes, & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angulus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b & g t h sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ q b, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed linea b q, æqualis est lineæ b g, ergo per 7. quinti, est proportio lineæ b g, ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero per 29. primi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit per 4. sexti, proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam l h, ergo ut prius erit proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b t, ad lineam t h, quod est propositum, eadem quoque est demōstratio, si locus imaginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis, aut si fuerit in pūcto a, aut ultra illā. Si uero linea in pūcto reflexiōis speculū cōtingens, quæ est z g, non concurrat cum katheto incidētiæ,



qui est b e h, sed sit ei æquedistans, ducatur à puncto contingentiæ, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h; per 12. primi, eritque per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaque angulus b e g, est æqualis angulo h e g; quia uterque est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e per 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, quoniam triangulus b g e, æquiangulus est triangulo h g e, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ b e, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, quod est propositum, ut prius, non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentiæ quàm punctum g, quod est punctus contingentiæ, similiterque demonstrandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc enim punctum b, qui est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, est locus imaginis, fit idem cum puncto a, qui est centrum uisus, nec oportet in illius demonstratione aliud adiici, nisi quia per 3. sexti est proportio katheti b e, ad lineam e a, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, quoniam linea g e, diuidit angulum a g b per æqualia, per 20. quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est propositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunque uisui occurrentium, patet ergo propositum.



XIIII.

In speculis sphæricis concauis possibile est quandoque reflexionem fieri secundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e d, & centrū e, signenturque sup diametrū b e d, duo puncta ex utraque pte cētri e, quæ sint h & z, æqualiter distātia à cētro e, erūt ergo lineæ h e & z e æquales, ducatur quoque à cētro p 11 primi, diameter g e a, perpendiculariter super diametrū b d, & copulētur lineæ h a & z a, quia itaque in trigonis h e a & z e a, duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & linea e a, cōmunis est utriusque trigonorū anguli h e a & z e a sunt equales, quia recti palam per 4. primi, quiā angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad seinuicē mutuo reflectūtur à puncto speculi quod est a, idē quoque patet ductis lineis h g & z g quiā istorū punctorum mutua reflexio fiet à puncto g, si itaque fixa diametro b d ima-

b d imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, quæ est h z, manente fixa tunc punctũ a, motũ perueniet in pũctum g, & ex inde reuertetur ad locũ suum primũ, motuq́; suo describet in concauitate speculi circulũ, à quo totali fiet formarũ punctorũ h & z, ad seinuicẽ mutua reflexio, quiã ad quemcũq; punctũ illius circuli ducãtur lineæ à pũctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tamẽ pũcta h & z, inæqualiter, distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

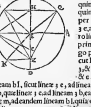
Duobus punctis in una diametrorum speculi sphærici concaui se orthogonaliter secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

Sit speculi sphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius cẽtrum e, secentq́; se in ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quarum una quæ k d, sunt duo puncta h & z, inæqualiter distantia à cẽtro e, sitq́; h propinquius centro e, & z remotius, sitq́; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorum semicirculi a d g, non potest fieri istorũ punctorũ adinuicẽ reflexio, fit etenim, si possibile est, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abscindaturq́; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e r, & ducatur linea r a, palam ergo per 4. primi quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a r, per 29. primi huius, est minor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorũ h & z, mutua reflexio à puncto speculi a, per 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat istorũ punctorũ reflexio à puncto k, periferiæ semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. sexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e ad lineam e z, sed linea e h est minor q̃ e z, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̃ h z, est aũt linea h k maior q̃ k z, q̃niam est maior q̃ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, est obtusus maior angulo h e a recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̃ linea k z, ut patet. Est ergo linea h k maior q̃ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorẽ, quod est impossibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerso ab aliquo pũctorũ arcus a k g, ab aliquibus uero pũctis periferiæ semicirculi a p g, mutuã reflexionẽ istorũ punctorũ fieri est possibile, quoniã est possibile esse aliquod punctũ arcus a b, ut p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & similiter possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniam ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus punctis in una diametro speculi sphærici superficiei concaui existentibus sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & speculum impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mutuam reflexionem.

Sit speculi sphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrum e, & diameter b d, sintq; duo puncta 3 & h, constituta super illam diametrum b d, quorum remotior à cẽtro e, sit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior quàm linea h e. Sitq; ipsarum excessus linea 3 t, dico quod si proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit sicut lineæ 3 h, ad lineam h b, quod impossibile est reflexionem fieri ab aliquo punctorum circuli a b d g, paret enim per præmissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo punctorum semicirculi a d g, sed neq; ab aliquo punctorum semicirculi a b g, detur enim si sit possibile à puncto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipsi æquedistans ducatur à centro speculi per 13. primi, quæ sit linea m e n, & ducãtur lineæ l 3, l e, & l h, secabit itaq; per 2. primi huius, linea l 3, lineam n m, sit punctus sectionis m, perducatur quoq; linea l h, ultra punctum h, quæ similiter per 2. primi huius, secabit lineam m n, sit punctus sectionis n, quia itaq; ex hypothesi est proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, sicut lineæ 3 h, ad lineam b h, erit ergo per 18 quinti, coniunctim proportio lineæ 3 e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineam h e, sicut lineæ 3 b, ad lineam b h, ergo per 16. quinti huius, erit permutatim proportio lineæ 3 e, ad lineam 3 b, sicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquedistant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h & n h e, sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e n, ad lineam b l, sicut lineæ e h, ad lineam b h, similiter quoq; trigona b l 3, & e m 3, sunt æquiangula per 29. primi, quia lineæ b l & e a, æquedistant. Erit ergo proportio lineæ e m, ad lineam b l, sicut lineæ 3 e, ad lineam 3 b, sed eadem est proportio lineæ e h, ad lineam h b, quæ lineæ 3 e, ad lineam 3 b, eadem ergo proportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineam b l, quia ergo linearum n e & m e, ad lineam b l, eadem proportio lineæ, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e sunt æquales, quia itaq; angulus n m l, diuiditur per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, fit enim reflexio punctorum h & 3, à puncto l, erit per 3. sexti, proportio lineæ l n, ad lineam l m, sicut lineæ n e, ad lineam e m, est ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, est communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m & l e n, sunt æquales, sunt ergo recti per diffinitionem angulorum rectorũ, ergo per 29. primi, angulus b l e, erit rectus, linea ergo b l, contingit circulum, & cadit extra circulum per 15 tertij, quod est impossibile, est enim ducta secans circulum per 2. tertij, non ergo fiet reflexio à puncto l, sequitur autem magis impossibile si sit proportio lineæ 3 t, ad lineam t e, sicut lineæ 3 h, ad aliquam lineam minorem linea h b, patet ergo propositum, quoniam de quolibet dato puncto est penitus eodem modo decernendum.



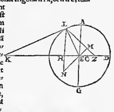
XVII.

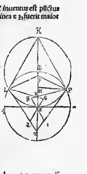
Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphærici concaui & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarũ ad minorem distantiam proportionem habeat quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & periferiam fiet reflexio, possibileq; est punctum reflexionis inueniri.

Sit speculi sphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrũ e, & diameter sit b d, in qua sit centrum uisus quod sit 3, & punctus rei uisæ quod sit h, distetq; centrum uisus 3, plus à centro speculi quod est e, quàm punctus rei uisæ qui est h, sitq; proportio excessus distantiæ maiuris quod est 3 e, ad minorẽ quæ est h e, sicut partis diametri inter pũcta data cadentis, quæ est 3 h, ad lineam maiorẽ parte diametri quæ est inter punctũ h & periferiam, quæ est h b, dico q̃d in hoc situ fiet reflexio, & quod est impossibile, punctum reflexio

flexionis inueniri, ducatur enim diameter a g, orthogonaliter super diametrũ b d, & q̃a linea ʒ e, est maior q̃ linea h e, sit linea e t, æqualis lineæ h e, patet p 3. primi, erit linea ʒ t excessus lineæ ʒ e, super lineam h e, quæ ergo est proportio lineæ ʒ t, ad lineã h e, eadem sit per 3. primi huius, proportio lineæ ʒ h, ad aliam lineam quæ sit h k, eritq; ex hypothesi linea h k, maior q̃ linea h b, cadet ergo punctũ h extra periferiam circuli, à pũcto itaq; k, ducatur linea contingens circulũ a b g d, per 16 tertij, quæ sit k l, cõtingens circulũ in puncto l, & copulentur lineæ l ʒ & l h, & l e, & à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquedistans lineæ k l, quæ sit n, secans lineam in pũcto m, & linea l h, producatur: hæc ergo p 2. primi huius, cõcurret cũ linea m e n, quia cõcurrit cũ eius æquedistante, quæ est linea l k, sit punctus cõcursus n, quia itaq; est proportio lineæ ʒ h, ad lineã h k sicut lineæ ʒ t, ad lineã e h, uel ad eius æqualẽ lineam, scilicet t e per 7. quinti erit per 18, quinti, coniunctim proportio lineæ ʒ k, ad lineam h k, sicut lineę ʒ e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, proportio lineæ ʒ k, ad lineam ʒ e, sicut lineæ h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Est autem proportio lineæ k h, ad lineam e h, sicut linea k l, ad lineã e n, per 4. sexti, quoniã trigona h l k, & h n e, sunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, sunt æquedistantes, proportio uero lineæ k ʒ. ad lineam e ʒ, est sicut proportio lineæ k l ad lineã e m, per 4. sexti, quoniam trigona k l ʒ & e l ʒ sunt æquiangula per 29. primi, quia linea e m æquedistat lineæ k l, lineæ itaq; n e & m e, ad lineã k l, eandẽ habẽt proportionẽ, quoniam ex hypothesi est proportio lineæ k ʒ, ad lineã ʒ e, sicut lineæ k h, ad lineã h e, ergo per 9. quinti, lineæ e n & e m, sunt æquales, linea uero l e est cõmunis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n et l e m, sunt æquales, qui sunt recti per 29. primi, angulus enim k l e, est rectus per 17, tertij, ergo per 4. primi, duo anguli ʒ l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti h, reflectitur ad punctum ʒ, uel econuerso, à puncto speculi quod est l, patet ergo propositum. Ostensum est enim, quia fit reflexio mutua datorũ punctorũ in hoc situ, & inuentus est pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq; manifestũ est, quod si linea e ʒ, fuerit maior q̃ linea e h, & sit proportio lineæ k ʒ, ad lineam ʒ e, sicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphæricis concauis constitutis super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior q̃ linea e h, & minor q̃ linea e k, fiet mutua reflexio punctorum h & ʒ. adinuicem à duobus punctis communis sectionis circuli speculi & circuli cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui sit b, & super centrum e, describatur circulus ad quantitatem unius semidiametri e b, qui sit a b g d. Sitq; in speculo sphærico concauo, & diuidatur linea e k, per æqualia in puncto f, per 10. primi, fiatq; super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, hæc ergo secabit circulus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quæ sint puncta l & p, dico quod punctorum h & ʒ, mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur enim lineæ k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l e rectus, per 30. tertij, ergo per 15 tertij, linea k l contingit circulum a b g d cum sit perpendicularis super diametrum ipsius quæ est e l, ducta itaq; à puncto e, linea n e o y, æquedistanter lineæ k l demonstrabitur ut prius, quoniam puncta h & ʒ, mutuo reflectentur adinuicẽ, à puncto k & l. Similiter quoq; ductis lineis ʒ p & h p, & linea q e s, æquedistante lineæ k p, nam eadẽ est demonstratio hinc inde. Semper enim anguli incidẽtiæ & reflexionis ad puncta l & p, fiunt æquales, patet ex præmissis quod si linea incidentiæ & reflexionis quæ est h l, sit perpendicularis super lineam e k







e e quoniam

quoniã linea z l, necessario circulũ cõtingit, cuius diameter est linea e k, efficiturq; tunc angulus z l h, maximus illorũ angulorũ, secũdũ quos in hoc situ potest fieri reflexio, ducatur enĩ à puncto f, q̃d est centrũ circuli k l e p, linea f b, erit p 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b, Sed angulus f e l, est æqualis duobus angulis e z l, & e l z, p 32. primi, cũ sit illis extrinsecus in trigono z e l, angulus q̃q; f e l, est æqualis duobus angulis e z l, & e l z. Sed angulus e l z, est æqualis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e z l. Sit quoq; angulus h l z, cõmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l z, æqualis duobus angulis e z l & h l z, ex hypothesi est rectus, patet per 32. primi, q̃d illi duo anguli qui sunt h l z, & h z l, sunt æquales uni recto. Angulus ergo f l z est rectus, linea ergo l z cõtingit circulũ k l e m, p 15. tertij. Sequitur ergo idẽ q̃d prius, & hoc est notandũ, quod in hac dispositiõe centrũ uisus & ipsorũ uisibiliũ semper locus imaginis est in cẽtro uisus patet p 37. quinti huius, quoniã ut patet ibi, cõcurrit kathetus incidẽtiæ cũ linea reflexionis, patetq; ex p̃missis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ sunt inter sectiones duorũ circulorũ, patet ergo propositum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphærici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartæ illius circuli impossibile est reflecti.

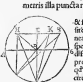
Sit dispositio quæ in figuris proximis, reflectaturq; forma pũcti h, ad punctũ z, à puncto speculi l, dico quod impossibile est, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat adinuicem ab aliquo alio pũcto illius eiusdẽ quartæ circuli, quæ est b a, q̃ à puncto l. Sit enim si possibile est, ut fiat à pũcto s, eiusdẽ quartæ, & ducantur lineæ z l, h l, z s, e l, e s, quia itaq; angulus z l h, diuisus est per æqualia per lineam e l, patet per 3. sexti, quia est proportio lineæ z l, ad lineã l h. Sicut lineæ z e ad lineã e h, similiter quia angulus z s h, diuisus est per æqualia per lineam e s. Erit per 3 sexti, proportio lineæ z s, ad lineam s h, sicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ z s, ad lineam s h, sicut lineæ z l ad lineam l h, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z s ad lineam z l. Sicut lineæ s h, ad lineam l h, sed linea z s est minor quàm linea z l, per 7. tertij, ergo linea s h est minor quàm linea h l, quod est contra eandem 7. tertij, quoniam est linea s h, propinquior centro speculi quod est e, quàm linea h l, & quoniam de quolibet pũcto arcus a b, potest eadem fieri deductio, patet ergo quod nõ potest fieri reflexio ab aliq puncto quartæ circuli ab alio q̃ à puncto l. Similiter quoq; demonstrandũ est in quarta circuli, quæ est b g, si ab illius aliquo puncto fiat reflexio, patet ergo propositum.



XIX.

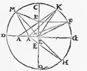
Centro speculi sphærici concaui existente extra lineam connectentem centrum uisus, & punctum rei uisæ in diametris diuersis existentia, & æqualiter distantia à centro speculi, ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, fit reflexio ad uisum.

Sit speculi concaui circulus a b g, cuius centrũ sit d, diameter a g, & semidiamerer d b, orthogonaliter erigatur super diametrum a g, sitq; centrum uisus punctum z, & punctus rei uisæ sit h, & ducatur linea z h, secans productam semidiametrũ d b, in puncto e, ita q̃d centrũ speculi d, sit inter lineam z h, & superficiem speculi à qua fit reflexio, distentq; puncta z & h, æqualiter à puncto d, quod est centrum speculi propter quod erit linea b d e, perpendicularis super lineam z h, dico q͛d forma puncti h, reflectitur ad uisum z, ab uno tantum pũcto semicirculi a b g, quod est b, ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h, & quia per tertiam tertij, linea d e b, diuidit lineam h z, per æqualia, patet quod duo latera b e & e h, sunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h, &



b e z

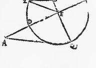
b e z, sunt æquales, quia recti, ergo per 4. primi, patet quoniã anguli z b e, & h b e, sunt æquales, fit ergo ꝑ 20. huius reflexio formæ puncti h, à pũcto speculi b, ad centrũ uisus ꝙd est z, dico itaq; ꝙd nõ potest ab aliquo alio pũcto speculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t, ducantur lineæ z t & t h, & à centro d, ducatur ad punctum reflexiõis t, linea d t, quæ producta ad lineam z h, secet ipsam in pũcto k, quia itaq; per 20. quinti huius, linea k t, diuidit angulũ z t h, ꝑ æqualia, patet per 3. sexti, quoniã est proportio lineæ z t, ad lineam t h. Sicut lineæ z k, ad lineã k h, sed linea z k, est minor ꝙ linea z e, ergo & ꝙ linea k h. Erit ergo linea z t, minor ꝙ linea t h, sed ꝑ 7. tertij linea z t, est maior ꝙ linea z h, & linea h b maior ꝙ linea h t, erit ergo linea z b, minor ꝙ linea h b, ꝙd est cõtra ꝑmissa, & cõtra 4. primi. Nõ ergo reflectetur forma pũcti h, ad cẽtrũ uisus existẽs in pũcto z, à pũcto speculi t. Similiter quoq; demõstrandũ est de quolibet pũcto semicirculi a b g, patet ergo propositum.



XX.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diametris diuersis circuli magni sphærici speculi concaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, sit d g t q, & sit a centrũ uisus intra speculũ sphæricũ concauũ, & sit e centrũ speculi, & sit b punctus rei uisæ, & ducatur diameter d a g, per centrũ uisus a, & ducatur diameter t q, ut contingit, dico quod si fuerit b, punctus rei uisæ in semidiametro e t, potest fieri reflexio formæ eius ad uisum a, ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo pũcto semicirculi sibi oppositi, qui est d q g, ducatur enim à pũcto b, rei uisæ ad aliquod punctũ semicirculi g t d arcus quartæ t d, quod sit pũctus m, linea incidentiæ quæ sit b m, & ducantur lineæ b a & m a, & ducatur diameter e m, quæ quia diuidit basem a b, trigoni a m b, diuidit ergo angulũ b m a, ꝑ 20. primi huius, producatur ergo semidiameter m e, ad partẽ circumferentiæ, quæ opponitur puncto m, in punctũ, qui sit punctus h, arcus g q, & ducantur lineæ b h & a h, secabit quoq; linea a h, diametrũ t q. Sit ut secet ipsum in pũcto t, & linea h b, secabit eandẽ diametrũ t q, in puncto b. Sunt quoq; puncta b & c, ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h, diuidet angulum a h b, per 29. primi huius, quoniam diuideret ei basem subtẽsam, quæ est b c, dico itaq; quod forma puncti b, potest reflecti ad uisum a, uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt pũcta a & b, qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illi conterminales, qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est a g. & quod non potest reflecti ab abliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui sit k, propinquius puncto t, & ducantur lineæ a k & k b, producatur linea k b, donec cadat super diametrũ d g, in punctũ o, cadet autẽ per 14. primi huius, ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t est acutus, & omnes illæ lineæ sunt in eadem superficie, quoniã ergo puncta o & a, sunt in eadẽ parte centri circuli, quod est e, patet ꝙd perpendicularis ducta à puncto k, ad centrũ e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b, non potest reflecti ad uisum a à puncto speculi quod est k, Similiter sumpto alio puncto quod sit f, ita ut linea b f, sit æquedistans diametro d g, uel quod angulus f b t, fiat obtusus. Semper enim tunc patebit, quoniã perpendicularis e f, nõ diuidit angulũ b f a, ꝑ 29. primi huius, quoniã cadet extra a b, basem trigoni a b f, nõ ergo potest reflecti forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi f, ergo neq; ab aliquo puncto arcus oppositi arcui



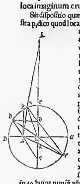
 g t, qui

g t, qui est arcus d q, eodē quoq; modo demōstrandū: si b punctus rei uisæ fuerit in superficie speculi, aut extra speculū, dū tamē punctū a, quod est centrū uisus, sit intra speculū, & idem erit modus probandi. Similiter quoq; si punctus a, centrū uisus fuerit in superficie speculi, & pūctus b, fuerit interius uel exterius, idē est probandi modus. Si etiā centrū uisus a, fuerit extra speculū, & pūctus b, rei uisæ fuerit intra speculū, patet idē quod propositū est. Ducantur enim à pūcto a, cētro uisus lineæ cōtingente circulū g t d, per 16. tertij, quæ sint lineæ a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit a e g, & alia quæ sit t e q, & sit b pūctus rei uisæ in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma pūcti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pūcto arcus t 3, g impossibile est ut reflectatur ab aliquo pūcto arcus 3 d, quoniā ille arcus cadit sub pūcto cōtingentiæ, & etiā ꝓpter inæqualitatē angulorū, quoniā per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e per 42. primi huius, erit minor recto, cui fiūt inæquales oēs anguli cōstituti super lineā 3 a. Similiter quoq; ab aliquo pūcto arcus q g, q est oppositus arcui t d, potest fieri reflexio formæ pūcti b ad uisum existentē in puncto, sed ab arcu t g, uel d q nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrū quæ sit idem diameter t q, idem accidet quod prius, patet ergo propositum.

XXI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphærici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro in qua est punctum rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacente terminum diametri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarū à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducatur à pūcto a, linea æquedistans semidiametro t e, quæ sit a p, dico quod loca imaginū reflexarum à punctis arcus t p, erunt extra speculum, loca uero imadinū arcus p d, erunt ultra centrū uisus, qđ est a, loca uero imaginū arcus q g, erūt inter centrū uisus & speculi superficiē, dato enim qđ forma pūcti b, existens in semidiametro t e, reflectatur ad uisum existentē in semidiametro t e, ab aliquo pūcto arcus p t, qui sit m & b, palā per 14. primi huius, qđ lineæ a m & b e, cōcurrent ultra pūcta m & b, extra speculū. Sit quoq; punctus concursus l, qui per 37. quinti huius, erit locus imaginis formæ puncti b, quod si à puncto n, arcus d p, fiat reflexio, patet per eandē 14. primi huius, quoniam linea a n & b e, concurrent ultra puncta a & e, sit concursus in puncto s, eritq; punctum s, locus imaginis formæ puncti b, retro uisum. Si uero forma puncti b, reflectatur ad uisum a, ab aliquo puncto arcus q g, quoniā in præmissā ostēsum est hoc esse possibile. Sit ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g, quod sit u, palā itaq; quoniā linea b e, producta diuidit angulū a e u, ergo per 29. primi huius, patet qđ ipsa secat basem a u, sit ut secet ipsam in puncto x, linea itaq; a u, quæ est linea reflexionis, & kathetus incidētiæ formæ puncti b, qui est b e, secat se in puncto x, est ergo per 37. quinti huius, punctus x, locus imaginis formæ puncti b, & ipse est inter uisum & speculum secundū hoc itaq; loca imaginū diuersantur, ut etiam declaratū est



in 10. huius, nunq; aūt est possibile locū imaginis esse in cētro uisus, nisi cū punctus rei uisæ & cētrū uisus in eadē sunt diametro. Tūc enim facta reflexione, utcunq; sit possibile, semper patet qđ linea reflexionis & kathetus incidentiæ cōcurrunt in centro uisus, quoniam solus ille punctus ambabus illis lineis est cōmunis, patet itaq; quod proponebatur. Semper enim eodē modo est demonstrandū propositum, siue punctū a, centrū uisus sit intra speculū, siue in superficie speculi, siue extra speculū, dū tamen linea à puncto a, ducta

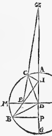
æque

æquedistanter diametro in qua est punctum rei uisæ secet circulum speculi,& non contingat ipsum,forma uero reflexa à puncto p secundum lineam p a, si punctus cuius forma reflectitur fuerit in semidiametro t e,cui æquedistat linea a p,potest uideri in ipsa speculi superficie,ut ostendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphærici concaui potest esse locus imaginum quantumcunq; producatur.

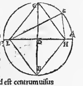
Sit a d diameter circuli speculi sphærici concaui,qui sit a p m g,cuius circuli centrum sit d,producaturq; extra circulum,& signetur in ipsa punctum z,sitq; punctus e cẽtrum uisus intra circulum in semidiametro m p,dico quod punctus z,potest esse locus imaginis,ducantur enim linea e t z,per t pũctum circumferentiæ circuli,& ducatur linea d c, erit angulus e c d acutus, per 43.primi huius,fiat itaq; angulus d c l super terminum lineæ d c,æqualis angulo e c d,per 23.primi,secetq; linea c l diametrum d a in puncto l,palam itaq; per 20.quinti huius,quoniam forma puncti l,reflectitur ad uisum existentem in puncto e,à pũcto speculi qđ est c,& eius imaginis locus est in pũcto z,per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ, qui est d l z, cũ linea reflexionis quæ est c e,& assumatur punctus diametri a g intra circulum,qui debet ostendi posse esse locus imaginis,ut si ille pũctus sit l,palam quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ,ducatur enim linea e l,& producatur usq; ad punctum circumferentiæ quod sit b, & ducatur linea d q,eritq; angulus d b e acutus, per 42. primi huius,fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p, palam itaq; per 20. quinti huius,quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e, à puncto speculi b,& locus imaginis formæ puncti p est punctus l,per 37 quinti huius,sumpto quoq; quolibet puncto alio eadem est probatio,patet ergo propositum.



XXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in eadem circuli magni diametro existentibus punctorum reflexorum à speculis sphæricis concauis,quilibet est locus imaginis centrum uisus,possibile est ut ab uno tantum semicirculi puncto fiat reflexio ad uisum ,uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Esto circulus speculi sphærici concaui g z b a, cuius centrum sit d,& intersecent se in ipso duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & sit in diametro z a punctus e, qui sit centrum uisus z h, qui sit punctus rei uisæ, sit in eadem diametro z a, quoniam ubicunque fuerint centrum uisus , & punctus rei uisæ in una illius circuli diametro, semper possunt dictæ diametri taliter produci, ut se orthogonaliter intersecent, diametro z a, per puncta e & h transeunte,aut ergo linea e d interiacẽs centra uisus & speculi est æqualis lineæ d h aut non. Si sit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter distent à centro speculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaq; per 4. primi, quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales, & quoniam angulus h g d est æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d,potest ergo per 20 quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g,reflecti ad uisum in punctum e,& erit per 37.quinti huius,locus imaginis punctus e, quod est centrum uisus Similiterq; potest forma puncti h à puncto speculi b reflecti ad uisum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e,per eandem quæ prius.Si itaq; diametru z a ma-



nente immobili, semicirculus z g a, imaginetur moueri per sphæram speculi, aut etiam solus triangulus h g e, moueatur fixa manente latere e h, palam quia punctus g, motu suo describit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti h ad uisum e, & locus imaginis erit semper punctus e quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti h, reflecti ad uisum e, manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu suo causat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius semicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod sit c, & hoc erit extra illum circulum imaginatum in superficie speculi, ducãtur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea e g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7. tertij, non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, sicut lineæ e d ad lineam b d, quæ sunt æquales, ergo per 3. sexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, non ergo reflectitur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c, & eadem est deductio si sumatur punctus c inter puncta g & z, in arcu z g. palam itaq; quoniam centro uisus quod est e, à puncto rei uisæ, quod est h, existentibus in eadem diametro, & æqualiter distantibus à centro speculi, semper fit reflexio formæ puncti uisi ad uisum modo proposito, quod si quncta ducta in eadem diametro existentia inæqualiter distent à cẽtro speculi puncto d, utpote si linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, p. 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h sit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. sexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, sicut lineæ d q ad lineam h q; fiat ergo circulus ad quantitatem semidiametri d q, cuius centrum sit q, & quoniam ille circulus intersecat circulum g z b a in duobus locis, per decimam tertij, sunt illa loca sectionis puncta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g, h b & quia linea q g, est æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem est proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, est ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis est utriq; triangulorum qui sunt e q g, & h q g, ergo per 6. sexti, illi duo trianguli sunt æquianguli Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. sexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, sicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, sicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. sexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e locus imaginis suæ, & similiter forma puncti h, à puncto speculi g reflectitur ad punctum e, qui est centrum uisus, & est punctum e, locus imaginis suæ: Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans sphæram speculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, describet circulum in superficie concaua speculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uisum existentem in puncto e, & semper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non posit forma puncti h reflecti ad uisum e, patet ut prius. Si enim sumatur punctus c inter puncta g & a, erit per septimã tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea h g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, sicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. sexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia non ergo reflectetur forma puncti h ad uisum e, à puncto speculi c. Similiter quoq; sit punctus c, à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z, idem sequitur impossibile, patet ergo propositum Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonstrata sunt, sic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarũ intelligenda sunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum & est media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod est centrum uisus, & reflectetur tota forma à loco circulari



speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e à puncto speculi g, prout ostendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excessus lineæ e d super lineam d h, ad lineam h d maior quàm lineæ e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritque proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h, aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uisum in punctum e, quia si detur quod posit reflecti, sit ut reflectatur à pũcto g, dico itaque quod necessario sequitur, ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoque per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaque à puncto g, linea cõtingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo necessario concurret cum linea e h, per 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit concursus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d e, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius erit econuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quàm sit lineæ e f ad lineam f h, per 4. primi huius, quoniam æquali linea quæ est f a, addita utrobique minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaque forma puncti h reflectitur ad uisum e, necessarium est ut proportio lineæ e a ad lineam h a, sit maior quàm lineæ e d ad lineam d h, hoc itaque cum fuerit erit ex hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

XXIIII.

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi non posibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantũ puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.



Esto c punctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ h d, c d, h c, superficies itaque reflexionis, quæ per 3. huius, est superficies h d c, secat superficiem speculi per secũdam huius, super circulum qui sit e b q g, palam itaque quod forma puncti c non reflectitur ad uisum h, nisi ab aliquo pũcto huius circuli, nõ enim fit aliqua reflexio extra superficiem reflexionis, producatur itaque linea h d, ultra centrum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus sectionis a, & producatur linea c d ultra punctum d, secans circulum in pũcto q, incidatque linea h d circulo in puncto g, & linea c d in puncto b, palam ergo per 20. huius, cum solum sit posibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & punctus rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentem in puncto h, non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaque aut ab aliquo pũcto arcus g b, aut ab aliq̃ pũcto arcus q a, diuidatur itaque angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatque ipsum linea d e l, secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & à puncto e, ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit k e f. Si itaque puncta c & h fuerint super aliam lineam contingentem, ubicunque consistant, palam quod non est posibile reflecti formam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus, linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum ex

terius

terius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cōcauitatis, scilicet speculi, ipso corpore speculi impediente, ab arcu uero a q possibile est, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, concauitati illius arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d, donec secet arcū a q, & pūctus sectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducantur enim lineæ c z, h z, seceto; linea h z kathetum incidentię, qui est c d q, in puncto p, cū itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet q̄d angulus c d z est æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z est cōmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h, est diuisus per æqualia per lineam d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uisum in punctū h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o & ducātur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum speculi, diuidat angulum c o h per æqualia, seceto; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniā linea c z est minor quàm c o, & linea h o est minor q̄ linea h z, est autem per 3 sexti, cum angulus c z h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandē 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m h, sed per 9. primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, q̄ lineæ h o ad lineā c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineam l c, q̄ lineæ h m maioris, q̄ sit linea h l ad lineam m c minorem, q̄ sit linea l c, quod est impossibile, semper enim est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem q̄ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à puncto speculi o, Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat resectio maioris ad æqualitatē minoris, per 3. primi, & ordinetur demonstratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuscunq; rei uisæ in eadem linea existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscunque speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis nō immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; istarum lineaū fuerit maior q̄ alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præmissum poterit declarari, & quia in tali dispositione cētri uisus, & puncti rei uisæ ab uno tantum puncto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet punctus p, in quo est linea reflexionis quæ est h z secat kathetum incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

XXV.

Si angulum à duobus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentia & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum speculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto speculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendiculares super duas semidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & ęquianguli, quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e h d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cōmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto c, quæ sint k e, & quoniã circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secare in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c d m est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h c, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, fit locus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h c, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, qm̃ idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h. quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z du.ctæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z cõstitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad aliá uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ab hoc in æquales angulos cõstituunt super circunferentiam circuli maioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

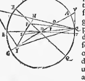
XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

 & dia-

& diametere d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentũ per æqualia, sitq; c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineã f l, erit itaq; angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, secetq; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m qui sit i d a, siue pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducatur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile



est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam lineam c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est extremus, ergo p 22. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 31. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cum triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o, sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm̃ triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primi, cũ eñi anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtratio per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y l, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq; à puncto

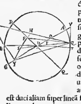
d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniã circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c d m est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, sit locus imaginis, & si aliqua illarum linearũ fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uicinorum locorum reflexiõnis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & linea f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. sexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k est maior quàm linea h o, & linea c k minor est quàm linea c o, linea uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendũ si in arcu m g sit datus punctus f, quoniam idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmisso modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z cõstitutum, & est possibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ab hoc inæquales angulos cõstituunt super circunferentiam circuli maioris, & per modum quo usi sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphærici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sit ut prius circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentũ per æqualia, sitq; c punctus rei uisæ positus in semidiametro b d propinquior centro speculi d, quàm sit punctus h, qui sit centrum uisus positus in semidiametro g d, dico quod in hac dispositione punctorum c & h possibile est in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis est pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut sit proportio lineæ y m ad lineam m l, sicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k super lineam y m, per undecimã primi, & super punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineã f l, erit itaq; angulus f l y, acutus siue angulus a d c fuerit acutus siue rectus, uel etiam obtusus, sed angulus f n l est rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad basem f l concurrens cum latere n k in puncto k, seceto; lineam l f in puncto c, taliter ut sit proportio lineæ k c ad lineam c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, deinde



super punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m qui sit i d a, sitq; pũctus circũferentiæ qui est a, supra punctum z, uel infra illum, & super punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q sit m d, ducta linea o i secante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & super lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ sit h f, & producatur linea r x, quousq; ipsa æqualis sit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impossibile est duci aliam super lineã f l diuidentem eam secundũ proportionem qua diuisit ipsam lineam c k, cum itaq; angulus o d i sit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o est æqualis angulo k n m, quia uterque est extremus, ergo p 22. primi, angulus n k m est æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, latera ipsorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i est rectus, & angulus r i d est acutus, concursus autem punctum sit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 31. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d b, sicut lineæ f c ad lineam k c, sed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, est proportio sicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b sunt æquales, est ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, sicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmissis enim est proportio lineæ k c ad c l, sicut lineæ h d ad lineam b d, est ergo per 22. quinti, per æquam scilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, sicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, sicut lineæ f l ad lineam l c, sed cum triangulus d i o sit æquiangulus triangulo c l m, ut supra patet, palam per 4. sexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, sicut lineæ c l ad lineam l m, est igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o. sicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, sicut lineæ l m ad lineam f l, sed est proportio lineæ s i ad lineam i r, sicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. sexti, qm̃ triangulus r i s, est similis triangulo f l n, per 22. primi, cũ eñ anguli s r i & f n l, sint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, sunt æquales ex præmissis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, sicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, sicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, est dupla lineæ i r, & linea y b, est dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, sicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuisim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, sicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq; à puncto

à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatur quoq; linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius æquedistante quæ est h x, fietq; concursus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex p̃missis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit ꝓportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est ꝑpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo ꝓportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitq; punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaq; per 13. primi huius, q^d proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constar ex proportione lineæ h d ad d p, &, lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportione lineæ h d ad lineã d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d t, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, qm̃ angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per p̃missa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, & angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t uterq; tñ illorũ angulorũ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos ꝑ 13. primi, qm̃ ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex p̃missis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempq; eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo ꝓpositum, fit eñ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & qm̃ à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in ꝓposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod ꝓponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non consistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, secentq́; circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphæratũ speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatq́; diameter e d 3, angulũ b d g per æqualia, dico quod quicunq́; punctus sumat̃ in arcu a q, præter punctũ 3, ab illo possunt reflecti infinita paria pũctorum inæqualiter à centro distantiũ. Sumatur eñ in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, pũctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducãtur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitq́; diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, qui secat angulum b d g, cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritq́; per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq́; h d, quousq́; cadat su per lineam m l, per 29. primi huius, sitq́; punctus sectionis n, eritq́; linea l n, minor ꝗ linea n m, ideoq́; linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, est



æqualis angulo n d f, minor est angulo a d 3, est æqualis angulo f d l, uerũ cum angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d 3. per 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, est maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, est maior ꝗ linea h m, cũ linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, qm̃ si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequet̃ impossibile ut prius, ꝓducta alia linea secãte ad lineã l n, ꝑ 29. primi huius, est igit̃ angulus d h l, minor angulo d h m, secet̃ igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, ꝑ 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor ꝗ linea l d, qm̃ est minor ꝗ linea d m, similiter si sumãtur in semidiametris b g & g d, alia puncta ꝗ l & m, æqualiter distantia à punctis l & t. Similiter ꝓbabit̃ ꝙ à puncto h, fit reflexio pũctorũ inæqualiter distantiũ à centro adinuicem & de infinitis punctis in his diametris sumptis semꝑ similis erit propositio, & à quocũq́; puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadẽ est demonstratio, à puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulorũ t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet ꝑ 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3. patet ergo propositum.

XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterq́; distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarum eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

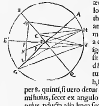
Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis, & sit ut punctus rei uisæ, q est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectat̃ ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, ꝗ punctus rei uisæ qđ est t, sintq́; puncta t & l, ambo intra speculũ, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, ꝗ à puncto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctũ k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousq́; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ ꝑ 29. primi huius, ut in ꝓmissa ostendimus, quia itaq́; ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm̃ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

à puncto i, linea æquedistans lineis h x, per 31. primi, quæ sit i u, producatur quoque linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius æquedistante quæ est h x, fietque concursus punctus u, eritque triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex pmissis proportio lineæ x o ad lineam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ h o ad lineã o u, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangulo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi linea x r est æqualis lineæ r i, & linea h r, est perpendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales, cum sint coalterni inter lineas x h & u i æquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo proportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa maior est angulo d i h. secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & sit angulus p i d, sitque punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaque per 13. primi huius, qđ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportione lineæ h i ad lineam p i, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, proportio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est proportio lineæ h d ad d c, constat ex proportione lineæ h d ad d p, &, lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, constat ex proportione lineæ h d ad lineã d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i h, quia angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medietas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o, cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis angulo p d t, est autẽ ut patet per pmissa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. sexti, trianguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti illi trigoni sunt similes, & angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, est linea una recta cum angulo o p t uterque tñ illorũ angulorũ æqualiũ, qui sunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, quia ergo linea t p i, est linea una recta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut patet ex pmissis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, sempérque eadem est probatio, siue punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à centro speculi, patet ergo propositum, fit enĩ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & quia à puncto m, impossibile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in proposito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod proponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non consistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur.

Sit dispositio figuræ præcedentis, secentq́ꝫ circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis & sphærarū speculi sphærici concaui duæ diametri, quæ sunt b q & a g, super centrum d, diuidatq́ꝫ diameter e d 3, angulū b d g per æqualia, dico quod quicunqꝫ punctus sumaẽ in arcu a q, præter punctū 3, ab illo possunt reflecti infinita paria pūctorum inæqualiter à centro distantiū. Sumatur eñ in arcu a q, punctus h, & sumatur in semidiametro d g, pūctus l, & à semidiametro b d, secetur linea m d, æqualis lineæ i d, & ducātur lineæ l m, l h, m h, d h, secabitq́ꝫ diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, qui secat angulum b d g. cui subtenditur linea l m, sit ergo punctus sectionis f, eritq́ꝫ per 4. primi, & ex hypothesi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoqꝫ h d, quousqꝫ cadat super lineam m l, per 29. primi huius, sitqꝫ punctus sectionis n, eritq́ꝫ linea l n, minor q̃ꝫ linea n m, ideoq́ꝫ linea d n, secat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, est



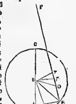
æqualis angulo n d f, minor est angulo a d 3, est æqualis angulo f d l, uerū cum angulus f d m, sit æqualis angulo f d l, ex hypothesi, & angulo q d 3. per 11. primi, & angulus m d a, sit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, est maior angulo n d l, & angulus h d q, est maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, est maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, est maior q̃ꝫ linea h m, cū linea m d, sit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, qm̃ si detur quod sit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, sicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. sexti, quod est impossibile per 8. quinti, si uero detur quod angulus d h l, sit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, secet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & sequeẽ impossibile ut prius, ꝑducta alia linea secāte ad lineā l n, ꝑ 29 primi huius, est igiẽ angulus d h l, minor angulo d h m, seceẽ igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui sit angulus t h d, ergo forma puncti t, ꝑ 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi quod est h, & linea t d est minor q̃ꝫ linea l d, qm̃ est minor q̃ꝫ linea d m, similiter si sumātur in semidiametris b g & g d, alia puncta q̃ꝫ l & m, æqualiter distantia à punctis l & t. Similiter ꝓbabiẽ qꝫ à puncto h, fit reflexio pūctoꝝ inæqualiter distantiū à centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris sumptis semꝑ similis erit proportio, & à quocūqꝫ puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadẽ est demonstratio, à puncto uero 3, non est possibilis reflexio propter angulorū t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet ꝑ 4. primi, resecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3. patet ergo propositum.

XXIX.

Puncto rei uisæ & centro uisus intra speculum in diuersis diametris circuli magni sphærici concaui existentibus, inæqualiterq́ꝫ distantibus à centro, si ab aliquo puncto speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros, in quibus illa puncta non consistunt fiat reflexio formarum eiusdem puncti ad eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.

Remaneat omnimoda dispositio theorematis præcedentis, & sit ut punctus rei uisæ, q est t, in semidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectaẽ ad uisum existentem in puncto l, semidiametro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, q̃ꝫ punctus rei uisæ qđ est t, sintq́ꝫ puncta t & l, ambo intra speculū, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, q̃ꝫ à puncto h. Si enim fit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctū k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quousqꝫ cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ ꝑ 29. primi huius, ut in ꝑmissa ostendimus, quia itaqꝫ ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm̃ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

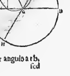
qua est centrum uisus quod est a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui est angulus cõstans ex angulis incidẽtiæ & reflexionis, diameter uero o b, cũ diametro a b g, continet angulum o b g, maiorẽ angulo o e a, patet ergo propositum. Si uero linea b g, non fuit perpendicularis super lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b super ꝓductã lineam e a, ducatur perpẽdicularis quæ sit b k, quæ quidem siue cadat ultra lineã a b, uel citrauersus punctũ e, semper eadẽ ꝓbatio. Sit enim linea b f, perpendicularis super lineam e p, & sit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palã itaq; quoniã in trigono f e b, angulus e k b, est rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est æqualis angulo f e b, linea uero e b, est latus cõmune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, sunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, sed linea a k, æqualis est lineæ f t, ex hypothesi, ergo p 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cõmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t sed duo anguli k b f, & f e a, ualent duos rectos per 32. *primi, quia in quadrilatero* k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, si *igitur* à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur linea ultra pũctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui est æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit p 18. primi, maior quàm linea b t, quæ est æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum speculi quod est b, faciet angulum cũ diametro b g, maiorẽ angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit quælibet illarũ linearũ minor ꝙ linea b t, ergo erit minor ꝙ linea b a, patet ergo propositum.



XXXIIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli, qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphærici concaui existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei uisæ cum diametro in qua est centrum uisus angulum extrinsecum angulo reflexionis æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uisus, & centrũ speculi sphærici concaui sit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d, sitq; a punctus rei uisæ, & esto ut aliqua superficies plana secet sphæram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, existentis in diametro h g e, reflectitur ad uisum existentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & si inæqualis est distantia punctorum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, si uero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit punctus reflexionis t, sitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, transibit ergo ille circulus necessario per punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,

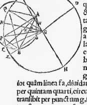


ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palã enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam oẽs duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a b g, cũ angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoque accidit idem impoſsibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius. reſtat ergo, ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25. tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, propoſita autem eſt eſſe inæqualis. hoc ergo eſt impoſsibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris, in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrum uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis, quod eſt propoſitum.

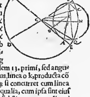
XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus, & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ fit reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici cõcaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit z d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum z d, eritq; per 69. primi huius, ſectio communis circulus qui ſit e d h z, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior q̃ linea a g, dico quod ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e z, nõ erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus ſit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e z, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d, dico quod angulus a q b qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g z, per æqualia per nonam primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per tertiam ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor quàm linea g a, eſt ergo linea b f, maior quàm linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per quintam quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus non tranſibit per punctum g, ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualem eſſe duobus rectis, quoniam illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto



ſcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoq; dico quod non tranſibit ille circulus minor punctum reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſsibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritq; palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, quod eſt impoſsibile, non ergo tranſibit ille circulus per pūctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit chordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo chordis b o, & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſsis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus, & angulus g f b obtuſus, per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſsis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta cōcurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoq; ſi concurret cum linea g f, in pūcto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per tertiam ſexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſsibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior quàm linea k a, quod totum eſt impoſsibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citra punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in pūcto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmiſsis diuidit chordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copuletur ut prius chordæ b o & a o, patetq; per 4. primi, quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſupra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g a,



sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmissis, ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uisum in punctum b, à puncto q, quod est contra hypothesim & impossibile, est ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una est centrum uisus, & in altera punctus rei uisæ, patet ergo propositum, quoniam semper similis erit improbatio sumpto quocunq; alio puncto arcus e n, sed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, possibile est fieri reflexionem formæ pũcti a, rei uisæ ad uisum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, sit uterq; minor angulo a g d, remanente enim dispositione figuræ prioris, quæ est anguli a t b, sicut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uisum b. Sit itaq; quod angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus constãs ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui est supra punctum i, minor est eodem angulo a g d, ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmissum est linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, est enim per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præostensum est, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaq; punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaq; duæ lineæ g t & g p sint æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & producta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpẽdicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitq; angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars semidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, producta secat circulum minorem transiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus qui fit super punctum t, tantum lineæ g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l, secabit illum circulum sicuti priorem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaq; a b p, secabit circulum a b t, in duobus pũctis a & b. & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum uersus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij, & impossibile. Restat igitur ut forma pũcti rei uisæ, qui est a, non reflectatur ad uisum existentem in puncto b, à duobus pũctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad uisum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui est e 3, ita ut uterq; angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis sit minor angulo a g d, quod est propositum.

XXXV.

In speculis sphæricis concauis duo puncta qui diuersis diametris, & inæqualis distantiæ à centro speculi existentia à duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur, possibile est inueniri.

Sit circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui, cuius centrum d, & sumatur in ipso duæ diametri, quæ sint g a & b h, secantes se in centro d, dico quod possibile est fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per semidiametrum d e, & in semidiametro b d sumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e, super diametrũ b d, & sumatur linea n d, in diametro d g, æqualis lineę m d, & fiat per 5 quarti, circulus transiens per tria puncta m d n, hoc ergo necessario transibit ultra punctũ e, si enim detur, quod ille circulus transeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulũ d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut quæ sunt ad puncta m & n, sunt æquales duobus rectis, quod est impossibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo sunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, super semidiametros b d & g d, similis quoq; fiet deductio, si circulus transeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes sup per punctum m & n, erunt iterum minores rectis, transit igitur circulus d m n extra punctum e, secabit ergo circulum proportio ipsius speculi in duobus punctis per 10. tertij, sint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n secans lineam e d in puncto f, & lineam c d in pũcto p, cum itaq; ut patet ex præmissis linea m d sit æqualis lineæ n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d, æqualis est triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d est acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis super lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circumferentiã minoris circuli sit linea f k, hæc itaq; secabit lineam l n, uel non secabit, si non secet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, si secet palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctum k sit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur usq; ad circumferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut est minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abscidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea à pũcto c, & erit idem sicuti si arcus n o sit minor arcu l c, sit ergo arcus n o minor q̃ sit arcus c l, ergo per ultimam sexti angulus c n l est maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui sit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & super punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n, qui sit angulus q c m, cũ itaq; angulus c m l sit maior angulo m c q, quia arcus c l est maior arcu n o, ut patet ex præmissis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui est æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret linea c q, cum linea l m, sit itaq; cõcursus in puncto q, cum igitur angulus l m c sit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c sit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, sunt enim constituti super eundem arcum qui est l c, & cum angulus i n z ex præmissis sit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, est ergo per 32. primi, angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n sit æqualis angulo m c q, & similiter triangulus i n z, est per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis sit communis, & angulus i n c sit æqualis angulo o c n, est ergo per 4. sexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, sicut lineæ n i ad lineam m q, & similiter est proportio lineæ c n ad lineam c z, sicut lineæ n i ad lineam n z, sed linea c z, est maior quàm linea c q, quod patet per hoc, sit enim r, pũctus in quo linea c z secat lineam k f, angulus itaq; c f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam c d,

ergo p 32. primi, angulus f c r est acutus, quia uero linea d m, ut patet ex præmissis est æqualis lineæ d n, erit per 27. tertij, arcus d m æqualis arcui d n, ergo p 26. tertij, angulus m c d est æqualis angulo d c n, sed angulus q c m est æqualis angulo o c n, ex præmissis, fit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r, quia ex æqualibus angulis constat, angulus ergo q c f est acutus, & linea k f est perpendicularis super lineam c d, angulus quoque c f k est rectus, ergo per 14. primi huius, linea k f producta cōcurret cum linea c q, sit punctū cōcursus f, & linea producta à puncto c, usque ad punctum f, quod est punctum concursus, cuius pars est linea c q, est æqualis lineæ c r, quoniam enim illorū trigonorum anguli ad pūctum f, fiunt recti ad punctum c, ex præmissis sunt æquales per 32. primi, quoniam illi trigoni c f f & c f r sunt æquianguli, & linea c f communis, reliqua ergo latera quæ sunt c d & c r, sunt æqualia per 4. sexti, sed linea c f est maior quàm linea c q, & linea c z, est maior quàm linea c r, linea ergo c q est minor quàm linea c z, est ergo per 8. quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineā c z, igitur maior est proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineam n z, quare per 10. quinti, linea m q est minor quàm linea n z, secetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q, quæ sit n x, & ducatur linea d x, & quoniam per 22. tertij, angulus l n d cum angulo l m d, ualet duos rectos, & angulus l n d æqualis angulo q m d, ergo per 4. primi, triangulus x n d est æqualis triangulo d m q, & linea d x æqualis lineæ d q, & angulus x d n est æqualis angulo q d m, & angulus d x n æqualis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto, cum sit maior angulo d n x, per 16. primi, & angulus d n x est maior recto per 30. tertij, quoniam cadit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l, & etiam patet hoc per 21. tertij, quoniam enim angulus l m d est acutus, patet quod angulus d n l est obtusus, ergo per 19 primi, linea d z est maior quàm linea d x, ergo linea z d est maior quàm linea q d, forma ergo puncti q potest reflecti ad punctum z, à duobus punctis speculi quæ sunt c & l, & puncta q & z, sunt inæqualis distantiæ à centro & in diuersis diametris, quod patet ideo quod angulus x n d est æqualis angulo q d m, addito ergo communi angulo q d x, sed angulus n d m est minor duobus rectis, ergo & angulo q d x, ergo magis angulus q d z est minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z, non sunt in eadem diametro, sed in diuersis & hoc est propositum.



XXXVI.

A speculis sphæricis concauis duobus punctis inæqualiter distantibus à centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

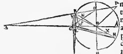
Sit circulus speculi sphærici concaui a g b, cuius centrū sit d, & sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g, sitque punctum k, remotius à centro speculi quod est d quàm punctus o, & sint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus sunt puncta illa k & o, sitque punctum k, in semidiametro g d, & punctus o, in semidiametro b d, reflectanturque formæ istorum punctorum adinuicem à duobus punctis arcus g b, ut ostenditur per præcedentem, & sit angulus o d k maior angulo o d a, & sit e unus punctus arcus b g, à quo fit reflexio, palam ergo ex 34. huius, quod uterque duorum angulorum constantium ex angulis incidentiæ & reflexionis, non erit minor angulo o d a, neque est aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d a, ut patet per ea quæ declarata sunt in 33. huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o c, d c, k c, & ex angulo o c k, secetur per 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a, qui



qui sit c o f, ducta linea c f super diametrū g d, & diuidatur angulus f c k, per æqualia, per 9. primi, ducta linea c e super lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquedistans lineæ c f, per 31. primi, quæ sit k z, & quoniam linea c f æquedistans lineæ k z, concurrit cum linea c e in puncto c, paret quod linea k z concurret cum linea c e, producta per secūdam primi huius, sit ergo linea k z concurrēs cū linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineā k o, in puncto p, cū ergo sit linea k d maior q̃ linea o d, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineæ k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior q̃ linea p o. Item sit ut linea d c secet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta k & n, nō autē inter duo puncta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, sed angulus p d o est æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior est angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior est angulo o p d, est ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, est acutus, sed angulus k n d est acutus, quod patet si fiat circulus transiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctū d, quod est centrū circuli maioris, quoniam cū angulus o d k sit maior angulo o d a ex hypothesi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille transiret punctū d, uel supra punctum d, quoniam eadē est demonstratio, linea uero n d diuidet k c o, arcum illius circuli per æqualia, per 25. tertij quoniam diuidit angulū o c k per æqualia ex hypothesi, fiet aūt illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuisionis arcus o k, ducatur linea ad mediū punctum lineæ o k, quæ est chorda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis super lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpendicularis inter puncta p & k, cū linea k p sit maior q̃ linea p o. & angulus super punctū n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus super punctum p ex parte o, erit acutus, hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur, q̃d punctus p cadat inter duo puncta n & o, impossibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tunc secaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus esset rectus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est angulum k n d esse acutū, ergo per 13. primi, angulus o n d est obtusus, punctū ergo p nō cadet inter pūcta n & o, quoniam cum angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex p̃missis angulo d p k est obtusus, sequeretur ergo in trigono d n p, duos esse angulos obtusos, quod cū sit impossibile per 32. primi, palam quia pūctus p, non cadet inter pūcta n & o, non cadit etiam in punctū n, ut est euidens cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet ex præmissis angulus k c d est medietas anguli k c o, sed & angulus k c e est medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior est angulo f c o, in angulo k c f, restat ergo ut angulus e c d sit medietas anguli f c o, sed angulus f c o est æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d est medietas anguli o d a, cū angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p, ualēt duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni e c d sunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e d c, hinc inde illis angulis cōmuni, & ablato angulo e c d, qui est medietas anguli o d a, restat ut angulus c e d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, sed angulus o d p qui est medietas anguli o d k cū medietate anguli o d a est rectus, est autē angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cū sicut patet ex præmissis pūctum lineę d n cadat inter pūcta p & o, est ergo angulus o d p cū medietate anguli o d a maior angulo c o d, cū medietate anguli o d a, patet ergo cū angulus o d k cū medietate anguli o d a sit rectus, quoniam angulus c e d est acutus, quare per 15 primi, ei contra positus, qui est angulus k e z, est acutus, igitur si per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis super lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmissis linea k e, non est perpendicularis super lineam c e z, Si uero dicatur quod illa perpendicularis ca-



ris cadat ultra punctum e, super lineam c e, tunc cum angulus c e k, per 13. sit obtusus, accidit triangulum habere duos angulos, unum rectum & alium obtusum, quod est impossibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ sit linea k q, hoc autem seruato nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c, se habet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est enim linea c o, aut æquedistans lineæ k o, aut concurrens cum illa. Sit primum æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d a, æqualis angulo c o d, est ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmissis, angulo o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedistabunt, aut concurrent. Si æquedistent, cũ illi cadent inter lineas k d & c o æquedistantes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, cõcurrunt facient triangulum, cuius duo latera erũt æqualia, per 6. primi, quoniam duo æquianguli qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedistãter basi d o, erit ergo per 2. sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub linea k d, quasi concurrant sub linea c o, erit eadem probatio, quia fiet triangulus cuius unũ latus est linea c o, & alia duo latera æqualia per 6. primi, ut prius, quia linea c o est æquedistans lineæ d f, erit per 2. sexti, proportio unius illorum duorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut prius per 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, est æqualis angulo d c o, per 29. primi, ideo quod linea c o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo angulus c d f est æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k sint æquales ex hypothesi & per 25. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo p 7. quinti proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo quod antecedentia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquedistat, sed concurrit cum linea k d, aut hoc est ad partem puncti g, diametri a g, si fiat concursus ex parte a, sit hoc in puncto l,



manifestum ergo per 13. primi huius, quoniam proportio lineæ c k ad lineam c f, cõponitur ex proportione lineæ c k ad lineam c l, & ex proportione lineæ c l ad lineam c f, sed proportio lineæ k c ad lineam c l, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d l, per 3. sexti, linea enim d c diuidit angulum k c o per æqualia ex hypothesi, quia uero angulus o d l per præmissa est æqualis angulo l c f, & angulus ad pũctum l, communis est ambobus trigonis c l f & o d l, patet per 32. primi, quod tertius angulus est tertio æqualis, erit ergo per 4. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, constat ex proportione lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus posita linea d l media per 13. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, sit concursus in puncto ſ, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c, quæ sit d r cõcurrens cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesi æqualis est d c o, ergo anguli d c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam triangulus ſ c k æquiangulus est triangulo ſ r d, per 29. primi, & propter angulũ a ſ d cõmune erit per 4. sexti, proportio lineæ d r ad lineam ſ r, sicut lineæ k c ad lineam c ſ, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r ſ, sicut lineæ k c ad lineam c ſ, sed proportio lineæ r c ad lineam r ſ, est sicut proportio lineæ d k ad lineam d ſ, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c ſ, sicut lineæ k d ad d ſ, sed quoniam angulus f c o æqualis est angulo o d a, erit angulus o d ſ æqualis angulo f c ſ, per 13. primi, & angulus ad punctum ſ est cõmunis, erit ergo triangulus o d ſ æquiangulus triangulo f c ſ, per 32. primi,

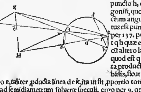
ergo

ergo ꝑ 4. sexti, est ꝓportio lineæ c s ad c f, sicut lineæ d s ad d o, est aũt ꝓportio lineæ k e ad lineã c s, sicut lineæ k d ad lineam d s, & est ꝓportio lineæ c s ad lineam c f, sicut lineæ d s ad lineam d o, ergo per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineã d o. Quia uero linea k z æquedistat lineæ c f, ut patet ex præmissis, erit ꝑ 29. primi, angulus k z e æqualis angulo e c f, sed angulus k c z est æqualis angulo c e f, per 15. primi, ergo trigoni k z e & e c f, sunt æquianguli per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam c f, sed proportio lineæ k e ad lineam e f, est sicut lineæ k c ad lineam c f, ꝑ 3. sexti, quia angulus k e f, diuisus per lineam c e, lineæ ergo k z & k c, ad eandem lineam c f, eandem habẽt proportionem, ergo per 9. quinti, linea k z est æqualis lineæ k c, sed ex præmissis patet, quod est proportio lineæ z k ad lineam c f, sicut lineæ z e ad lineam e c, est ergo per 11. quinti, ꝓportio lineæ z e ad lineam e c, sicut lineæ k d ad lineam d o, sed linea k d ex hypothesi est maior quàm linea d o, linea ergo z e est maior quàm linea e c, hoc quidem pro alijs referuares, nũc ad ꝓpositum redeamus, quia uero ut supra patuit linea k q, est perpendicularis super lineã e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti, sed angulus e c d est acutus, quoniã est medietas anguli f c o, ut superius ostensum est, ergo per 14. primi huius, linea k q cõcurret cũ linea c d sit punctus concursus h, & ducatur linea c h, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ k h, producta usq; ad lineam d h quæ sit e x, secans lineam d h in puncto x, fiatq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x, & immutatur figura si placet ꝓpter diuersam intricationẽ linearũ, quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis, erit ꝑ 29. primi, angulus c e x rectus, ergo per 30. tertij linea x c erit diameter illius circuli qui est e c x, & ꝓducatur linea k e, per triangulũ orthogonium c e x, & trans circulum cadens in punctum m, circunferentiæ circuli c e x, & ducatᷣ linea m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e, per 26. tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c, sed angulus c x e æqualis est angulo c h k, per 29. primi, quoniam lineæ e x & k h, ductæ sunt æquedistãtes, erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k, sed angulus c h k maior est angulo d h e, quod patet per 29. primi huius, secat eñ linea h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e, resecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 17. primi huius, qui sit angulus f m d ducta linea f m, & punctus in quo linea f m secat lineam c x, sit i, palã ergo cũ ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e, & per 15. primi, angulus i d m sit æqualis angulo e d h, quoniam per 32. primi, triangulus i m d est æquiangulus triangulo g h e, ergo per 4. sexti, est ꝓportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineã i m, & similiter triangulus e m d sit similis triangulo k h d, cũ sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d, & per 15. primi, angulus c d m sit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32. primi, erit ergo proportio lineæ k d ad lineã d c, sicut lineæ h d ad lineam d m, est autem proportio lineæ h d ad lineã d m, sicut lineæ e h ad lineã i m, est ergo per 11. quinti, ꝓportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad lineã i m, sed proportio lineæ k d ad lineam d c est nota, qm̃ semper una & eadem permanet, quicunq; punctus reflexionis sit c, in arcu b g, quia semper linea d c, quæ est semidiameter est una, & linea k d, similiter est semper una, quoniã ipsa est distantia alterius punctorũ reflexorum à centro speculi, linea etiã e h, una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quãtitas, quoniam non mutatur quantitas anguli e c h, qui est medietas anguli o d a, qui nõ mutatur, quare linea i m, semper erit una & æqualis, erit ergo punctus circunferentiæ in quem cadit linea i m producta ultra punctum i, qui est punctus f, semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g, possit fieri reflexio, contingat ducere à puncto f, ad circulum c x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiacens diametrũ c x, & periferiam circuli sit æqualis lineæ i m, per 9. quinti, quia semper erit proportio lineæ k d ad lineã d c, sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearũ, patet autẽ hoc esse impossibile, per 133. primi huius, qđ ab eodem puncto dato in circunferentiã circuli extra diametrũ ꝑ ipsam diametrũ ad circũferentiã, ita ut pars lineæ interiacentis diametrũ ad reliquã partem circunferentiæ sit æqualis datæ lineæ, non nisi duæ lineæ æquales duci possunt, quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio, quod est propositum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto speculi sphærici concaui ductæ possibile est duo puncta reperiri, quæ in diuersis diametris inæqualiter à centro speculi distantia ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum alio eiusdem arcus interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur.

Remaneat dispositio proximæ, sitq; datus quicunq; punctus speculi, qui sit e, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuersis diametris speculi existẽtia ab illo dato puncto superficiei speculi, & uno tantũ alio propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur, sit enim ut quantacunq; placuerit sumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineæ z e ad lineã e e, sicut in præcedenti propositiõe prima scilicet eius figuratione, est proportio lineæ k ad lineam d o, & quoniã ex hypothesi illius linea k d est maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis super lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e e d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e e d acutus, ergo p 24. primi huius, linea t d, concurret cũ perpendiculari ducto à puncto q, super lineã z t, sit concursus in



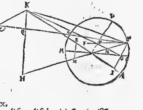
puncto h, completum est ergo trigonũ orthogoniũ, quod est t q h, in cuius altero laterũ rectum angulũ t q h continentiũ quod est t q, datus est punctus e, possibile est ergo à puncto e per 137. primi, duci lineam ad basem trigoni t q h quæ est t h, ex alia sui parte concurrentem cũ altero laterũ rectum angulũ continentium, quod est q h, producto ultra punctũ q, ita ut tota producta linea se habeat ad partẽ abscisam basis, sicut linea data ad lineã datam, sic à puncto e, taliter ꝓducta linea d e k, ita ut sit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, sicut lineæ k d ad semidiametrum sphæræ speculi, ergo per 9, quinti, linea d t æqualis semidiametro, punctũ ergo d, est centrum speculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, super punctũ t, terminũ lineæ d t æqualis angulo qui sit o t d, dico q̃m punctus speculi qui est t, est punctus reflexionis formæ puncti o, ad uisum existentem in puncto k, uel econuerso formæ puncti k, ad punctũ o. & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantũ alio ꝓpositi arcus puncto, fit illorũ punctorũ mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonstratione theorematis p̃cedentis, ꝓut hunc ꝓposito est necesse, patet ergo ꝓpositũ.

XXXVIII.

Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui existentibus ambobus extra circulũ, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inæqualiter distantibus à centro respicientibus arcum speculi à quo fit reflexio, si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus.

Sint duo puncta a & b, in diuersis diametris. extra circulũ qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphærici concaui, cuius centrũ sit g, sintq; illæ diametri a e & b d, & sit pũctus reflexionis t, & ducant̃ lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t secabit arcũ circuli, sit pũctus sectionis q, sed & linea a t, secabit periferiã eiusdem circuli, sit pũctus sectionis m, & q̃m angulus b t g æqualis est angulo a t g, palam p 25. tertij, q̃m cadunt arcus æquales, ꝓducãtur ergo diametri t g, ad aliam partẽ periferiæ in punctũ p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, si igitur forma pũcti b, reflectitur ad uisum existentẽ à puncto a, ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem, sit illud aliud punctũ h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h, in pũcto n, producaturq; semidia-

ſemidiameter b g, in punctũ circumferentiæ qui ſit k, ſecundum prædicta itaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitũ eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſſibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſſibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppoſitis diametris in qbus ſunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoq; accidit impoſſibile, & eodem modo deducendum ſi unũ datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

Duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui exiſtẽtibus ambobus extra circulũ, ſi linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſſibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantũ illius ſpeculi puncto.



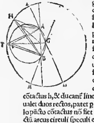
Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum ſit g, ſintq; illi diametri l d & n m, ſitq; punctus a, in ſemidiametro l g, & pũctus b in ſemidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b, & hæc cotingat circulũ illũ, à quo per ſecundam huius, poteſt fieri reflexio, ſitq; ille cõtactus in arcu circuli q ſit arcus l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculũ, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus ſunt illa puncta ſit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad punctum reliquum ſumpto enim q̃cũq; puncto in arcu lm, ut pũcto c, ductisq; lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculũ, linea b c, neceſſario cadet extra ſpeculũ, quoniam hoc requirit talis ſitus ſpeculi, & econuerſo, ſi linea b t cadat in ſpeculo, linea a t cadat extra, ſemper eñ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculũ, & ſic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, ſimiliter quoq; patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculum nõ contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadẽt intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculũ, reliqua erit tota extra ſpeculũ, unde non fiet reflexio ſecundum illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, poteſt fieri reflexio p 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorũ reflexio ad inuicem nõ fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

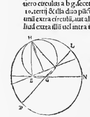
XL.



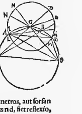
Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut tribus, aut à quatuor poſſibile eſt reflecti, & ſecundũ hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq́ illa pũcta inæqualiter distantia à centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum pũctorum ad alterum producta secet circulũ, dico quod uerum est quod proponitur, fiat enĩ circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq́ ille a b g, aut totus erit intra circulũ speculi, aut cõtingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulũ, palam p 6. huius, quod unũ illorum punctorũ reflectetur ad alterũ ab aliquo puncto speculi, & propositi circuli, ut patet p secundã huius, & p 27. quinti huius, sic ergo pũctus reflexionis t, palamq́ per 20. huius, quod pũctus t, est in arcu interiacẽte diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducanẽ lineæ a t, b t, g t, extra quoq́ angulus a t b minor angulo b g d, sit enĩ ut semidiameter g t secet circulũ a b g in pũcto f, & ducanẽ lineæ a f & b f, fientq́ duo trigona a t b & a f b, sup unã basem, q̃ est a b, palã ergo p 21. primi, q̃m angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a f b cũ angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b est æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq́ angulus sic factus sup arcũ l m, ut super punctũ h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaq́ speculi qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantũ puncto speculi, q̃m iam ostensum est p 34. huius, quia non est in huius pũctorũ reflexorũ dispositiõe possibile reflexionẽ fieri à duobus pũctis speculi, ita ut uterq́ angulorũ constans ex angulo incidentiæ & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositiõe ab uno tm̃ puncto speculi fiet reflexio quod est unum ꝓpositorum. Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulũ speculi, sit punctũ cõtactus h, & ducanẽ lineę a h, b h, g h, q̃a itaq́ angulus a h b, p 21. tertij, cũ angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, q̃d angulus a h b est æq̃lis angulo b g d, quare ab illo pũcto cõtactus nõ fiet reflexio p 33. huius, angulus q̃q́ factus sup quocũq́ aliud punctũ arcus circuli speculi erit minor illo angulo, p modũ quo iam superius p̃ostensum est, quare à duobus punctis illius arcus nõ fiet reflexio p 34. huius, sed solũ ab uno pũcto, si uero circulus a b g, secet circulũ speculi, patet q̃ tm̃ in duobus pũctis secare necesse est p 10. tertij & illa duo pũcta a & b, aut ambo erũt extra speculũ circuli, aut ambo intra, aut unũ extra circulũ, aut aliud intra illũ, aut unũ illorũ punctorũ in circũferentia circuli & aliud extra illũ uel intra illũ. Si fuerint ambo extra circulũ speculi, tũc patet q̃d linea a b, nõ secabit circulũ speculi, fietq́ reflexio ab uno tm̃ speculi pũcto, ut patet p p̃cedentẽ, tunc enĩ manifeste patet, q̃d circulus a b g, nõ secabit circulũ speculi secũdũ arcũ l m, q̃m ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pũcta periferiæ circuli ipsius speculi, cũ ambo puncta a & b sunt extra circulũ speculi, si uero pũctus b, sit in perifetia circuli speculi uel intra, pũcto a cõstituto extra, patet tunc q̃d arcus l m, in duobus pũctis nõ secabitur, sed arcus b g, trãsibit punctũ aliq̃d arcus l m, q̃d sit t, ergo angulus factus super arcũ l m, erit maior angulo b g d, q̃m ductis lineis l t, b t & a t, patet secundũ p̃missa p 21. tertij, q̃m angulus l t b est æqualis angulo b g d, angulus uero a t b est maior illo, patet ergo p 24. huius, q̃m in hac dispositione ab unico pũcto, uel à duobus pũctis arcus l m, fiet formarũ illorũ punctorũ ad inuicẽ reflexio. Si uero duo pũcta a & b, fuerint extra circulũ speculi, & circulus a b g, secet circulũ speculi, tunc patet q̃d circulus a b g, secabit arcũ l m in duobus punctis, q̃m duo semidiametri circuli maioris q sunt g l & g m, secãt circulũ a b g, in pũctis a & b, & transeũtes resecant ex circulo speculi arcũ l m, secat ergo circulus a b g, arcũ l m in duobus punctis quæ sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisq́ angulus cõstitutus sup arcum circuli speculi qui est t b,

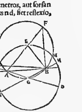


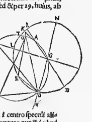


est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille cũ est maior angulo b g d, ꝑducta eñ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandũ, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet ꝑ 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantum puncto, & forsan à duobus, quod si fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis ꝑtibus ipsius circuli a b g, tũc secũdũ præmissa oĩes anguli super illos arcus consistentes cõtenti sub lineis à punctis a & b, ꝑductis, erunt minores angulo b g d, fiat eñ angulus b k a, super punctũ arcus b t, & qm̃ arcus a t, circuli a b g, est intra circulũ speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo ꝑ 21. tertij, & per 13. primi, qđ angulus a o b, est æqualis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, est demonstrandũ, ergo ꝑ 34. huius, ab uno tantũ illoꝝ arcuum puncto fiet reflexio, in



hac itaq; situ fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, intenacentis diametros, aut forsan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qđ ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliqñ à tribus pũctis speculi, aliquãdo uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm̃ puncto, qui sit t, qm̃ in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens eũ in altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qđ est cõmunis sectio illaꝝ, & sit ĩ puncto b, existente in puncto m & puncto a, intra speculũ, restabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundũ ꝑmissa ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliq̃d punctũ arcus l m, qđ sit e, qũ per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcũ t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præostensum est prius, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq; secabit circulũ speculi secundũ arcũ l m, qm̃ semidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ secat arcum t b, nec secatur ab illo, oĩes itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forsan à duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio pũctorum a & b, similiter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc situ reflexio à duobus aut à tribus punctis speculi & non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter distantia à centro speculi aliquando ab uno tm̃ puncto, aliqñ à duobus, aliqñ à tribus, aliqñ à quatuor, nunq; à pluribus reflectant, secũdũ hæc quoq; loca imaginũ numerant, quẽadmodũ patuit iam pluries in præmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.

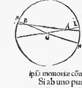




XLI.

Existentibus duobus pũctis in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa pũcta secet circulum, possibile est unum illorum punctorũ ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo pũcta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphærici cõcaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq́ puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illorũ punctorũ ad alterũ secundum circulũ, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qđ proponitur, quod enim ab uno tantum puncto speculi quãq́ fiat illorũ punctorũ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest p modũ 24. huius, linearũ enim inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq́ uero fit mutua reflexio istorũ punctorũ a & b, à duobus tantũ pũctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq́ uero fit reflexio mutua propositorũ punctorũ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculorũ formas punctorũ æqualiter distantiũ à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si enim ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio diuiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet p 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatẽ laterum g a & g b, quoniam anguli constituti super illud punctũ fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed & fiet ab aliquo puncto arcus oppositi illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis speculi fiet reflexio & non à tribus, & quoniam, ut patet p præmissam & ex pluribus ꝓpositionibus huius libri, nunq́ fit à tribus punctis speculi reflexio aliquorũ duorũ pũctorũ adinuicẽ nisi fiat à duobus pũctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppositi interiacentis illos diametros, patet ergo quod in hac dispositiõe reflexio fiet semp à quatuor punctis speculi oppositi, & nunq́ à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmissa theoremata disposuimus secũdum modum epilogi plurimorum præmissorum theorematum, æstimamus ipsa memoriæ cõmendanda.



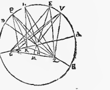
XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uisæ, ab alio quoq́ puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem lineæ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media lineæ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadũt inter imagines punctorũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24 quinti huius, esto ergo arcus speculi sphærici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq́ g r linea uisa, cuius unus terminus qui g reflectatur à puncto speculi quod sit f, & illud sit aliud punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus lineæ qui est r, reflectatur à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g, r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur enim linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadatq́ intra semidiametrũ o e, sitq́ punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducanti lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq́ linea f e, ultra punctũ e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ enim reflectatur forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ lineæ quæ sunt g & r, reflectantur ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum enim est

per

per 20. huius, q̄d in hoc situ à duobus arcubus a b & d o, non potest fieri reflexio formæ puncti c, ad uisum existentē in puncto z, oportet ergo q̄d fiat reflexio ab aliquo pūcto arcus a d, q̄m patet solum offerri uisui arcū speculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo q̄d centrū uisus est in pūcto z. diametri d b, ostensum etiā est per eandē 20. huius, q̄d forma cuiuscūq; puncti semidiametri e o, reflectit̄ ab aliquo puncto arcus a d, sit autē p 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uisum ab uno tm̄ puncto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrū uisus, forma ergo puncti c, reflectit̄ ab uno tm̄ puncto arcus a d, ad uisum existētem in puncto z, si ergo illud punctū sit in arcu f h, habemus ꝓpositū. Si uero non, esto primo q̄d ipsum sit in aliquo puncto arcus a f, sitq; punctū u, & ducant̄ lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7. tertij, linea g u, maior q̄ linea g f, sed per eandē 7. tertij, linea z u, est minor q̄ linea z f, ergo p 9. primi huius, lineæ ꝓportio g u, ad lineam z u, est maior proportione lineæ g f, ad lineam f z, sed per 3. sexti, & ex hypothesi ꝓportio lineæ g f, ad lineam f z, est sicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, ꝓportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, est maior q̄ ꝓportio g m ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, secat lineā z m, secat ergo lineam z e, p 22. primi huius, angulus ergo g b u, est minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uisum 3, in pūcto speculi u, ut patet per 20. huius, similiter q̄q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uisum existentē in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo pūcto arcus h d. Sit em̄ si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat̄ à puncto eius quod sit q, & ducant̄ lineæ 3 q, e q, c q, r q, i r, & ꝓducatur linea e h, ultra punctū e, ad lineam r 3, incidatq; in punctū n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, est maior q̄ linea 3 h, & linea q r, est minor q̄ linea r h, est ergo p 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineā q r, maior ꝓportione lineæ 3 h, ad lineam h r, sed p 3. sexti, quæ est ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem est lineæ 3 n, ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia secat lineam n r, ergo p 23. primi huius, secat lineam r e, angulus ergo r q e, est maior angulo e r q, angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3, nō ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uisum in punctum 3, à puncto speculi quod est q, arcus h d: eodemq; modo deducendū quocūq; pūcto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectit̄ ad uisum existentē iu puncto 3, ex arcu h d, sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo punctorū h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo pūcta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectant̄ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctorū mediorū q̄ katheti suarū incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum, & quia illarum linearū cōmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginū punctorū mediorū cadunt inter loca imaginum punctorū extremorum, & hoc est ꝓpositum. Idem em̄ accidit, si res uisa uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur, quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt, patet ergo propositum.

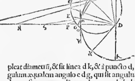


XLIII.

Si duorum punctorum in speculo sphærico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sic quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro, maior erit proportio lineæ interiacentis centrum speculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q̄ lineæ interiacentis idem centrum & locum

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphæricum concauũ, per eius centrũ transeat superficies plana, secabit ergo illa sup̃ficiem speculi secundũ circulum magnũ illius sphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ sit d, & extrahat̃ à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ sit d g, & transeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducat̃ à centro d, in superficie illius circuli linea perpendicularis sup̃ lineam d g, quæ sit d a, & abscindat̃ ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita qđ inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulũ a d e, sit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulũ e d g, hoc autẽ potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat̃ per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & sic deinceps quousq; fiet angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat̃ angulus a d e, in duo æqualia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoq; d centro speculi extrahat̃ linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q̃ sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut compleat diametrũ, & sit linea d k, & à puncto d, ducat̃ linea d 3. continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulũ æqualem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametrũ h d k, hoc autẽ est possibile, quia cũ anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est æqualis angulo x d k, & angulus a d 3 cõmunis, relinquit̃ angulus 3 h d, æqualis angulo 3 d x, & extrahat̃ à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cũ linea 3 h, angulũ æqualem angulo h d k obtuso, qui sit angulus h 3 l, duo ergo anguli l 3 d & b d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt enĩ à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, cõcurret cum linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũscribat̃ per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctum 3, per 31. tertij, quia duo anguli l 3 h & l d h, sunt æquales duobus rectis, sunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, 3 b, est ergo illud quadrilaterũ in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt æquales p̃ 26. tertij, cadunt enĩ in arcũ eundẽ circuli d h l, q̃ est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est æqualis angulo 3 d h, æqualibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus, abscindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducat̃ linea l m, angulus l m d est rectus, quia cũ angulus b d e, est æqualis angulo b d h, quũ angulus a d e, diuisus sit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, est æqualis lineæ d h, sed latus h d, est cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, est æqualis lineæ l m, & angulus l m d, est æqualis angulo l h d, sed angulus l b d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transit per punctũ m, & secat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat̃ linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, est æqualis arcui d h, per 27. tertij, quũ lineæ d m & d h sunt æquales, sed & arcus d f, est æqualis arcui d 3, per 64. primi, relinquit̃ ergo arcus m f, æqualis arcui h 3, & arcus l 3, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d 3, ducant̃ ergo lineæ h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia



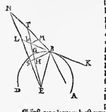
quia angulus l h d est rectus, patet quòd angulus b h d est acutus, & angulus g d h est re-
ctus ergo per 14. primi huius, linea h b cõcurret cũ linea d g, extra circulũ a b g, cõcurrat er
go in pũcto q, similiter & quia per eadẽ 10. primi huius linea h f, cõcurret cũ linea d g, extra
circulũ, sit cõcursus punctus n, & producatur linea f b, ultra punctũ b, quousq; secet arcũ
l 3, secet ergo ipsum in pũcto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circũfe
rentia respicit arcũ f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim
extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g ergo si
linea b m, protrahatur ex parte pũcti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quo
dam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d
est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplũ arcus f e correspõdet duplo an
guli f d e, super periferiam sui circuli constituti per ultimã sexti, & per 29. tertij, est autẽ
arcus f e æqualis arcui e g, per 25. tertij, ideo quòd angulus e d g, est æqualis angulo f d e,
cũ uterq; ipsorũ sit æqualis angulo a d 3, ut patet ex præmissis, arcus ergo g f est duplus
arcui f e, est ergo arcus f g in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b
m, extrahatur recte in partem m, abscidet de circulo a b g, arcum ultra pũctum g, maio-
rem arcu f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g, ex-
trinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m nõ cadet in punctũ g, sed seca-
bit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in pũcto o, producatur quoq; linea f m
ultra punctũ m, hæc ergo quia secat angulũ d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit
lineam d o, secet illam in puncto u, & producatur à linea t n b, ultra punctum b, secabitq;
arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrum speculi, qa
ergo angulus b f est in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b
d 3, p 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplus anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplus,
per ultimã sexti, arcus r 3, est multiplus arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior arcui r 3
ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur
itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt ęquales duobus rectis per 21. ter
tij, sed angulus b m d cum angulo b m c, ualet duos rectos per 13. primi, relinquitur er-
go ut angulus t h d, sit æqualis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulum c h d
angulus c h 3, qui est per 26. tertij, æqualis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplus
anguli 3 d a, per ultimam sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplus arcui 3
h, ergo angulus c h 3, est multiplus anguli e d g, angulus ergo d b 3, excedit angulũ c h d
in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d est æqualis arcui 3 h d, per 64. primi huius, re
manet arcus f 3 d, æqualis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d æqualis angu-
lo 3 h d, sed angulus c h d, est æqualis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e,
in multiplo anguli e g d, sed angulus o m d, est æqualis angulo b m e per 15. primi, ergo
angulus f m d, excedit angulũ o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ua-
let tantũ angulũ o m d, & angulus o d m per 32. primi, palam quia angulus f m d, exce-
dit angulũ o m g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d per 32. primi, excedit angu-
lum m u d, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d maior angulo m o g, ergo angu-
lus m o u est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea
m u est maior quàm linea m o, & quia arcus h d, est æqualis arcui m d, per præmissa erũt
duo anguli h f d & m f o æquales, per 26. tertij, formæ ergo punctorũ duarum linearũ h f
& f u, ad seinuicem reflectantur, & similiter formæ punctorũ linearũ h b & b o, ad se mu
tuo reflectuntur, quoniam per præmissa angulus d b h est æqualis angulo d b m, per 4.
primi, & per hypotheses præmissas, duo ergo puncta quæ sunt o & u, ad unum existentẽ
in puncto h, reflectuntur à duobus punctis speculi quæ sunt b & f, est ergo per 37. quinti
huius, punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto
m, linea æquedistans lineæ h q, per 3. primi, quæ sit linea m s, & linea æquedistans lineæ
h n, quæ sit m p, quia ergo angulus h n d est maior angulo h q d, per 16. primi, erit angu-
lus m p o, qui per 29. primi, est æqualis angulo h n d, maior angulo m s o, qui per 29. pri-
mi, est æqualis h q d, erit ergo punctũ p, inter duo pũcta s & u, per conuersam per 21. pri
mi, & quia angulus h d n est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus

m p d est acutus, angulus ergo m p f est obtusus, per 13. primi, ergo linea m f est maior ꝙ linea m p, per 18. primi, sed ex præmissis linea m u est maior ꝙ linea m o, ergo per 9. primi huius, maior est proportio lineæ m f, ad lineam m o ꝙ lineæ p m ad lineam m u, sed proportio lineæ f m ad lineam m o, est sicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. sexti, trigoni enim q b o & f m o, sunt æquianguli, per 29. primi, cum linea m f sit æquedistans lineæ q b, & angulus q o b sit cõmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ p m ad lineam m b, est sicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, sed proportio lineæ q b ad lineam b o, sicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, est sicut lineæ n d ad d n, per ea quæ sunt ostensa in 13. huius, quorum declarationem cum manifesta sit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o est maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc est propositum.

XLIIII.

In speculis sphæricis concauis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ.

Esto speculi sphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitq́ centrum uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatq́ reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi b, appareatq́ imago retro speculũ, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie ꝙ ipsius rei uisæ, ducãtur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui sit e h g t, producatur quoq́ linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h, & z h, cõcurrãt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior ꝙ linea b h, quæ est distantia rei uisæ à pũcto reflexionis. Et similiter linea h g est minor ꝙ linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ sit l b k, quia itaque anguli contingẽtiæ qui sunt a b k & g b l sunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æq̃les p 20. q̃nti huius, fit ergo angulus k b z æq̃lis angulo l b h, sed angulus t b l est æq̃lis angulo k b z, p 15. primi, angulus ergo t b l est æq̃lis angulo l b h, sed angulus l b h est acutus, q̃m angulus l b e est rectus, ergo & angulus t b l est acutus, sed angulus e l b est acutus, q̃m in trigono e l b, angulus e b l est rectus, ergo p 13. primi, angulus b l t est obtusus, angulus itaq́ t b l est minor angulo b l t, resecetur ꝙ ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, p 27. primi huius, qui sit b l m, q̃a itaq́ angulus m b l est æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æq̃lis angulo b l h, erũt p 32. primi, trigona l b m & l b h æq̃angula, ergo p 4. sexti, latera ipsorũ sunt ꝓportionalia, sed latus l b, cũ sit cõmune ambobus est æquale sibijpsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor ꝙ linea b t, ergo linea h b est minor ꝙ linea b t, & q̃a linea l b diuidit angulũ t b h p æqualia, patet p 3. sexti, q̃m est ꝓportio lineæ l h ad lineã l t, sicut lineæ b h ad lineã b t, sed linea b h est maior ꝙ linea b t, ut patet ex p̃missis, ergo & linea h l est minor ꝙ linea l t, linea ergo g h, est multo maior ꝙ linea g t, patet ergo ꝓpositũ, & ex his patet q̃d uerũ quarũ distãtia ab eodẽ uisu maior est, uel augetur & distãtia imaginũ retro speculũ uisorũ maior est uel augetur. Si enim ꝓtrahatur linea b h ultra punctũ h ad punctũ f, & ꝓducatur kathetus e f, quousq́ concurrat cũ linea reflexionis z b, in pũcto n, erit punctũ n locus imaginis formæ pũcti f, & erit linea h n, maior ꝙ linea b f, ut prius patuit, & erũt lineæ b f & b n, maiores ꝙ lineæ b h & b t.

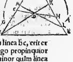


XLV.

In concauis speculis sphæricis inter uisum & speculum imagine occurrente, nonnunꝙ minor erit distantia imaginis à uisu quàm sit ipsius rei uisæ à superficie

perficie uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, q̃doq; æqualis.

Esto in speculo sphærico cõcauo circulus magnus a b g, cuius centrum sit d, & sit semidiameter d b, sitq; centrũ uisus in pũcto e, & linea rei uisæ sit 3 t m, quæ reflectatur ad uisum à puncto speculi b, sitq; linea incidentiæ 3 b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum est quod proponitur, ducatur enim per centrũ d ad lineam reflexiõis e b, linea quæ sit t d h, & esto ut ipsa sit perpendicularis super semidiametrũ d b, ducatur quoq; similiter à puncto rei uisæ quod est 3, linea 3 d, quæ producta ultra punctũ d, ad lineam reflexionis quæ est e b, secet ipsam in puncto k & similiter à puncto uiso quod est m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ est e b, secet ipsam in puncto l, est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti 3, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & b, palam quia cum loca imaginum approximent uisui, qui est in puncto e, quia multo minor erit distantia ipsarum imaginũ à uisu quàm sit ipsius rei uisæ, quoniã enim linea d b, semper diuidit angulum reflexionis per æqualia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisæ semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; lineæ e 3, eritq; in trigono k e 3, angulus e k 3, nonnunq; maior angulus k 3 e, ergo per 19. primi, erit tũc linea e 3, quæ est distãtia rei uisæ à cẽtro uisus maior quã linea e k, quæ est distãtia imaginis k, à cẽtro uisus, minus autẽ distant à uisu loca imaginũ quę sunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui sunt b d t & b d h sunt æquales, q̃a recti ex hypothesi, & duo anguli h b d & t b d sunt æquales per 20. quinti huius, cũ sint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi, illi trigoni æquianguli, ergo per 4. sexti, cum linea b d, sit æqualis sibi ipsi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo distabunt imago & res uisa à superficie speculi, sed linea b k est minor quàm linea b h, & linea b 3 est maior quàm linea b c, erit ergo linea b 3 maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior superficiei speculi quàm res uisa cuius illa est imago, & q̃a linea b m est minor quàm linea b l est autẽ punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uisa propinquior est speculo quàm eius imago, patet itaq; propositũ, & ex his patet, quoniã rerũ quæ magis elongatæ sunt à speculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginũ sint inter uisum & speculi superficiẽ, fiũt imagines ipsarũ propinquiores superficiei speculi, & elongatæ plus à centro uisus. Rerum quoq; quæ sunt propinquiores speculis, & quarum formæ reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculũ & uisum, imagines plus elongantur à superficie speculi, & fiunt propinquiores ad uisum.



XLVI.

Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphæricum concauũ in eadem linea recta æqualiter à centro speculi secundum sui extrema distante, imago rei uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit speculum sphæricũ concauum, cuius centrum sit a, dico quod si centrum uisus fuerit intra speculũ & similiter linea uisa sitq; illorũ dispositio modo quo proponitur, uerum esse q̃d ꝓponitur, secetur enim speculũ per superficiẽ planã transeuntẽ per centrũ speculi erit ergo per 69. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei planæ, & superficiei speculi circulus qui sit b g, & ducatur in hoc circulo linea à centro speculi, ad circũferentiã quocunq; modo cõtingat, & sit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in pũcto o, & à centro a secundũ quantitatẽ lineæ a o, describatur circulus qui sit e 3, & in linea o u signetur punctus t, utcunq; cõtingat, & à puncto t ducãtur lineæ t n & t m, perpendiculariter sup lineã a u per 11. primi, & ducatur à pũcto t lineæ t e & t 3, cõtingentes circulũ e 3 per 16. tertij, & sint pũcta cõtactuũ e & 3, ducãtur quoq; à cẽtro speculi pũcto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a 3, quæ productæ secẽt speculũ in pũctis b & g, copulẽtur quoq; lineæ t h & t g, & à pũncto t, ducatur linea b m, æquedistans lineæ a u, per 31. primi, & linea g, ducatur æquedistans eisdem lineis a b & b m, & ducantur à centro speculi ad puncta m & n, lineę a m & a n, quæ producãtur ulterius extra circulũ g b, quia itaq; linea a e est

 æqualis

æq̃lis lineæ o u, palã ꝑ eandẽ, qm̃ linea a e est æq̃lis lineæ e b, & linea a 3, æq̃lis lineæ 3 g, oẽs em̃ diametri circuli e 3, sunt medietates diametrorũ circuli b g. ergo illa q̃ inter iacet circulos existẽs à cẽtro a, est æqualis semidiametro circuli e 3, & q̃a linea t e cõtingit circulũ minorẽ qui est e 3, erit ꝑ 17. tertij, linea t e perpẽdicularis sup lineam b a, & similiter erit linea t 3 perpẽdicularis sup lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e existente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a, & similter erit linea g t, æqualis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a æqualis angulo t a g, & quia linea b m est æquedistans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, angulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cũ ergo uisus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uisibile ut punctũ m, tũc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectetur ad uisum existentẽ in pũcto t, & forma puncti n, reflectetur à puncto speculi g, ad uisum existentẽ in puncto t: uisus itaq; existens in pũcto t, cõprehendet formas punctorũ n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b ut patet per 42. huius, & quia linea m t est perpẽdicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia cum angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus ergo angulus m t b est acutus per 32. primi, ergo per 19. primi, erit linea c b, maior q̃ linea b m, sed ut præmissum & linea c b est æqualis lineæ a t, ergo linea a t est maior q̃ linea b m, sed linea a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16. primi huius, linea t b cõcurret cũ linea a m, cõcurrant ergo in puncto f, est itaq; per 37. quinti huius, punctus f locus imaginis formæ puncti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cum linea a n in puncto qui sit q, & erit punctus q, locus imaginis formæ puncti n, quoniam kathetus incidentiæ formæ puncti m, est linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est linea a n, lineæ quoq; reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q,



& erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t 3 sunt æquales per 58. primi huius, erunt anguli t a e & t a 3 æquales, anguli enim t 3 a & t e a sunt recti, per 17. tertij, & lineæ 3 a & e a sunt æquales, quia semidiameter eiusdẽ circuli, linea q̃q; t a est cõmunis ambobus trigonis t 3 a & t c a, ergo per 8. primi, anguli 3 t a & e t a sunt æquales, & similiter anguli t a e & t a 3 sunt æquales, ergo & angulus t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi erũt lineæ t b & t g æquales, & quia angulus e t a est æqualis angulo 3 t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinqtur ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, quoniam anguli u t m & u t n, sunt æq̃les, quia recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt per 32 primi, æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea t g sit æqualis lineæ t b, erunt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo per 4. primi, cũ anguli n t a & m t a sunt recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales, & sic puncta m & n æqualiter distabũt à cẽtro speculi q̃d est a, eritq; per 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ a f ad lineam f m, sicut lineæ a t ad lineam b m, & erit ꝓportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ a t ad lineã g n, sed ꝑ 7. q̃nti, eadẽ est ꝓportio lineæ a t ad lineã b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ sunt æquales, & eadẽ ergo est ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ est lineæ a q ad lineã q n, ergo ꝑ 7. primi huius, erit euersim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineam a m, q̃ est lineæ a q ad lineã a n, ergo ꝑ 16. q̃nti, erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineam a f, sicut lineæ a m ad lineam a n, sed linea a m est æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f est æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æquedistat lineæ n m, ꝑ 2. sexti, ergo linea f q est maior q̃ linea n m, si itaq; cẽtrũ uisus fuerit in pũcto t, et in linea n m, fuerit aliq̃d uisibile, tũc uisus cõprehẽdet imaginẽ illius uisibilis maiorẽ q̃ sit secundũ ueritatẽ, & hoc est propositũ, etsi arcus cuiuscũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis,

Centro

XLVII.

Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter, ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphærici concaui sicut in præmissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ sunt a b, a g, a u, sitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente secundum punctum t, ultra sui medium uersus circumferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per 12. undecimi, quæ sit linea t k. & ducantur lineæ a k, b k, & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphæram speculi super centrum a, & sunt erectæ super superficiem circuli b g, per 18. undecimi. & super omnes superficies contingentes sphæram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis alijs circulorum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secũdam huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculũ contingentes, patet quod illę superficies, per 18. undecimi, sunt erectæ super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; superficiebus fit reflexio à punctis circumferentiæ circulorum communi eis & speculo, ducatur itaq; linea b m in superficie b k a æquedistanter lineæ a k, sitq; linea b m minor quàm linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliam quàm linea t k, ita ut lineæ t k, & b m, sint in diuersis partibus speculi resectos per sphæram speculi b g, ducatur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, concurrent autem per 16. primi huius, cum linea b m, sit minor quàm sua æquedistans linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima ostendimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt recti per diffinitionem lineæ super superficiem erectam, palam per 4. primi, quia linea b k, est æqualis lineæ k a, & per eandẽ erit linea g k, æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a sunt ęquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m est æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquedistant, & isti anguli sunt coalterni, & similiter angulus a g n, est propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquedistant, ergo & angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b sunt æquales, ut præostensum est, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypothesi est æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m est æqualis lineæ a n, ergo ut in præmissa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per secundam sexti, linea q f æquedistat lineæ m n, & linea f q est maior quàm linea m n, cum itaq; uisus fuerit in pũcto k, uel super punctum k, in linea c k, & fuerit linea



m n, in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti m, incidat speculo secundam lineam m b, & reflectetur à puncto speculi b, ad uisum secundum lineam b k, in superficie circuli transeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet speculo secundũ lineam n g, & à puncto speculi g, reflectetur ad uisum secundum lineam g k, in superficie circuli transeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun-

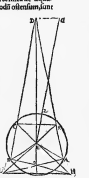
ctum f, & imago puncti in punctum q, & erit linea q f, diameter imaginis lineæ n m, & linea f q erit maior quàm linea m n, imago itaq; rei uisæ apparebit maior ipsa re uisa, & ultra speculum, in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u, ipsa linea a u, permanente immobili, tunc punctum k describet motu suo quendam circulum, super quem erecta est linea a u, transiens ad utramq; partem superficiei illius circuli, & omne punctum illius circuli habebit situm respectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in superficie alicuius rei uisæ respicientis centrum uisus secundum illum situm, ut res uisa in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k, tunc uisus comprehendet formam illius lineæ maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea c k, in continuum & directum, & signetur in ea punctum aliud præter punctum k, ut punctum p, & ducantur lineæ ad illud punctum p, sicut ad pūctum k, sunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq; ut patet per præsens theorema, & per proxime præmissum in speculis sphæricis concauis uidetur imago rei uisæ maior ipsa re uisa, quod est notandum.

XLVIII.

In speculis sphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipsi rei uisæ, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum, retro uisum uero conformem habet situm rei uisæ.

Sit speculum sphæricum concauum a b, cuius centrum sit e, secet'q; ipsum superficies plana transiens centrum e, cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69. primi huius, qui sit a b, & ducatur à centro linea e z, utcūq; contingit, non in ipsa superficie circuli a b, sed oblique super illam sicut placet, quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g & à puncto g, extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpēdiculari signetur punctum d, & ducatur linea d e, quæ protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, continens cum linea d e, angulū obtusum, & ducatur linea e a continens cum linea e d, angulum obtusum æqualem angulo d e b, per 23. primi, & ducantur lineæ d a, d b, eruntq; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorū d e a, & d e b, secant se super lineam d e, & duo anguli d b e & d a e sunt acuti & æquales, per 4. primi, linea enim e b est æqualis lineæ e a, & linea d e est cōmunis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a sunt æquales, à puncto quoq; b in superficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum æqualem angulo d b e, quæ sit linea b o, hæc igitur linea concurret cum linea d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud punctum b, est acutus, non ualens cum angulo d e b duos rectos, cum angulus n b e sit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, per 32. primi, sit itaq; linearū d e & b o, cōcursus in pūcto o, & à puncto a, ducatur linea in superficie trianguli d e a continens cum linea a e, angulum æqualē angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cū linea e o in puncto o, quoniā anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquales, & anguli e b o & e a o, ex præmissis inter se sunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt æquales, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed linea e a est æqualis lineæ e b, ergo linea e o est æqualis sibiipsi, cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ, qui est o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita quòd contineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi & protrahatur linea c e ultra punctum e & linea b o ultra punctum o, cōcurrentq; lineæ c e & l o, per 14. primi huius, quia cū angulus b e c sit rectus angulus e b o est acutus, sit ergo concursus pūctus h, eritq; linea c e, æqualis lineæ e h, & linea c b æqualis lineæ b h, per 4. sexti, trigona enim c e b & b e h, per 13. primi, & ex præmissis sunt æquiangula, & quibus latus e b est cōmune, & similiter producatur linea e k ad lineam a d, ita q continent cum linea e a, angulū rectum per 11. primi, & producatur ultra punctum e, & producatur linea a o, ultra punctū o, cōcurrentq; lineæ k e, & a o, per 14. primi huius, quia cū angulus k e a sit rectus, angulus e a o est acu

tus, sit concursus punctus l, & erit linea k a æqualis lineæ e l, quia cum angulus k e a sit rectus, erit angulus e a l rectus, sed & angulus e a l est æqualis angulo k a e, ut patet ex præmissis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cum linea e a sit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l, & hoc etiam potest concludi per 3. sexti, & per eundem modum ostensum, sunt lineæ d e & e h adinuicem, & lineæ e h & b h adinuicem æquales, ducantur ergo lineæ c h & l h, quia itaque duo latera d e & k e sunt æqualia duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus e e k est æqualis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineæ c h & l h, erunt æquales inter se. Si ergo uisus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uisibili tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formam puncti h, in speculo a b, reflexam à puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus suæ incidentiæ qui est linea h e, concurrit cum linea reflexionis, quæ est d b, in puncto c, similiter quia forma puncti l, reflectetur ad uisum in punctum d, à puncto speculi quod est a, & quia kathetus suæ incidentiæ qui est l e, cōcurrit cum linea reflexionis quæ est d a, in pūcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formæ pūcti l, & erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & linearū productarū linea h l immobili existente, tunc punctus d, describet circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo cētro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens sitū ad uisum, sicut tunc habet linea l h ad uisum d, & erit imago illius uisibilis æqualis ei, & similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o, & res uisa fuerit disposita secundum lineam c k, erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uisæ, sed tamen re uisa existente in linea l h, & uisu existēte in pūcto d, cum imago rei uisæ fuerit linea e k, erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei. Si enim punctus h fuerit in dextra, erit punctus e in sinistra, & si punctus h fuerit supra lineam aliquam eleuatus, erit punctus e infra illam lineam depressus & inclinanis, & similiter est de puncto l, respectu puncti k, sed cum res uisa fuerit in linea c k, & uisus fuerit in puncto o, & imago lineæ c k fuerit linea l h, erit forma nō conuersa sed directa, nam imago quæ est linea l h, erit retro uisum, ut ostensum est in 11. huius, & uisus comprehēdet pūctum h, quod est imago puncti e, retro se in linea h o, & punctum l, quod est imago pūcti k, in linea l o retro se, & pars formæ uisibilis quæ reflectitur ad uisum, erit respiciēs uisum in ipsa imagine, sicut & in ipsa superficie rei uisæ, patet ergo propositum.



XLIX.

In speculis sphæricis concauis imago quandoque comprehenditur minor re uisa, quæ occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisæ, quandoque uero uidetur maior re uisa, quæ occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisæ.

Sit dispositio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, & producatur linea b h, in continuum & directū, & in ipsa signetur punctus r, & ducatur linea r e, ad centrū speculi, quoniam angulus t e b est rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b est rectus, palam ergo quia angulus r e b erit obtusus, producaturque linea r e ultra pūctū e, ad lineā b d, incidatque in punctū n, cadetque n inter pūcta t & b, eū enī angulus b e r, sit obtusus, patet per 13. primi, quod angulus b e n est acutus, linea itaque e n, diuidit angulum t e b qui est rectus, ergo per 29. primi huius, ipsa secabit basem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, sed linea t b, ut patet in præcedenti est æqualis lineæ b h, & linea b r est maior quam linea b h, erit ergo linea r b maior quam linea b n, & quia ut patet ex præmissis in proxima præcedente angulus n b e est æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3 sexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed linea r b est maior quàm linea b n, ergo linea r e, est maior quàm e r, producaturq; similiter linea a l, in continuum & directū, donec sit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in puncto u, concurret autem ut prius demonstratum est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cōmento præmissæ propositionis, & duo latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed linea a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, linea m e est maior quàm linea e u, & similiter est linea r e maior quàm linea e n, ducantur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e est æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorū per 13. primi, & latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis linea m e est maior quàm linea e u, ergo linea m r est maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uisibili, & uisus fuerit in puncto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & si uisus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uisibili, erit linea m r imago lineæ n u, & est maior quàm linea n u. Sed cum in linea m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in puncto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuersa habens situm alium quàm res uisa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cum uero res uisa fuerit in linea n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur anterius ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

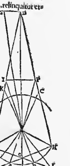


L.

In speculis sphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur maior re uisa, & conuersa secundum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrente retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in linea o h, punctū q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrū e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut à linea o l, abscindatur linea o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq; secundū prædictum in præmissis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e est maior quam linea f e, per 21. primi, & linea e h est maior quàm linea e q, linea uero p e est maior quàm linea e c, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e est æqualis lineæ k e, & linea h e est æqualis lineæ e r, patet quod duæ lineæ e p & e i, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æquales

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cũ linea e b sit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, linea p i, maior quàm linea f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & linea p i sit in aliquo uisibili, erit linea f q imago lineæ p i, & est linea f q maior quàm linea p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quàm res uisa, & erit directa habens situm conformem situi rei uisæ, Si uero uisus fuerit in puncto d, & linea f q in aliquo uisibili, tunc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quantitatis quàm linea f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrarium habens situm respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.



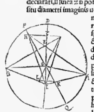
L I.

Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphærici cõcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor forma rei uisæ, in hac quoque situ uisus comprehendet propriã imaginẽ minorem & conuersam.

Sit speculum sphæricum concauum a b d, cuius centrum g, seceturque ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d & ducatur linea g d, utcunque contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d, sitque punctus c, in eadem linea e d ultra centrum speculi, quod est punctum g & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d. & producatur linea h c ultra punctum c, ad punctum z, donec sit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatque uisus existens in puncto e, formã puncti h per reflexionem factam à puncto speculi quod sit a, erunt itaque duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, sitque ita ut si linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctum p, fietque arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus, per ultimã sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, consistant in eodẽ latere puncti g, inter diametros g d & g q, producta semidiametro g p, in punctum q, non enim posset fieri reflexio ut patet per 20. huius, nisi linea producta à puncto g. centro speculi ad punctum a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaque lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctum k, angulus itaque h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est pũctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoque arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g, ad lineam b e, incidatque in punctum l secetque linea z u semidiametrum d g, in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu centri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b interfecabunt semidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaque in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z sunt æqualia, & latus c f est commune, & anguli a d c recti, palam per 4 primi, quoniam linea z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eandem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, est linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g, inæqualis est angulo f b g. similiterque per eandem 4. primi, linea e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto speculi quod est b, ad uisum existentem in puncto e, &

 trit

erit punctus l, locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; linea k l, quæ erit diameter imaginis lineæ z h, & quia linea z h est perpẽdicularis sup lineã d e, & linea z c est æqualis lineæ c h, ex hypothesi, & quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z f & h f sunt æquales, et duæ lineæ a f & b f sunt æquales, tota ergo linea z b est æqualis toti lineæ h a, sed & duæ lineæ a e & e b sunt æquales, ducãtur quoq; lineæ e h & e z, in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera unius quæ sunt e a & h a sunt æqualia duobus alternis lateribus, quæ sunt e b & b z, & angulus h a e est æqualis angulo z b e, ergo per 4. primi, basis z e est æqualis basi h e, similiterq; in trigonis z c g & h c g, duo anguli ad punctũ c, sunt recti, & latus z c, æquale lateri h c, latus quoq; c g est commune, ergo per 4. primi, linea g h est æqualis lineæ z g, lineæ uero a g & g b sunt semidiametri circuli a b d & æquales, ergo duæ lineæ a g & g h sunt æquales duabus lineis b g & g z, & basis a h est æqualis basi b g, ergo per 8. primi, erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l, erit ergo per 32. primi, angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaq; h a k & z b l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ h k ad lineã r l, sicut lineæ z b ad lineã h a, sed linea z b, est æqualis lineæ h a, ut patet ex præmissis, ergo linea h k est æqualis lineæ z l, sed & linea h g est æqualis lineæ z g, ut supra patuit, erit ergo reliquũ æquale reliquo, ergo linea g k est æqualis lineæ g l, quia itaq; duæ lineæ z g & h g, inter se sunt æquales, & duæ lineæ g k & k l, inter se sunt æquales, patet per 7. quinti, ꝙniã est proportio lineæ z g ad lineã g h, sicut lineæ h g ad lineã g k. Sed angulus z g h & k g l sunt æquales, per 15 primi, ergo per 6. sexti, erunt trigona z g h & k g h æquiangula, angulus ergo z h k est æqualis angulo l k h, ergo per 27. primi, lineæ z h & k l sunt æquedistantes, ꝙd etiã patere potest per 14. primi huius. Item angulus h g a, ut patet ex præmissis, est obtusus, ergo per 13. primi, angulus a g k est acutus, duo uero anguli b a g & g a k sunt æquales, relinquitur ergo per 32. primi, angulus a k g maior angulo a h g, ergo per 19. primi, in trigono a h k, latus a h est maius latere a k, & duo anguli apud a sunt æꝗles, ergo ꝑ 3. sexti, linea h g est maior ꝙ linea g k, & similiter linea z g est maior ꝙ linea g l, ergo linea z h est maior ꝙ linea k l, ꝑ 4. sexti, sed linea k l est diameter imaginũ lineæ z h, linea ergo z h uidebitur minor ꝙ sit secũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerimus circulũ a b d, linea e d immobili existẽte ex duobus pũctis a & b, describet circulus in sup̃ficie speculi, & sicut se habet uisus existẽs in pũcto e, ad rẽ uisam, in qua est linea z h, sic se habebit respectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis inter illũ circulũ, quẽ signant puncta z & h reflexæ ex arcu cõpari arcui a b, ex proportiõe speculi, quẽ diuidit circulus, quẽ signãt duo pũcta a & b, & similiter potest declarari, si linea z h ponatur maior uel minor ꝙ nũc est posita, uniuersaliter eñ in hoc situ diametri imaginis uel faciei aspicientis cõprehenditur in speculo sphærico cõcauo minor ꝙ sit, sed etiam imago uidetur conuersa, si enim uisus fuerit in puncto e, tunc aspiciens comprehendet formam suã in tali speculo minorem quàm sit, & quia punctus k est imago puncti h, & punctus l est imago puncti z, erit imago cõuersa, ꝙniam pars dextra uidebitur sinistra, & sinistra dextra, et similiter superior uidebitur inferior, et inferior superior, et similiter etiam uisus comprehendet suã formã, quia illud quod est in dextro cõprehẽdet in sinistro, et econuerso, et quod deorsum est comprehendet sursum, & econuerso, similiter quoq; si uisus fuerit in quolibet puncto inter quod et superficiem speculi fuerit centrum speculi, semper cõprehendet suam formam conuersam, & hoc est propositum. Ex his itaq; præmissis quatuor theorematibus patet, quod in speculis sphæricis concauis imago rei uisæ cõprehenditur à uisu quandoq; maior, quandoq; minor, quandoq; æqualis rei uisæ, et nũc conformẽ habens situm ipsi rei uisæ, & nunc cõuersum, & quoniã sicut ostendimus per 40. huius, quandoq; unius rei una uidetur imago, quãdoq; duæ, quandoq; tres, & quãdoq; quatuor, illud ergo ꝙd habet unã imaginem maiorem se, forsan habebit alias minores, & quod habet unã, cuius situs est directus compar rei uisæ, forsan uidebitur sub aliis imaginibus habentibus conuersum

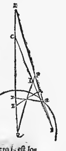


uersum situm in contrarium rei uisæ, & hæc omnia in diuersitate situs rei uisæ, & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest, patet ergo propositum.

LII.

Lineis incidentiæ se intersecantibus in speculis sphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ super superficiem speculi citra punctum sectionis existentes reuersæ, quæ uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

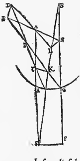
Esto speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum q, sintq́; duæ altitudines d e & h n, erectæ super superficiem speculi, sitq́; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g, reflectaturq́; forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, à puncto speculi quod sit a, & forma puncti d, à puncto g, intersecentq́; se lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in linea e a, & eius punctū n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur a uisum b, à puncto speculi a, & omnia puncta lineæ d g, à puncto speculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto speculi a, & forma pũcti n, à puncto speculi g, quia uero lineæ h n & d n, sunt rectæ super superficiem speculi, patet per 72 primi huius, quoniam quælibet ipsarum transit punctum q, centrum speculi, producatur ergo à centro speculi quod est q, per lineam h n, linea q n h producaturq́; ab eodē centro q, per lineam e d, linea quæ producatur extra speculū, & quia linea q e a, est perpendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g cōcurrent ultra speculum, & sit concursus punctus i, palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, sit concursus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifestū autē per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ puncti h, erit in pũcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aũt imago l p. situm reuersum respectu situs, lineæ h n, quoniam punctus h, est altior puncto n, & punctum l, q̃d est imago puncti h, est basſius pũcto b, quod est imago puncti n, punctus uero i, est locus imaginis puncti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e, palam quoniam imago lineæ d e est linea i t, conformem situationem habet ipsi lineæ d e, cuius ipsa est imago, quoniam imago situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est propositum de altitudinibus sphæræ, de profunditatibus uero idem patet ut si lineæ h n & d e, quædam profunditates ponantur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d s quemadmodum est disposita sic apparet, hoc itaq; est propositum. Si uero ambæ lineæ d c & h n essent ex una quacunq; parte sectionis linearum incidentiæ, fiet suarum imaginum conformis situatio, ut patet per præmissa.



LIII.

Lineis incidētiæ se intersecātibus in speculis sphæricis cōcauis obliquę lōgitudines citra pũctū sectionis existētes, quēadmodū sunt sic apparēt, earum uero quæ sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersæ.

Sit speculum sphæricum concauum a g, cuius centrum m, & sic centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d. forma reflectatur ad uisum b, à puncto speculi quod est a, formaq́; puncti e, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ sunt d a & e g, intersecēt se in puncto i, sitq́; citra punctū i, linea obliquæ incidens superficiei speculi quæ sit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto speculi g, & punctus c, à puncto speculi a, ducatur itaq; linea d m, à puncto d ad centrum speculi, quæ propter obliquitatē

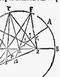


lineæ b a, super superficiē speculi eum linea d m sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72. primi huius, ideo quia transit centrū speculi quod est m, concurret cum linea b a, obliquę superficiei speculi incidentiæ, ut patere potest per 14. primi huius sit concursus in puncto b. Similiter quoq; linea e m concurret cū linea b g, sit punctum concursus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in puncto l, est imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturq; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuersæ se ad situm lineæ d e, q̃niam punctus n est altior puncto l, sicut punctus d est altior puncto e, producaturq; linea m k, donec concurrat cum linea b g, producta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, super superficiem speculi, & propter perpendicularirarem lineæ m k, sit concursus pūctus f, & producatur linea m c, donec concurrat cū linea b a producta, & sit punctus concursus ſ, copuleturq; linea f ſ, erit ergo linea f ſ imago lineæ k c, & sic punctum k, est altius pūcto c, sic erit punctum ſ altius puncto f, est itaq; imago f ſ, conformem habens situm ipsi rei uisæ quæ est k c, occurrēs speculo citra punctum sectionis linearū incidentiæ, quod est i, patet ergo propositū

LIIII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendit lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam.

Sit speculū sphæricū cōcauū a b, cuius centrū e, seceturq; ꝑ superficiē planā ꝑ centrū erit ergo ꝑ 69. primi huius, cōmunis sectio circulus magnus q̃ sit a b, & eius centrū e, ducanturq; duæ diametri huius circuli quæ sunt a e o, & b e d, & speculum nō excedat arcū b a d o, assumaturq; in semidiametro b e, quicūq; punctus placuerit, & sit z, in quo ponatur centrū uisus, & sumatur in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior q̃ linea k e, & ducat̃ linea z h, et ꝓtrahatur ad circūferentiā incidatq; in punctū f, & ducatur linea e f, & sup̃ ſtamē linea e f, cōstituatur angulus æqualis angulo z f e, ꝑ 23. primi, q̃ sit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pūctus g, cadet in semidiametrū d e, q̃a enim linea f k est maior q̃ linea k a, ꝑ 7. tertij, & linea k a est maior q̃ linea k e, ex hypothesi, erit linea f k maior q̃ linea k e, ergo ꝑ 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g, ꝑ 14 primi huius, cōcurret cū linea g e, cōcurrat ergo in pūcto g, duarū ergo linearum z g & f g, pūcta reflectūtur ad se inuicē à pūcto speculi q̃d est f, ꝓpter angulorū æq̃litatē ꝑ 20. quinti huius, est ergo pūctus k imago pūcti g, cētro uisus existēte in pūcto z, ducat̃ itaq; linea l h secās diametrū o a, in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h, utcūq; cōtingit, ducanturq; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahat̃ linea f e, sup̃ lineam z g, incidatq; pūctū m, ergo ꝑ 3. sexti erit proportio lineæ z m ad lineā m g, sicut lineæ z f, ad lineā f g, sed ꝑ 7. tertij, linea z h est maior q̃ linea z f, & linea g h est minor q̃ linea g f, ꝑ eandē 7. tertij, ergo ꝑ 9. primi huius, maior est ꝓportio lineę z h ad lineam g h, q̃ lineæ z f ad f g, est ergo ꝓportio lineæ z h ad lineā g h, maior q̃ lineę z m ad lineam m g, ergo ꝑ 3. sexti, linea q̃ diuidit angulū z h g, ꝑ æq̃lia secet lineam m g, secat ergo prius lineam e g, per 32. primi huius, q̃m linea e g est uicinior ad pūctū h q̃ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e h z, argumēto 29. primi huius, & ex præmissis ponamus ergo angulū e h r, æqualē angulo e h z, linea ergo h r secat lineam g f, & secat lineā g e, ꝑ 29. primi huius, secet ergo g e in pūcto r, & secet lineā



h r, semidiametrū e a in pūcto l, pūcta ergo duarū linearū z h & h r, reflectunt̃ ad inuicē ꝓpter æqualitatē angulorū r h e, e h z, fietq; reflexio à puncto speculi q̃d est h, ꝑ 20. quinti huius, & erit l pūctus imago pūcti r, palā uero q̃m forma cuiuslibet pūcti lineæ g r, reflectitur

ctũ ad uisum in punctũ z, ex aliq̃ pũcto arcus f h, & nõ ex alio, p 42. huius. Sumatur itaq; aliqs pũctus lineæ g r q sit p, & hic reflectatur ab aliq̃ pũcto arcus f h q̃d sit c, & ducãtur lineæ p c & r c, qa ergo pũctus t, est inter duo pũcta f & h, arcus f h, palã quia linea 3 t, cadet inter duas lineas 3 f & 3 h, linea ergo 3 t, p 29. primi huius, secat lineã k l, secet ergo in pũcto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & punctus p, nõ habet aliam imaginẽ nisi pũctũ i, quoniã tamẽ ab uno pũcto arcus f h, fit reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r, erit in aliquo pũcto lineæ k l, est ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e, & est recta, quia est pars semidiametri circuli a e, uisus ergo existens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ est g r, imaginem h k, rectã existentem in speculo sphærico concauo a b, & hoc est propositum.

LV.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus imaginem lineæ conuexam, & concauæ concauam, eritq; lineæ cuius conuexitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineæ cuius concauitas respicit speculum imago concaua respiciens uisum.

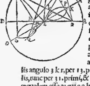
Sit dispositio quæ in proxima præcedẽte, cõstituanturq; super lineam g r, à duobus suis lateribus duo arcus utcunq; cõtingit, quæ sint g n r & g q r, & sit arcus g n r, non secans lineã g h, & ponatur in linea recta g r, pũctũ m, quomodocũq; sit illud, forma itaq; puncti m, reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus f h, per 42. huius, sit itaq; ut reflectatur ex puncto t, & ducantur lineæ 3 t & m t, duo itaq; anguli 3 t e & e t m sunt æquales per 20. quinti huius, linea ergo m t secabit arcũ g n r, sit ut secet ipsum in puncto n, & pducatur linea t m uersus arcũ g q r, secetq; illũ in puncto q, & ducatur linea n e, producaturq; ultra punctũ e, secabit ergo lineam 3 t, sub linea k l, per 29. primi huius, quoniã secat angulũ k e 3, cui subtenditur pars lineæ t 3, secet ergo linea illam in pũcto i, quia ergo duo anguli 3 t e & n t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti n, reflectitur ad uisum 3, à puncto speculi t, est ergo palã per 37. quinti huius, quoniam punctus i, est locus imaginis formæ puncti n, & duo puncta k & l, sunt imagines duorũ punctorum g & r, ut patuit per præmissam, imago ergo arcus g n r est linea transiens p puncta k i l, sed linea k i l, est cõuexa, ex parte uisus 3, & arcus g n r, est cõuexus ex parte speculi, uisus itaq; existens in puncto 3, comprehendet formam lineæ g n r, conuexæ conuexam lineam, ducatur quoq; linea q e, & producatur ultra punctum e, secabit quoq; lineam 3 t, ultra lineam l k, per 29. primi huius, quoniã secat angulum t e k, secet ergo in puncto p, & quia anguli p t e & q t e sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quoniã à pũcto speculi quod est t, reflectetur forma puncti q, ad uisum 3, & locus imaginis formæ puncti q, est punctus p, & erit ut supra linea l p q, ex parte uisus concaua, & ipsa est imago arcus g q r, concaui ex parte speculi, comprehẽdet ergo uisus in puncto 3, existens formam arcus g q r, concaui lineam concauam, & hoc est propositum.

LVI.

In speculis sphæricis concauis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas, lineæq; curuæ, cuius conuexitas est ad speculum imaginem comprehendit curuam, omniumq; linearum imaginum concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphæricum concauũ in quo sit circulus maximus qui a b d, cuius centrũ g, & extrahatur à centro g, semidiameter g b, utcũq; contingit, quæ diuidatur per æqualia in puncto t, taliter ut linea g t, sit maior medietate lineæ b g, & à puncto t, ducatur linea t 3, perpendiculariter super lineam g b, per 11. primi, & producatur linea 3 t, ultra punctũ t, ad punctũ e, fiantq; lineæ 3 t & e t, utræq; æquales lineæ t g, per 73. primi, & ducantur lineæ g e & g 3, & trigono e g 3, circũscribatur circulus p 5. quarti, eritq; centrum circuli illius circuli punctus t, per 9. tertij, & quia linea t g, maior est q̃ linea t b, palã q̃m ille circulus secabit circulũ a b d, in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint

Itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & linea t g cõmunis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, sunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo p 26 tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eosdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pũctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia linea g t, est maior q̃ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniã linea g e est maior q̃ linea b e, quadratum enim lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinqtur quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, q̃niã linea g t est maior q̃ linea t b, ergo linea g e est maior q̃ linea e b, in trigono g e b, ut patet p 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & per 32 primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo q̃niã anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum cõcursus pũctus m, & quia linea e d, est intra triangulũ m e g, palã q̃niam ipsa producta cõcurrat cũ linea g m, p 29. primi huius, cõcurrant ergo in puncto l, & quia linea g b transit p pũctũ t, q̃d est cẽtrũ circuli e g 3, & linea uero a g, ducitur extra illã à cẽtro ad periferiam, palã quia portio a e g est minor semicirculo, ergo p 29. tertij, angulus a e g est obtusus, & angulus e g 3 est rectus, ergo p 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cõcurrẽt in



partẽ lineæ e g, cõcurrãt ergo in puncto f. Si itaq; uisus fuerit in pũcto e, & pũctus 3 in aliq̃ uisibili, tũc tria puncta m l f, erũt imagines pũcti 3. sic ergo pũctus 3, cõprehenditur in tribus locis, q̃m à tribus punctis speculi quæ sunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipsius 3 ad uisum e. Item protrahatur à puncto e, linea super arcũ d 3, utcunq; contingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 sunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, producaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producãtur lineæ e r & 3 r, & q̃m angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si enim sit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualẽ esse lineæ 3 k, & arcum 3 k, æqualem esse arcui e a k, q̃d est contra præmissa, est enim arcus e a, æqualis arcui d 3, q̃d si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, resecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & sequitur idẽ impossibile q̃d prius, producta illa linea ad lineam r k. Restat ergo ut angulus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto speculi quod est r, reflectentur ad se inuicẽ per 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producatur quoq; linea e r ad lineã g m, concurret autem cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo punctus q, imago formæ pũcti n, respectu uisus e, imaginem ergo superficiẽ existentem à lineam g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac superficie quæ sit perpendicularis super lineam g 3, & transeat in utramq; partem superficiei circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli secundum quantitatẽ lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ in superficie perpendiculari super superficiẽ a b d, per 2. undecimi, producãtur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q

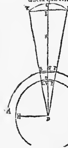
in superficie transeunte lineam m g f, secante circulum in qua sunt lineæ g t & g p, fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas g t & g e productas, secet ergo lineam g t, in puncto f, & linea g p in puncto o, quia ergo superficies circuli a b d, est perpendicularis erecta super superficiem duarum linearum g t & g p, palam per diffinitionem, quoniam duo anguli e g f, & e g o erunt recti, linea ergo e g, erit erecta super superficiem g t p, ergo per 18. undecimi, erit utraque superficierum quæ sunt e g f & e g o, perpendicularis super superficiem f g o, & utraque istarum superficierũ facit in speculo circulũ magnũ cõparem circulo a b d, per 69. primi huius, punctum ergo circuli quod facit superficies e g f, quod est compar puncto circuli a b d, scilicet, puncto k e, eundem habet situm respectu centri ipsius speculi quod est g, & respectu uisus qui est in puncto e, quem habet punctũ r, concurrunt ergo ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c quod similiter accidit inter duo puncta e & p, & lineæ g t & g p sunt æquales per diffinitionem circuli, & similiter lineæ g f, g a, g o sunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus q est imago puncti n, & punctus f, est imago puncti c, & punctus o, est imago puncti p, imago ergo arcus t n p, conuexi ex parte speculi est arcus f q o, concauus ex parte uisus, & punctus l est imago formæ puncti 3, & duo puncta f & o sunt imagines formarũ duorum punctorum c & p, imago ergo lineæ rectæ quæ est o & p, est linea curua transiens per tria puncta f l o, hæc autem linea f l o, est concaua ex parte uisus. Ducatur itaque linea transiens per puncta f l o, & extrahatur linea e g, ad circumferentiam circuli a b d, in punctum h. Si ergo speculum non peruenit ad duo puncta b & h, sed alter duorũ suorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h, & uisus fuerit in puncto e, & duæ lineæ p 3 t recta, & p n t conuexa, ex parte speculi fuerint in aliquo uisibili, tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua, scilicet f l o, & forma lineæ p n c, conuexæ respectu speculi erit concaua uisui occurrens, scilicet f q o, & formæ lineæ p 3 t, unam tantũ habebit imaginẽ, & arcus p n c tantum unam. Item producatur linea b g, ultra punctum g, ad aliam partem periferiæ circuli ad punctũ i, & producatur lineæ e i & e 3, erit ergo ex præmissis, & per 4. primi, angulus b i e, æqualis angulo b i 3, ergo per 20. quinti huius, reflectetur forma puncti 3, ad uisum in punctũ e, à puncto speculi quod est i, & linea e i, secabit lineam f g, secet ergo in puncto u, eritque punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto speculi quod est i, puncta ergo 4. quæ sunt m l u f, sunt loca imaginum formæ puncti 3, & si speculum excesserint duo pũcta a & d, & uisus fuerit in puncto e, & dursum aspicientis fuerit ex parte arcus m, & uisus comprehenderit totum arcum i d a, tunc punctum 3 uidebitur in quatuor locis, scilicet in punctis m l u f, & uidebũtur duo pũcta lineæ rectæ p 3 c, uel arcus p c in duobus punctis f & o, & sic linea recta p 3 c, habebit 4 imagines concauas, & una transit per puncta f m o, & secunda pertransit puncta f l o, tertia pertransit puncta f u o, & quarta pertransit puncta f f o, scilicet lineã f f o, in his tamẽ omnibus imaginibus semp cõcauitas imaginis respicit uisum, patet ergo propositũ. Patet etiam quod imaginis eiusdẽ lineæ rectæ, ut patet nũc in linea p 3 n, fiunt diuersæ curuitatis maioris & minoris, & fit principiũ formæ monstruosæ.

LVII.

In speculis sphæricis concauis uisus in quibusdam sitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.

Sit circulus magnus speculi sphærici concaui, quia a b g, cuius centrum d, & ducatur semidiameter d g, ut contingit, in qua situetur linea recta quæ sit o u, & sit punctũ o, remotius à centro speculi d & u propinquius illi, et super hanc semidiametrũ d g, ducatur perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrũ uisus, et sit linea h d super superficiẽ circuli a b g, sitque linea h d, minor semidiametro circuli secundũ dispositionem lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43. huius, ad cuius modum et cætera referuntur, reflectaturque forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctũ h, à puncto speculi b, sitque locus imaginis pũctus q, et producatur semidiameter d g in punctum q, ut sit linea d q, reflectaturque forma puncti u, ad uisum existentem in pũcto h, à puncto speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctum n, & quia puncta o & u sunt in semidiametro

diametro d g erunt loca imaginum quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri producta quæ erit linea d u o, n q, sitq́ quantitas linearum d q, d u d n, d o, illis omnino æqualis, quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis super lineam d q, ut patet ex præmissis, est enim ipsa perpendicularis super superficiẽ circuli, estq́ linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq́ cõmunis sectio superficiei planæ, in qua sunt lineæ h d & d q, & superficiei speculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, est arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines sunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43 huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarũ duorũ punctorũ, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducanir ergo à puncto u, in superficie circuli a b g, recta perpendicularis super lineã d u, quæ sit z u e, & à centro d secundum longitudinem semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus secabit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in punctis z & e, fiatq́ arcus circuli secundum quantitatẽ lineæ d q, à centro d, & ducantur à centro speculi d, lineæ d z, d e, & producatur extra speculum ad arcum circuli descripti, à cẽtro d, secundum quantitatẽ semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducatur linea t k, seceť q́ lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiem circuli, palàm per diffinitionem lineæ erectæ, quoniam uterq́ angulus h d t, h d k, est rectus, & utraq́ superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentem lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuũ quilibet est æqualis arcui, qui est inter duas lineas h d & d q, & utraq́ linearum d z & d e est æqualis lineæ d o, quoniam omnes sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod ex illis possibile est fieri reflexionẽ formarũ duorũ punctorũ quæ sunt z & e, ab aliquibus punctis illorũ arcuũ, ut patet per 20. huius, interiacent enim illi arcus semidiametros speculi, in quibus consistunt centrum uisus, quod est in puncto h, & puncta quorũ formæ reflectuntur, quæ sunt e & z. Incidentq́ formæ eorum illis punctis illorum arcuum, & reflectentur ad uisum in punctum h, secundum angulos æquales à duobus punctis speculi, & duæ lineæ d t & d k, sunt æquales lineæ d q, ergo punctum t est locus imaginis puncti z, & punctum k est locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, sunt æquales, & lineæ d z, d o, d e, æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d e ad d z, sicut lineæ d q ad d o, & sicut lineæ k o ad lineam d e, sed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e, est maior proportiõe lineæ d n ad lineam d u, ergo similiter proportio lineæ k d ad lineã d e, est maior ꝓportiõe lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d z est maior proportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, sunt æquales, & duæ lineæ d e & d k sunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d z, sicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d, sicut lineæ k e ad lineã d e, ergo per 2. sexti, linea t k, est æquedistans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineã d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior q̃ linea n d, ergo punctus n est inter punctum l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta t & k sunt imagines duorum punctorũ z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, est linea transiens per tria puncta t n k, linea uero pertransiens h e t puncta est conuexa, patet ergo quod imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc situ conuexa, & hoc est propositum.

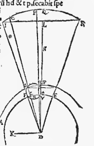


LVIII.

In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphæricis concauis uisus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa.

Sit

Sit dispositio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in præmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti 3, est punctum t, & imago formæ puncti e, est punctū k, erit ergo linea concaua respectu uisus, quæ est t q k, imago lineæ curuæ respectu uisus conuexæ cum respectu speculi, quæ est linea 3 o e, similiter quoq; si in linea 3 u signetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra cētrum m secundū longitudinem semidiametri m u, describatur arcus parui circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulum 3 o e, in duobus pūctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū t, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarū linearū h d & t p, secabit speculum secundū circulū, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci poterunt secundum angulos æquales, & æqualiter se habentes lineæ ad punctū h, in quo est centrum uisus, & ad punctū r, qui est punctus lineæ uisæ, & similiter superficies duarū linearū h d & d i, faciet in speculo circulū, à cuius circumferētia reflectētur ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens per pūcta i p n, sed hæc linea i p n, est concaua respectu uisus, & arcus r u f, est concauus ex parte superficiei speculi, & conuexus ex parte uisus: Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa, cum fuerit in aliquo uisibili, comprehendetur imago eius concaua, & linea 3 o e cōuexa, comprehenditur similter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ sunt 3 o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum, imaginū secundum motum declaratum, & si aliqua ipsarū plures habuerit imagines, forte accidet diuersitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo propositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineæ rectæ imago in speculis sphæricis concauis, quandoq; comprehenditur recta, quādoq; conuexa, & quādoq; concaua, & imago lineæ conuexæ quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̄ sint in his speculis, nam lineæ rectæ non sunt nisi in superficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc superficies plana comprehenditur conuexa uel concaua, cum itaq; uisus comprehendit lineas rectas conuexas uel cōcauas aliter q̄ sint, comprehendit superficies, in quibus sunt illæ lineæ aliter q̄ sint, & similiter est de lineis conuexis & concauis respectu illarum superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.

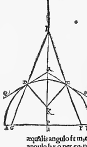


LIX.

In concauis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit speculum sphæricum concauū, cuius communis sectio cum superficie reflexionis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter super superficiem speculi, palàm ergo per 72. primi huius, quoniā ipsa transit p̄ centrum speculi quod est punctum p, & producatur ultra speculū, sitq; a b l, secans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æqualiter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineant cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; parte puncti b arcus æquales abscindantur parui, quorum chordæ sint minores q̄ lineæ g p & p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f c, & quia arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales eruntq; anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43 primi huius, & à

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t, ducatur linea circulum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus punctus r, & quoniã per 15. tertij, anguli contingentiæ qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurret cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrẽt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k, quia cum angulus r t k sit æqualis r d k per præmissa, & angulus k r t sit æqualis angulo k r d per 59. primi huius, trigoni ergo d k r & t k r, sunt æquianguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illorũ trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibijpsi, concurrent ergo lineæ d k & r k in puncto uno diametri b p, quod est k, positis itaq; duobus oculis diuersorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uisuum reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco, producantur enim lineæ g d & f t extra circulum, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, quoniã anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l, sed angulus t r b, est æqualis angulo b r o, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l per 32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibijpsi, & linea t l, æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diamatri a b l, concurrent lineæ r l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est propositum. Quandocunq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modico differentia distantiæ, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus duæ adhuc imagines uidebũtur, alias autem ut plurimum locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.



L X.

In uno diametro speculi sphærici concaui positis ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphæricum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sintq; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes a centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur enim semidiameter z g, perpẽdiculariter super diametrum a d, & ducãtur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, est æquale

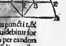
æquale lateri z b, ex hypothesi, & latus z g commune, anguli quoq; e z g, & b z g, sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad pũctum e, à puncto g, speculi, & econuerso per 20. quinti huius, sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, sit enim ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctũ e, à puncto alio speculi, quàm sit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t est maior quàm linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, est æqualis lineæ e g, ut patet superius, linea uero e g, est maior quàm linea t e, per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior quàm linea e t, ergo linea b z, maior erit q̃ linea e z, quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio speculi puncto quàm à puncto g, non ergo uidebit oculus b, uculum e, ideo quia linea reflexionis, quæ est b g, non concurrit cũ katheto e z, ducto à puncto e, per centrum speculi z in puncto b, & linea reflexionis, quæ est e g, non concurrit cũ katheto b z, nisi in puncto e: locus itaq; imaginis e, est punctus b, sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b, nõ comprehenditur aliqua distantia, quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unius uisus percipiet formam alterius in se ipso existente, sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus potuerunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus, uel in alijs punctis quibuscunq;, & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.



LXI.

Si linea à puncto medio semidiametri super diametrum speculi sphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquedistanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit speculum sphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semidiametri k g, ducatur linea æquedistans diametro a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k, dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi ducatur linea æquedistans diametro a d, per 31. primi, quæ sit e z, & sint in illa perpendiculari e z, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g, erunt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g existente communi ambobus trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g sint recti, erit angulus b g p æqualis angulo t g p, reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t, à puncto speculi g, & econuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, quoniam punctus p, est medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p, sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p, est æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunquàm ergo concurrent per 1 huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, neq; econuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea enim b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non concurrat cum katheto incidentiæ formæ pũcti

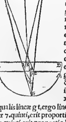


t, quę eſt linea t k, quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & ſic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uiſibus retro uiſus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineæ b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipſæ concurrēt, quod eſt impoſsibile, cum ſint æquediſtantes, concurrent ergo retro ambos uiſus illæ lineæ, ergo per 37, quinti huius apparebit tunc facies uidentis monoeula ad modum picturæ cyclopi, erit q; oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur niſi in pūcto reflexionis per 11. huius, patet ergo propoſitum.

LXII.

Sit à puncto propinquiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri ſuper illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquediſtans diametro producatur in illa uiſus in æquediſtantia à centro ſpeculi poſiti retro ſe apparebunt dextra pars dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, idolum maius facie, & imago plus diſtabit à uiſu quàm facies uidentis à ſuperficie ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius diameter ſit a d, & ducatur ſemidiameter k g, perpendiculariter ſuper diametrū a d, cuius ſemidiameter k g, medius punctus ſit p, ſint q; centra amborum uiſuum puncta b & t, ſi ergo ab aliquo puncto lineæ p k, quæ ſit n, ducatur linea æquediſtanter diametro a d, quæ ſit l m, & uiſus b & t, poſiti in linea l m, æqualiter diſtent à puncto n, uel à cētro ſpeculi quod eſt k, dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ b g, t g, b k, t k, erunt q; ex hypotheſi per 4. primi, anguli b g n, & t g n æquales, ergo à puncto g, reflectentur uiſus ad inuicem mutuo per 20, quinti huius, ſed linea n g eſt maior quam linea n k, reſecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k, in puncto q, & ducatur linea b q, erit ergo per 4. primi, angulus b q n, æqualis angulo t k n, ſed angulus b k n eſt maior angulo b g q, per 16. primi, ergo angulus t k n eſt maior angulo b g k, ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uiſum b, concurrant ergo in puncto ſ, eſt autem linea t h kathetus puncti t, & linea g b, linea reflexionis, uidebitur ergo forma puncti g, retro uiſum b, & ſimiliter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uiſum t, quia lineæ b k & g t concurrent ut præoſtenſum eſt per 14. primi huius, ſit ut concurrant in puncto x, & ducatur linea ſ x, & quoniam linea ſ x, eſt maior quàm linea b t, ideo quod in triangulo ſ g t, angulus ſ t g, ut patet ex præmiſsis, eſt æqualis angulo x b g trigoni x g b, & angulus ſ g x communis, erunt ergo per 32. primi, trianguli illi ſ t g & x b g, æquianguli, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineę x g ad lineam g ſ, ſicut lineæ b g ad lineam g t, ſed linea b g, eſt æqualis lineæ g t, ergo linea x g, eſt æqualis lineæ g ſ, & linea x b, æqualis lineæ ſ t, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ x g ad lineam g t, ſicut lineæ ſ g ad lineam g b, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ x t ad lineam t g, ſicut lineæ g d ad lineam b g, in trigono g x, ergo per 2. ſexti, linea h t æquediſtat lineæ ſ x, eſt igitur per 4. ſexti, proportio lineæ ſ x ad lineam b c, ſicut lineæ x g ad lineam g c, ſed linea x g maior eſt quàm linea g c, ergo linea ſ x maior eſt quàm linea b c, imago erit ergo facie maior quàm linea ſ x, quæ eſt dia



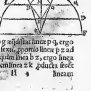
meter

meter imaginis, & linea b c pars diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculo rum, quia itaq; in trigono f u g, linea b n æquedistat basi f u, patet per secundam sexti, quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ f u ad lineā b n, sed linea f u est maior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea f g est maior quàm linea b g, erit ergo linea u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à uisu, & linea n g est distantia uisus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producta linea æquedistans diametro producatur uisibus æquedistanter à centro speculi in linea illa positis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorq; erit distantia imaginis à speculo quam faciei uidentis.

Esto speculum sphæricum concauum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis cōmunis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur perpendicularis super diametrū a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per æqualia in puncto e, & à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n, & à puncto n, lineæ e k, ducatur linea æquedistans lineæ a f, quæ sit l m; in hac itaq; linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in præmissa propositiōe anguli b k n & g k n æquales, per 4. primi, reflectentur ergo uisus b & g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est quàm linea n k, resecetur ergo linea n z ad æqualitatē lineæ n k, per 3. primi, & sit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n, per 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo maior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g cōcurrent, sit cōcursus punctus q, sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit concursus punctus p, cum itaq; linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b; à puncto speculi k, & linea z b, sit kathetus incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b, & similiter erit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineæ b g uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionen linearū reflexiōis b q & g p, ut patet per 53. huius, itē p 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, ergo p 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æq̄lis angulo q g b, sed angulus n b k ęq̄lis est angulo n g k, relinqtur ergo angulus k b p æq̄lis angulo k g q, sed angulus b k p est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni b k p & g k q sunt æquianguli, sunt ergo anguli b p k & g q k æquales, & quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmissis sunt æquales, ergo per 32, primi, trigoni p b g & q g b sunt æqanguli, ergo per 4, sexti, erit ꝓportio lineæ b p ad lineā g q, sicut lineæ b g ad seipsam erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æq̄lis lineę z q, q̄ est ergo ꝓportio lineę p z ad lineā z b, ea



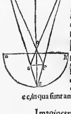
dē est lineę q z ad lineā z g, ergo p 17. qnti, & p 2. sexti, linea b g æq̄distat lineæ p q, ergo p 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æqanguli, erit ergo p 4. sexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, sicut lineæ b q ad lineā b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa, Item linea z k ꝓducta secet

lineam p q per 29. primi huius, secat enim angulum p z q, secet ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, linea b n æqualis lineæ g n, sed linea p o est maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q est maior quàm linea b g, & linea p o est medietas lineæ p q, sicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, si ergo linea p o est maior quàm linea b n, patet quod linea o k est maior quàm linea k n, & linea o k est distantia imaginis sub speculo, & linea n k est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIIII.

Circa diametrum speculi sphærici concaui extra speculum productæ ambobus positis oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphærici concaui circulus d b k, cuius cẽtrum o, & diameter d k, & orthogonaliter super diametrum d k, producatur diameter b o a, extra speculum, sintq; duo oculi in punctis e & e, lineæ e e perpẽdicularis super lineam b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipso diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & e b, erit ergo per 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo e & c, ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e k in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi angulus b e c est æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e, & b c sint æquales, sed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli quæ e a o, & e a o sint æquales, qa recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & e e g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineã e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æqules, & lineæ e f & c g æquales: Sed totalis linea b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea b g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed linea b g est minor quàm linea b e, ergo linea g f, est minor quàm linea e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam linea g f, quæ est diameter imaginis, cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

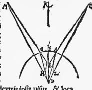


LXV.

Imagines rerum retro specula sphærica concaua apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphærico concauo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintq; duo puncta rei uisæ ex utraq; parte puncti e, quæ sint z & h, ducanturq; duo katheti incidentiæ, quæ sint d z c & d h k, reflectaturq; forma puncti z, ad uisum

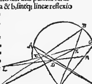
sum e, à puncto speculi a, & forma pūcti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurratq; linea a e, cum katheto d z in puncto c, & linea e b, cū katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra speculum, ita quod punctum c, sit locus imaginis formæ puncti z, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiuntur, & res quarum sunt illæ imagines, transferatur itaq; punctus rei uisæ, qui est h, ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum linea reflexionis quæ est e g, in puncto m, eritq; locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint super uisum erunt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparebunt supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m, erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaq; propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphærica concaua & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphærici concaui circulus a b g, cuius centrum sit punctus d, sitq; centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq; katheti incidentiæ z d e & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quàm sint res ipsæ, per 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad pūctum l, & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e, ducaturq; linea reflexionis, quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g in puncto m, eritq; per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint sursum mora supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uisus, formæ imaginū uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propositum.

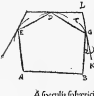


LXVII.

Per specula sphærica concaua quot libuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphæricis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundū distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur poligonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, sitq; exempli causa pentagoniū, quod sit a b g d e, fiatq; circulus circumscribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & sup illius pentagonij angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circunscribentis poligoniū productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphærica concaua, quæ sint partes eiusdem sphæræ & æquales proportiones, patet itaq;, quoniā superficies plana

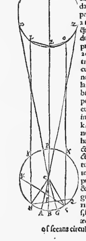
plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. primi huius, unus itaq; arcus unius illorũ circulorũ sit z g e, ducanturq; lineæ cõtingentes quẽlibet illorũ arcuũ in punctis g d e, contingatq; arcũ z g e, in puncto g, linea l k, quia itaq; per 43. primi huius, angulus portionis, qui est b g z, est æqualis angulo d g e, anguli quoq; contingentiæ, qui sunt b g z & l g e sunt æquales, palàm ergo per 20. quinti huius, quoniam fit reflexio formæ puncti b, à puncto speculi g, ad punctũ speculi alterius quod est d, & similiter per eandem demõstrationem fiet reflexio à puncto d, ad punctum speculi alterius quod est e, & à puncto e, ad centrum uisus quod est a, palàm ergo propositum, & sic quotcunq; fuerint anguli poligonij, tot assumantur specula, semper accidet illud quod præmissum est.



LXVIII.

A speculis sphæricis concauis soli oppositis ignem possibile est accendi.

Esto speculum sphæricum concauum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitq; ut superficies plana secans speculum, sed hũc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69 primi huius, communis sectio illius superficiei planæ & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo pũcto illius circuli solaris, ut à puncto d, ducatur linea secundũ quam præcedens radius ad centrũ speculi quod est c, incidat in punctum speculi quod sit g, & à pũcto circuli solis quod sit e procedens radius ad centrum speculi quod est c, incidat in pũctum speculi b, & à puncto solis quod sit z, incidens radius per centrum speculi c, cadat in punctũ speculi a, quia ergo omnes radij transeũtes per centrũ c, sunt perpẽdiculares super superficiẽ speculi a b g, per 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, quoniã oẽs reflectũtur in seipsos, cõcurrãt ergo tã incidentes quàm reflexiones in pũcto c, quod est centrũ speculi, omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt æquales, per 43. primi huius. Reflexio aũt omnis fit secũdum angulos æquales, ut patet per 20. quinti huius, quicunq; itaq; radiorum solarium pertransierunt per centrum speculi quod est c, & peruenerint ad quæcũq; puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro ipsius radij, non æquedistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi, qui est e b, hic ergo ut præmissum est transibit centrum speculi quod est c, & reflectitur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius æquedistans qui sit l n, & alius qui o s, sitq; arcus n b inæqualis arcui b s, seceto; linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea e n, quia itaq; angulus l n k, est maior angulo e n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k, est minor angulo e n b, quoniam anguli c n b & c n k, sunt æquales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in pũctum c, fiat itaq; angulus b n f, æqualis l n k, cadatq; punctum f, citra punctum c, in punctum aliquod semidiametri e b, & in corpore solari continuetur linea e l, si itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e f, imaginetur moueri quousque linea l n, incidat ad locum, unde exiuit, tũc punctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k, est æqualis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoq; si à puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius æquedistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius æquedistans o s secans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x s, signetur punctum q, in linea n f producta



ducta, sitq; ut perpẽdicularis e b secet circulũ a b g in puncto p, & sit arcus b s minor arcu n b, ergo & arcus x p qui est æqualis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y æqualis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad aliquod punctũ lineæ f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quæ est æqualis portioni n b q, est minor portione x q s, quæ est æqualis portioni s b h, copulentur quoq; lineæ o e, sitq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moueri quousq; linea o s, redeat ad locum unde exiuit, tunc pũctum s motu suo describet in superficie speculi circulum à cuius totali periferia, fiet reflexio ad pũctũ diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscunq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi æquedistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum à periferia unius circuli totius speculi ad unum punctũ diametri ipsius speculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro reflectuntur ad punctũ propinquius centro c, & lineæ radiales remotiores diametro, & æque distantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c: in quocunq; autẽ illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, & hoc speculũ quantum ad actum combustionis efficatius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciẽtiæ, posset quoq; per diligentiã artificis aliquod speculũ ex pluribus huiusmodi speculis cõponi, qđ esset maioris efficaciæ ad comburendũ, hoc autem relinquimus industriæ ꝑquirentis, qa sufficit nobis in ꝓpositũ, hoc modo demonstratũ.

LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IN præmisso libro passiones speculorũ sphæricorum cõcauorum ꝓ nostro posse pertractauimus, superest nũc ut speculorũ columnariũ & pyramidalium concauorum proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium præmissorum speculorũ proprietates concurrunt, planorũ quidem, cum in illis à linea longitudinis speculi fit reflexio, columnarium quoq; & pyramidalium conuexorum plurimæ passiones in hæc concaua specula descendũt, qm̃ istorũ & illorũ cõformis est generatio secundũ figuras, à qbus in utrisq; prouenit quædam conformitas passionũ, nisi quod hinc & inde secundũ naturã cõuexi & concaui passiones quodãmodo secundũ sitũ contrarie disponuntur, ex quo accidit, ut quandoq; lineæ reflexæ in conuexis speculis fiat locus imaginis in concauis, & econuerso, & ob hæc eadem principia in his speculis & in illis sunt (præmissis figuris) cõformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiæ possibilitatem passionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua specula figurarũ irregularium & compositarũ mentem conuertimus, uidentesq; quod antiquorũ Geometrarum diligentia & solicitudo circa speculorũ cõburentiũ, aliquorum totali superficie ad unum punctũ naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarũ incidentium plurimũ est uersata, ut circa rem scientiæ Geometriæ plurimam subtilitatẽ rebus naturalibus applicantem, actionem quoq; naturaliũ formarum accelerantem in ꝓductione effectuũ mirandorũ, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum præmisimus aliqualiter ordinatur. Ex præmissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorũ comburentium in una superficierum planarũ, ut patet per ultimã 5. huius, nõ est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficierum cõuexarum quacũq;, siue illa conuexa superficies fuerit sphærica, ut patet per ultimã 6. huius, siue fuerit colũnaris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimã 7. huius, possibile est radios aliquos aggre-

gari ad punctum unũ mathematicũ uel etiã naturalem, à concauis quoq; speculis sphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantũ circuli, & à tota superficie unius hemisphærij ad totam semidiametrũ siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non fit aũt omniũ radiorum æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctũ unum. Sed neq; ab aliqua superficierũ speculorum columnariũ uel pyramidalium concauorũ est hoc possibile fieri, prout infra in præsenti libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurium speculorum regulariũ compositione ad hunc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unũ punctum fiat reflexio certitudinem nõ attingit, neq; ad illorum peruenit cõmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarũ. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concauis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quãdoq; est linea longitudinis speculi, quãdoq; circulus, quandoq; oxigonia sectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cõuexis, & quia speculum columnare cõcauum non minus participat formã & ꝓprietatem columnæ quàm cõuexum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demõstranda est de speculis colũnaribus concauis ut de columnaribus cõuexis, patet ergo propositũ, nec ẽm necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cõmunis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflectionũ & loca imaginũ sicut in speculis planis, quando uero illa sectio cõmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionũ sicut in speculis sphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra speculũ, quandoq; in ipsa sup̃ficie speculi, quãdoq; inter uisum & speculũ, quãdoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cõcauis speculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineã longitudinis speculi aut sectionem oxigoniam possibile est esse, circulum uero impossibile.

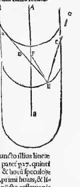
Passiones ꝓpositæ de præsentibus speculis eodẽ penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflectionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

III.

In omni superficie reflexiõis à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctũ axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis super superficiẽ speculum in puncto reflexionis contingentem cõsistere est necesse.

Sit speculum columnare concauum cuius axis sit a b, sitq; centrũ uisus o, & pũctum rei uisæ d, reflectaturq; forma puncti rei uisæ quod est d ad uisum c, in puncto speculi c, & in pũcto e cõtingat superficiẽ speculi superficies plana, super quam superficiẽ à puncto e, ducatur linea perpendicularis p 12. undecimi, q̃ secet lineã a b axem speculi in puncto f, & sit linea e f, dico quod pũcta c d, e f, necessario erunt semp̃ in eadem sup̃ficie reflexionis

xionis, aut eñ hæc superficies reflexionis æquedistabit basibus colũnæ aut non, si sic, patet per 100. primi huius, quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi erit circulus æquedistans basibus columnæ, & linea ducta à puncto reflexionis quod est e, transiens per centrum illius circuli est perpendicularis super superficiem colũnæ, ut patet per 96. & per 100. primi huius, & si centrum uisus quod est c, & punctum rei uisæ quod est d, fuerit in illa linea, fiet reflexio formarũ punctorum uisorum tantũ secundum illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̃ sunt c d e f, omnia in superficie reflexionis, quod sit centrum uisus uel pũctum rei uisæ, dum fuerit in hac linea perpendiculari, semper tamẽ linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, p 96. primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum, quoniam cadet inter perpẽdicularem e f, & inter lineã circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi in puncto e contingentem, & quoniã hæc linea reflexionis cadit semper intra speculum, quia secundum sui partem qua incidit speculo necessario cadet inter superficies planas per centrum uisus ductas, portionẽ apparentem speculi cõtingentes, & qm̃ per 20. quinti huius, semp angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod si unus illorum punctorũ est in superficie reflexionis quod & reliquus, quia eñ angulus d e f erit æqualis angulo f e c, cadẽt hij anguli ex diuersis partibus perpendicularis lineæ quæ est e f ultra speculum, in eadem itaq; superficie cadent omnia pũcta c d e f, & eodem modo demonstrandũ est à quocunq; puncto circuli, qui est cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, fiat reflexio, semper enim illa quatuor puncta erunt in superficie reflexionis, quod si cõmunis sectio superficiei reflexionis



& superficiei speculi sit linea longitudinis speculi, tũc iterũ à quocũq; puncto illius lineæ fiat reflexio, semp ꝓposita quatuor pũcta erũt in suꝑficie reflexionis, ut patet p 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem si cõmunis sectio suꝑficiei reflexiõis & horũ speculorũ fuerit sectio oxigonia, qm̃ illa sectio secabit speculũ trans axem p 103. primi huius, & linea à pũcto reflexionis ꝑpendiculariter ducta super suꝑficiẽ speculi in pũcto reflexionis cõtingentẽ, semp cadet in axe, ut hæc in speculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis sunt amplius declarata; est ille modus demonstrandi uniuocus & in istis speculis. Quod si speculum ꝓpositum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut supra ostensum est p p̃missam impossibile est cõmunẽ sectionẽ suꝑficiei reflexionis & superficiei speculi circulũ esse, q̃ sectio si fuerit linea longitudinis uel sectio oxigonia, tũc eadem erit declaratio qđ quatuor p̃dicta pũcta c d e f, consistũt in superficie reflexiõis, quæ prius in speculis colũnaribus cõcauis, patet ergo illud qđ ꝓponebaᵗ. IIII.

Centro uisus existente intra speculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum.

Sit speculũ colũnare cõcauũ, cuius axis sit a b, & sit cẽtrũ uisus c, sitq; pũctũ c, intra speculũ, dico qđ ab om̃i pũcto speculi fiet reflexio ad uisũ. Siue eñ cõmunis sectio suꝑficiei reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinis colũnæ speculi, ut cũ suꝑficies reflexionis secat superficiẽ speculi secũdũ axis lõgitudinẽ, ut patet p 93. primi huius, siue fuerit circulus æquedistãs basibus colũnæ ipsius speculi, siue fuerit sectio oxigonia, semp patet p præmissam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli siue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis sup suꝑficiem speculi sunt in eadẽ suꝑficie. Est ergo semp possibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uisum, qm̃ in cõcauitate taliũ speculorũ non est corpus aliqđ densum resistẽs multiplicationi formarũ p mediũ, à quolibet puncto ergo superficiei taliũ speculorũ fiet formarũ reflexio ad uisum. Idẽ quoq; patet in speculis pyramidalibus cõcauis, qm̃ centrũ uisus semp est intra talia specula, nõ refert à quocunq; pũcto superficiei speculi fiat reflexio, qm̃ semp possibile erit formã ad uisum ꝑuenire, nisi forte densitas occipitis in quibusdã sitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓ-

positum, resumpta figuratione præmissæ, positoq́ puncto c, intra superficiem speculi in linea c e, quicunq; eius punctus in utroq; speculorũ fuerit datus, sit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cõtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic ut cadat in punctum f, & super punctũ e, tantũ lineæ e f, fiat p 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in pũcto c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

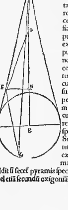
Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis sit a b, & sit centrũ uisus punctum c, sitq́ extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concauæ speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu pductæ ad speculum, palamq́ per primã septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiacens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propositũ.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq́ ipsi uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.

Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit a b, sitq́ eius conica superficies



tota integra, basis uero eius quæ est superficies plana sit subnota ab ipso speculo, sitq́ centrum uisus c, ex parte basis subnotæ, dico quod uisus non percipiet formam alicuius puncti rei uisæ nisi illius quæ fuerit inter ipsum speculum. Si enim centrum uisus c, in aliqua consistat linea longitudinis speculi, fiatq́ reflexio ab illa linea longitudinis ad uisum, tũc patet, quia punctum rei uisæ oportebit consistere intra speculum, quoniam ex hypothesi centrũ uisus est ex parte basis speculi, oportebitq́ punctum rei uisæ in eadem linea lõgitudinis existere, aliâs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum, quod si centrum uisus c, sit sub aliqua linearum longitudinis speculi, tunc adhuc patet propositum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta á quocũq; puncto reflexionis quæ fieri possit ad uisum c, in hoc situ, tenet angulũ acutũ cum linea reflexiõis, patet per 33. quinti huius, cum semper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ semp fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis speculi, oportet ergo de necessitate, ut pũcta rei uisæ quorũ formæ reflectuntur ad uisum â quibuscunq; punctis superficiei totius speculi semper sint intra ipsum speculum, patet ergo propositũ. Si uero auferatur à speculo tali portio aliqua secundum longitudinem speculi, tunc poterit comprehendi exteriora quæ sunt extra speculũ, qm̃ patebũt liberi introitus lineis incidentiæ formarũ extrinsecarũ quæ reflectunť ad uisum. Similiter quoq; accidit si seceť pyramis speculi ad modũ annuli secundũ aliquẽ circulũ æquedistantẽ basi, uel etiã secundũ oxigoniã sectionẽ taliter, ut auferať uertex pyramidis speculi, tunc enĩ inciden-

incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad uisum si centrum uisus fuerit ex parte superficiei concauitatis speculi quàm si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

A quocunq; puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Esto ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti q̄ d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculū in puncto e contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, q̄m puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & q̄m una sola linea recta à centro uisus quod est c, ducibilis est ad punctū reflexionis q̄d est e, patet quod angulus s e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, est æq̄lis angulo t e f, linea ergo e d est tm̄ unica linea, cuius alteri9 pūcti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsum reflectet̄, cū em̄ aliqua linea incidētiæ peruenit ad aliquod punctū corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineā incidere speculo, q̄m punctus alior occultat posteriorē, nec præstat transitū formæ illius, patet ergo ꝓpositū, q̄m in his speculis à q̄cūq; puncto facta reflexione forma unius pūcti nō potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed à duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorꝫ punctorꝫ formæ comprehendi, sicut à pluribus uisibus plures formæ diuersorꝫ punctorum, q̄m ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularē e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraq; parte perpēdicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aūt illud quod hic proponitur satis patuit per 29, quinti huius, hic tamē idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic ꝓpositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantū puncto fit reflexio, & una tm̄ occurrit uisui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea em̄ recta est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi hinc inde, unicus ergo tm̄ est punctus reflexionis, unica tm̄ ergo uidebit̄ imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritq; per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantiæ rei uisæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

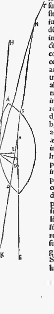
Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, sitq; centrū uisus c, & punctū rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaq; cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit sectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrū uisus c, à pluribus punctis illius sectionis reflecti potest. Iam em̄ ostendimus supra per 22. septimi huius, quod à speculis columnaribus conuexis ab uno tm̄ puncto sectionis oxigoniæ, fit formæ eiusdē puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantiæ oculorꝫ, quod à duobus punctis sectionis oxigoniæ po-

test fieri reflexio ad uisum, aliàs eñ latebunt uisum puncta reflexintis se respicientia. s. illa per quæ transit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquedistanter basibus, unde uiso uno illoꝶ punctoꝶ alius punctus latebit propter minoris portionis colũnæ ipsius apparentiam. In his uero speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ, ut patet per quintam huius, unde ab unico uisu possunt percipi ambo puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquedistantis basibus columnæ, eodem modo penitus de speculis pyramidalibus cõcauis declarandum, eius eñ superficiei plus medietate uni uisui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquedistãtis basi pyramidis opposita uideri possunt, patet ergo propositum.

X.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente, erit locus imaginis quandoq; ultra speculum, quandoq; citra uisum, quandoq; in centro uisus, quandoq; in superficie speculi, quandoq; inter uisum & speculum.



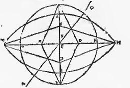
Esto speculũ columnare concauũ, cuius pars axis sit d k, & eius sũpficiei columnaris & superficiei reflexionis cõmunis sectio sit oxigonia, quæ a b g, dico quod possibile est totũ, quod hic ꝓponitur, ducatur eñ in hac sectione perpendicularis super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis quæ sit d g, hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius erit semidiameter cuiusdam circuli secundũ illum punctũ secantis columnã speculi æquedistanter basibus, secabitq; axem speculi q̃ est k d, sitq; ut secet ipsum in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̃ una, cum à nullo alio puncto sectionis a b g, possit duci linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto reflexionis q̃; ab uno puncto reflexionis, cũ omnes aliæ lineæ à quibuscũq; punctis sectionis a b g, ductæ ad axem d h, sunt obliquæ super superficiẽ illam speculũ cõtingentem ut patet per prænominatas ꝓpositiones primi huius. Sumatur item alius punctus sectionis a b g, qui sit b, & ducatur ab illo puncto b, linea perpendicularis sũp lineam rectam contingentẽ sectionẽ a b g, in puncto b, & hæc quidẽ linea per 114. primi huius, necessario cõcurret cũ ꝑpendiculari g d. Sit ergo exempli causa, concursus in puncto d, q̃m si concurrant sub puncto d, eadẽ est demonstratio, sitq; pũctus b, taliter sumptũ in sectione a b g, circa punctũ g, ut angulus b d g, sit acutus. Deinde à puncto g ducatur in superficie sectionis a b g, linea æquedistans lineæ b d, per 31. primi, quæ sit g h, & hæc linea cadet inter pyramidalẽ sectionem, ideo quia cum angulus g d b sit acutus ex hypothesi, erit suus coalternus qui est angulus h g d, similiter acutus per 29. primi, cum lineæ b g & g h, adinuicem æquedistent. Item inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in superficie sectionis q̃ per 2. primi huius, necessario cõcurret cũ linea b d, q̃m ipsa concurrent cum linea b g, æquedistante lineæ b d, sit ergo punctus cõcursus n, cadet itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, sumat̃ punctus quicũq;, qui sit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctũ n, sumatur punctũ t, in linea g n. Item à puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter sectionẽ a b g, quæ sit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia cõcurrit cũ linea h g, in puncto g, necessario concurret cum linea d b, ꝓducta ultra punctũ b, per 2. primi huius, sit concursus in puncto e, & sũp g, tm̃ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, p 23. primi, quæ sit angulus d g q, cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angulus m g d, æqualis angulo n g d, sintq; omnia puncta q, b & m, in linea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrũ uisus fuerit in puncto 3, reflectet ad ipsum forma puncti q, à puncto speculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctũ e, & si fuerit centrũ uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b. à puncto speculi g, & qm̃ kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam qđ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficiei speculi à quo fit reflexio quod est punctũ g, qui locus est primus & ꝓprius ipsius imaginis propter concauitatẽ totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, à puncto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctũ n. Si uero centrũ uisus fuerit in puncto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus ꝙd est in puncto n, quod si centrũ uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositũ, qm̃ in speculis pyramidalibus concauis poterit secundũ præmissa cooperante ꝑ 113. primi huius, demonstratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq; ab uno puncto speculi, quãdoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis semper erit centrum uisus.

Sit speculum columnare concauũ, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctũ rei uisæ d, sintq; puncta c & d in una linea perpẽdiculari super superficiẽ speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpẽdiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita qđ punctus e sit pũctus superficiei speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & producatur linea e f, ad aliam partem speculi in punctũ g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum t, palam eñ ꝑ 21. quinti huius, quod linea t e, in qua est pũctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc eñ infinitæ possunt intelligi sup̃ficies secantes se super lineã e f, quarũ quælibet est erecta super superficiẽ contingentem speculũ ꝑ 18. undecimi, cũ linea e f, quæ est cõmunis sectio illarũ superficierũ sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundã illarũ superficierum & superficiei ipsius speculi cõmunis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquedistans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius



in speculis quibusdã ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendicularem, quæ est e c, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis est centrũ uisus, qui est punctus t, nec uidebit aliqs punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in superficie ipsius uisus, qñ uero aliqua illarũ superficierum perpendicularium super superficiem speculum in puncto e contingentẽ, secant superficiem concauã ipsius speculi, ita quod cõmunis sectio illarum superficierũ est circulus æquedistans basibus columnæ, cuius centrum est f, punctũ axis, & tunc si punctum f fuerit in diametro p h, inter punctũ c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pũctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq;, sitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pũcti d, ad uisum c, reflecti à duobus punctis speculi, q̃ sunt e & g, & sunt pũcta terminãtia diametrũ illius circuli, à q̃libet eñ illorũ pũctorũ fit reflexio formæ pũcti d, ad uisum c, ideo ꝙd angulus d e f est æq̃lis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorũ eñ trigonorũ d f e & f e c, duo latera d f & f e sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cõmune, angulusq; d e f, est æq̃lis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est in trigonis d f g & c f e, angulum

gulum itaq; d e c, per æqualia diuidit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia diuidit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrũ illius circuli, & quõ kathetus incidentiæ qui est d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrit nisi in centro uisus, quod est c, patet per 37. quinti huius, quõ centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ est c d h, non reflectunt ad uisum c, à puncto speculi h, nisi solus ille punctus qui est in superficie ipsius uisus, ut supra patuit, ideo q non reflectitur nisi per eandem perpendicularem, cũ uero alicuius illarũ superficierum ꝑpendicularium sup superficiem speculũ propositum in puncto e cõtingentem, & superficiei speculi fuerit oxigonia sectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis, tñ sicut patet per 112. primi huius, quæ lineæ ꝑpendiculares sup supficiem in supficie sectionis se intrinsecare non possint, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrũ f, ut iam patuit, quæ sunt p h & e g, nõ eñ est diameter sectionis quæ est p h, perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ in puncto h, sed oblique incidit super illam, quando diameter e g, perpendicularis est super superficiẽ speculi, & hoc accidit ꝓpter obliquationem sectionis oxigoniæ super axem columnæ speculi, non ergo reflectet forma puncti d, ad uisum c, per lineam c d h, sed si puncta d & c, æqualiter distent à pũcto f, ita ut linea d f, sit æqualis lineæ f c, tunc à punctis speculũ e & g, quæ sunt termini lineæ ꝑpendicularis super supficiẽ speculi, quæ est linea e f q, potest fieri reflexio formæ puncti d, ad uisum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut supra patuit, quõ anguli d e f, & f e c sunt ęquales, & itẽ anguli d g f, & f g c sunt æquales, & pũctũ rei uisæ q̃d est d, & centrũ uisus q est c, sunt cũ ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cũ puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est ꝑpendicularis sup superficiẽ cõtingentẽ speculum in punctis e & g, in eadẽ superficie ipsius sectionis, patet ergo q fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, & erit locus imaginis in utrisq; centrũ uisus q est c, sed si puncta d & c, fuerint in ꝑpendiculari e f, tunc non fiet reflexio ab aliquo puncto sectionis oxigoniæ nisi solũ à puncto e, quõ forma incidens superficiei speculi secundũ lineã ꝑpendicularẽ reflectiť secundũ eandẽ perpendicularẽ, & in sectione oxigonia est unica linea ꝑpendicularis sup supficiẽ speculũ cõtingentẽ, q̃re ut prius dictũ est per illã solã fit reflexio solius pũcti lineæ ꝑpẽdicularis, q̃ est i superficie uisus, & sicut prius erit locus imaginis in cẽtro uisus. Eodẽ q̃q; mõ deducẽdũ, patet idẽ ꝓpositum in speculis pyramidalibus cõcauis, ducta eñ à centro uisus ad supficiẽ cõtingẽtẽ speculũ pyramidale linea recta ꝑpẽdiculari sup illã supficiẽ, si i illa ꝑpẽdiculari sumať pũctus corporeus iter uisum & speculũ, patet q nõ reflecteť forma eius ad uisum secundũ illã ꝑpẽdicularẽ, quõ pũctus ille occultabit tñ ꝑpẽdicularis, & nõ reflecteť ab ipso, si aũt nullus pũctus corporeus fuerit in illa perpẽdiculari, reflecteť ad uisum secundũ hanc perpẽdicularẽ forma solius puncti superficiei uisus, q punctũ ex illa supficie uisus secat ipsa perpendicularis, si cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, ab uno tñ pũcto speculi fit reflexio, sicut & in alio speculo colũnari põstẽ sum est, q si sectio fuerit oxigonia q̃nq; ab uno puncto, q̃nq; à duobus potest fieri reflexio secundũ diuersitatẽ situs rei uisæ & cẽtri uisus, quõ punctis c & d existentibꝫ in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & si puncto t, existẽte in linea f g, pũctus d, sit in linea f e, fiet reflexio forte à punctis h & p. & semꝑ locus imaginis est centrũ uisus, uniuersaliter eñ tam in speculis pyramidalibꝫ q̃ colũnaribus concauis existẽte axe speculi iter uisum & speculũ nõ fiet reflexio ꝑ lineã ad uisum ꝑpendicularẽ nisi ab uno tñ pũcto speculi quẽ secat illa ꝑpendicularis, & solum illius puncti supficiei uisus, quẽ secat illa perpendicularis ducta à centro uisus, hoc quoq; q pmisimus, tunc demum uerum est, si linea f h fuerit ꝑpendicularis super lineam longitudinis speculi, quod est possibile fieri in speculis pyramidalibus, non aũt in speculis columnaribus, quia tunc semꝑ sectio est obliqua super supficiem speculi, & similiter est de linea f p, patet ergo ꝓpositum, quõ sectionem pyramidalẽ possibile est sic disponi, ut linea p h, sit perpendicularis super speculi superficiem, & ut ordinetur reflexio secundum illud.

Centro

XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris concaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis cētrum uisus.

Sit speculū columnare concauū, cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrū circuli, quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni, qui totius sphæræ oculi transiens per centrū foraminis uneæ, & per centrum oculi, hoc est arcui, qui interiacet extremitas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiam foraminis uneæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrū foraminis uneæ, & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphæræ ipsius oculi secantis portionem sphæræ oculi, cui correspondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super superficiem sphæræ oculi per 72. primi huius, quoniam ducantur à cētro sed eædem lineæ ad periferiam circuli basis speculi productæ sunt perpendiculares super superficiem speculi per eandē rationē, quoniam exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt perpendiculares super utrasq; istas superficies, ergo per 21. quinti huius, ipsæ reflectūtur in se ipsas, formæ ergo pūctorū superficiei oculi in illis perpēdicularibus cadentes reflectuntur ad uisum per easdē, & quoniā circulus sphæræ oculi & circulus basis speculi cū idē centrum habeant, sunt circuli æquedistantes, patet per diffinitionē similium arcuū, quod arcus quasq; duas ipsarū semidiametros interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectitur, & forte illa arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4 theoremate tertij huius, diximus, latus rectum subtensum arcui circuli magni, & sphæræ ipsius oculi transeunti per centrum uneæ & trans totum foramen uneæ, est quasi æquale lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphæræ oculi, illi autem correspondet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphæræ 4. circuli per sexti, locus autem imaginis omnium punctorum superficiei oculi taliter reflexorum est in centro ipsius uisus, ut patet per præmissam, & quoniam de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.

XIII.

In speculis columnaribus concauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculum columnare concauū, cuius axis sit e z, sintq; t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d bases speculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pūcto q, per 10. primi, & super centrum q describatur circulus in superficie speculi æquedistans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q n, ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101 primi huius quæ sint b l a, & d m g. fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter sit linea k h p, & ducantur lineæ t l, t m, h l, quia axis speculi, qui est e z, per 92. primi huius, erectus est super superficiem circuli l m, patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q, est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æquales

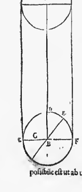


per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ sunt t q m & h q m, & t q l, & h q l, sunt æquiangula, angulus itaq; t l q, est æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto t, & alicuius rei uisæ punctus fuerit h, reflectetur forma puncti h, ad uisum existentem in puncto speculi quod est l, & similiter à puncto m, si itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod est pars axis speculi imaginetur moueri quousq; redeat ad locũ ubi sumpsit motus principiũ, tunc punctus l, motu suo describet circulũ, & semper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectetur forma puncti h, ad uisum existentẽ in puncto t, quia uero diameter p h k, est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia ipse est kathetus incidentiæ formæ puncti h, producatur itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra superficiem speculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, producta, cõcurret autẽ per 14 primi huius, quoniã fiet cũ angulus t h k, sit rectus, angulus h t l est acutus, sit pũctus cõcursus f, similiter quoq; producto katheto h p, ultra punctũ p, cõcurret ipse cum linea reflexionis quæ est t m, sit punctus concursus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebitur simul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu punctus f, describet circulũ extra columnam speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit probandi modus sumptis quibuscunq; duobus pũctis in axe speculi, oportebit tamẽ hoc modo uisum taliter sisti, ut cẽtrũ eius sit directe in axe speculi, & pũctus rei uisæ sit in aliquo cẽtro circuli speculi, aut circuli basis, aut æquedistãtis ei, aliàs enim locus imaginis non occurret uisui extra speculũ, patet ergo propositum.

XIIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concaui existente circulo, quãdoq; unũ, quãdoq; duo, quãdoq; tres, quãdoq; quatuor erunt puncta reflexionis & nõ plura, & secũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.

Esto speculũ columnare concauũ, cuius axis a b, sitq; cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, qui c d, e f, cuius centrũ sit b, sitq; centrũ uisus g, & punctũ rei uisæ h, quæ sint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur. ducãtur enim diametri g b & h b, quæ producantur ad periferiã circuli, pateatq; per 40. octaui huius quõ possibile est quãdoq; formã pũcti h, reflecti ad uisum existẽtẽ in pũcto g, ab uno tñ pũcto circuli c d e f. quãq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, nõ aũt à pluribus, & quñ in proposito cũ reflexio fiat à circulo speculi nõ est aliqua differẽtia quo ad illud patet ergo primũ ꝓpositũ, patet ergo etiam prout ostensum est in 11. octaui huius, siue katheti incidentiæ concurrant cũ lineis reflexionis siue æquedistent, quod secundũ numerũ linearũ reflexionis imagines numerantur, & hoc est totum quod proponebatur.



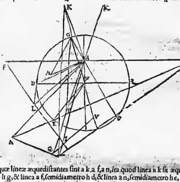
XV.

In columnaribus concauis speculis cõmuni sectione superficiei reflexiõis & speculi existente oxigonia formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum puncto speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundã à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculũ colũnare cõcauũ, cuius axis sit linea x h, sitq; pũctus rei uisæ obliq̃ incidẽs speculo, ita q̃d nõ sit in aliqua linearũ perpẽdicularium sup superficiẽ speculi, quæ sit punctus a, taliter ut cõmunis sectio superficiei reflexionis & speculi, sit sectio oxigonia, dico quod possibile est ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. punctis alicuius oxigoniæ

sectionis

sectiõis flat reflexio ad uisum,& qñq; unica appareat imago,quãdoq; 2,qñq; 3, quãdoque 4,& nõ plures imagines,quoniã totidẽ sunt puncta reflexionis tantũ possibilia,imaginetur itaq; superficies plana transiens per punctũ a ,æquedistans basibus speculi ,ppositu,eritq; cõmunis sectio huius superficiei,& superficiei speculi circulus per 100.primi huius,cuius circuli centrũ sit h,sumaturq; in superficie illius circuli aliud punctũ qd sit b,in æqualiter distans à cẽtro h,in pũcto a,& ducãtur à pũctis a & b,ad centrũ circuli h, lineæ a h & b h,& cõpleantur diametri illius circuli eisdẽ lineis ad periferiã circuli hinc inde ,pductis,palã ergo per ea quæ dicta sunt in theoremate præcedẽte,& in 40.huius,qd ab uno pũcto arcus interiacẽtis duas semidiametros a h & b h,potest forma puncti a,reflecti ad uisum existentẽ in pũcto b,uel forsitan à duobus uel à tribus,sed nõ à pluribus,ab arcu uero opposito isti arcui utpote ab illo arcu q cadet inter easdẽ semidiametros ,pductas ad aliam partẽ periferiæ circuli non potest fieri reflexio formæ puncti a, ad uisum b, nisi ab uno tãtum puncto. Esto itaque quod forma pũcti a, reflectatur ad uisum b, à tribus punctis speculi propositi arcus, scilicet unius interiacentis semidiametros a h & b h,quæ sint puncta g d e, & ducantur lineæ a g, h g, a d,h d,b d, a e,h e, b e, & à puncto a, rei uisæ, ducantur in eadẽ superficie tres lineæ æquedistantes tribus semidiametris



quæ sunt h g,h d,h e,quæ lineæ æquedistantes sint a k,a f,a n,ita quod linea a k sit æquedistans semidiametro h g,& linea a f,semidiametro h d,& linea a n,semidiametro h e, cũ itaq; linea a k,sit æquedistans semidiametro h g,& linea b g,cõcurrat cũ eadẽ semidiametro in pũcto g,palã per 2.primi huius,quoniã linea b g,cõcurret cum linea a k,sit ergo pũctus cõcursus k, Similiter quoq; per eandẽ rationẽ linea b g d,cõcurret cũ linea a f,sit con cursus pũctus f,similiter quoq; linea b e,cõcurret cũ linea a n,sit pũctus cõcursus n, deinde à pũcto b,erigatur perpẽdicularis super superficiẽ circuli,cuius centrũ h,per 12.undecimi, quæ sit b t,& quoniã axis x h,est perpendicularis sup superficiẽ illius circuli,erit p 6. undecimi,linea b t,æquedistãs axi x h, Sumaturq; in linea b t,punctũ quodcunq;,qd sit t,& ab illo ducãtur tres lineæ ad tria pũcta k f n,q̃ sint lineæ t k,t f,t n,& à tribus pũctis g d e, erigantur p 12.undecimi,tres perpẽdiculares sup superficiẽ circuli,cuius centrũ h,q̃ sint g m d l,e q, erunt ergo p 6.undecimi,lineæ b t & e q æquedistantes,& qm̃,ut patet p 1.primi huius,oẽs lineæ æquedistantes sunt in eadẽ superficie,palam p 1.undecimi,qm̃ lineæ b t & e q sunt in superficie trianguli b t n,igitur linea e q,secabit lineã t n,sit ut secet ipsam in pũcto q,& penitus per eundẽ modũ sit ut linea d l,secet lineã t f in pũcto l,& linea g m secet lineam t k,in pũcto m. Erũtq; per 92.primi huius,hæ 3.lineæ scilicet e q,& d l,& g m,partes lineæ lõgitudinis speculi,cũ sint in superficie colũnæ speculi ppendiculariter ,pductæ super superficiẽ circuli,cuius cẽtrũ h,& per cõsequẽs sint erectæ sup bases speculi per 32.primi huius,& à puncto q,ducatur per 31.primi,linea æquedistantis lineæ n a,quæ sit linea q u,hæc itaq; per 30.primi,erit æquedistans lineæ h e,qm̃ ipsa h e, æquedistat lineæ a n , ut patet ex præmissis,quia itaq; axis x h,cõcurrit cũ linea h e in pũcto h,palã per 2. primi hu-

ius, quoniam ipse axis cōcurret cū eius æquidistante ducta à pūcto q, sit cōcursus in pūcto u, & sit illa æquidistans linea q u, & ducatur linea t a, hæc itaq; secabit lineā q u, quoniam linea q u, ducitur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æquidistantis basi t b, & oēs illæ lineæ sunt in eadē superficie, lineaq; t a, producta est inter lineā t u, æquidistantē axi h u, & inter ipsum axē, patet quod linea t a, secabit lineam q u, sunt enim ambæ in eadē superficie, sit itaq; linearū a & q u, pūctus sectiōis i, & ducatur linea q a, quia itaq; lineæ h e & a n, sunt æquidistantes, ut supra patuit, palā per 29. primi, quia angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo e n a intrinseco, & anguli h e a & e a n sunt æquales, quia coalterni, sed angulus reflexiōis, qui est h e b, est æqualis angulo incidētiæ, qui est a e h, per 20. quinti huius. Erit ergo angulus e a n, æqualis angulo a n e, ergo per 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed linea e q est perpendicularis super superficiē trigoni a e n, quia & super superficiē circuli, cuius cētrū est h, est erecta, ut supra patuit, cū itaq; linea a e sit cōis duobus trigonis q e a & q e n, patet per 4. primi, quoniam illa trigona sunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo per 5. primi, quia trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis angulo q n a, quia itaq; linea q i, æquedistat lineæ a n, patet per 29. primi, quoniam angulus t q i extrinsecus, æqualis est angulo t n a intrinseco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, quia sunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; pūcti a, per 20. quinti huius, reflectetur ad uisum existētē in pūcto t, à pūcto speculi quod est q, & eodē modo demōstrandū, quoniam forma pūcti a, reflectitur ad uisum existentē in pūcto t, ab alijs duobus punctis speculi similibus pūcto a, quæ sunt pūcta l & m, fit ergo formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, fiet reflexio à tribus pūctis speculi colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m, & ex eadē parte colūnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio à pluribus pūctis speculi ex illa parte. Si enim detur quodcunq; pūctū superficiei speculi colūnaris cōcaui aliud ab istis tribus à quo dicatur posse fieri reflexio formæ pūcti a, ad uisum in pūctū t, ducatur ab illo puncto dato linea lōgitudinis speculi super circulū, cuius centrū h. & ostēditur modo præmisso, quod à pūcto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lōgitudinis, potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, & sic à 4. pūctis arcus interiacētis diametros circuli, in quibus sunt cētrū uisus & punctū rei uisæ, fiet reflexio ad uisum, scilicet à tribus pūctis g d c, & à 4. dato quod est cōtra 40. octaui huius, & impossibile, nō ergo fiet reflexio formæ pūcti a, ad uisum existentē in pūcto t, nisi à tribus pūctis speculis colūnaris cōcaui, quæ sunt q l m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars colūnaris speculi abscisa fuerit, patet quod tantū fiet reflexio à tribus pūctis speculi, quod si totū speculū integrū fuerit, possibile est fieri reflexionē à pūctis 4. Iam enim patuit per 27. octaui huius, quod ex arcu circuli, cuius cētrū h, opposito arcui g t d c e, potest forma pūcti a reflecti ad uisum existentē in pūcto b, ab uno tantū pūcto. Sit ergo illud punctū 3, & ducatur semidiameter h 3, à pūcto a per 31. primi, ducatur linea æquidistās, quæ sit a f, & ducatur linea reflexiōis quæ sit b 3, cōcurrēs cū linea a f in pūcto f, cōcurret aūt per 2. primi huius, quoniam cōcurrit cū linea h 3 æquedistāte ipsi a f, & à pūcto 3, erigatur super superficiē circuli, cuius centrū h, linea 3 o, perpēdiculariter per 12. undecimi, hæc ergo per 6. undecimi æquedistabit lineæ b c, ducatur itaq; linea t f, quæ sicut prius in alijs declarauimus, secabit lineā 3 o, quoniam sunt in eadē superficie, sit ergo pūctus sectionis o, patebitq; secūdū præmissos prius modos quoniam forma pūcti f, reflectitur ad uisū existētē in pūcto t, & à pūcto speculi quod est o, nec erit possibilis reflexio ab aliquo pūcto superficiei speculi ex illa parte præter quā à pūcto o. Si enim detur quod ab aliquo alio pūcto hoc sit possibile, sequetur ut prius deduximus, quod similiter ab alio pūcto illius arcus circuli, cuius cētrū h, quā à pūcto 3, possit forma pūcti a, reflecti ad uisum existentē in pūcto b, quod est impossibile, & cōtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pūcti a, ab uno pūcto circuli, cuius cētrū h, reflectitur ad uisum existētē in puncto b, reflectetur eadē forma pūcti a, ad eādē speculi colūnaris cōcaui ad uisum existentē in pūcto t, ab uno tantū speculi pūcto, & si à duobus pūctis speculi fiat reflexio formæ pūcti a ad b, & à duobus pūctis speculi reflectetur a ad t. Si uero una harū reflexionū à tribus fiat pūctis, fiet etiā reliqua à tribus, & ab illa parte circuli uel speculi nō est possibile fieri plures reflexiōes, sicut aūt ab uno tm̄ pūcto arcus oppositi in circulo fit reflexio formæ pūcti a ad pūctū b, sic etiā ex illa parte speculi a uno tantū pūcto fit reflexio formæ pūcti a, ad uisum existētē in pūcto t. Itē linea t b æquedistat axi

x h. Sunt ergo in eadē superficie per 1. primi huius, quæ est superficies b h u, nec enim potest alia sumi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Item nec potest sumi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter super superficiem circuli, cuius centrū est punctum h, cum per 92. primi huius, axis h u, sit perpendicularis super ipsam, punctus ergo c, non est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli, sed neq; illa puncta c & a, sunt in eodem circulo, sed neq; sunt in axe speculi, quoniam linea b c est æquedistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uisum existentē in puncto c, est oxigonia sectio, uerū producta linea c a, ex utraq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cū quatuor sint superficies reflexiōis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficierū necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & c, patet quod linea p r est cōmunis illis quatuor superficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, sunt centrum uisus, quæ est punctum c & punctum rei uisæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in omni superficie reflexionis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, quælibet autē illarum superficierum secat speculum super superficiem cōtingentem speculum in puncto suæ reflexionis, & cuilibet istarum superficierum reflexionis, & superficiei in illo puncto speculum contingentis cōmunis sectio est linea recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem, sicut lineæ cōmunes illarum sectionum sunt eædem, linea itaq; p r, est perpendicularis super unam tantum illarum quatuor cōmunium linearum non super duas, quoniā si esset perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpēdicularis super duas superficies speculum secundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p t, necessario transitet axem, cum tamen ostensum sit prius quod linea c a, quia est pars lineæ c p t, cadat citra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpēdiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à puncto rei uisæ quod est a, quæ erunt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares super oxigonias sectiones cōmunes illis superficiebus reflexionum & speculi. Quælibet itaq; istarum perpendicularium aut erit æquedistans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, siue intra speculum siue extra, si fuerit æquædistans, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis, ut supra patuit in 11. huius, & cū quatuor sint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines, ideo quod quatuor sunt loca reflexionum, Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis suarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundum numerum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

XVI.

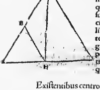
In speculis columnaribus concauis dato centro uisus in puncto rei uisæ, punctum reflexionis inuenire.

Sit speculū columnare concauū, cuius axis sit d h, sitq; punctū rei uisæ, & a cētrū uisus b, quæ sint in locis datis, dico quod est posibile punctū reflexionis inueniri. Si enim pūctum rei uisæ quod est a, & centrū uisus quod est b, fuerint in una plana superficie speculum trans axem secante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lōgitudinis, potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie, imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculum æquedistanter basibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis sectio superficiei illius, & superficiei speculi circulus, cētrum itaq; uisus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut nō, si sic, potest reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, sicut supra in 27. octaui huius, docuimus in speculis sphæricis concauis. Si uero centrum uisus b, nō fuerit in superficie illius circuli, tunc cum punctum rei uisæ, & centrum uisus semper sit in superficie reflexionis, per 3 huius, patet quod cōmunis sectio superficiei reflexionis, & speculi in hoc situ est sectio oxigonia, ducatur ergo à puncto b, centro uisus perpendicularis super superficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota probatio proximæ præcedentis, est palā, qa inuenitur pūctus reflexiōis, qd est ppositū.

XVII.

Centro uisus existente in puncto, qui est communis sectio axis, & lineæ perpendicularis super superficiem contingentem speculum pyramidale concauum fiet reflexio formę ipsius oculi ab una totali periferia circuli speculi ęque distantis basi, & solum per lineas perpendiculares, locusq́ imaginis erit in centro uisus.

Esto speculũ pyramidale concauum, cuius axis sit a h, & ducatur à pũcto h, linea perpendicularis super superficiẽ contingentẽ speculum in puncto b, erit itaq; punctus h, cõmunis sectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ est h b, dico quod si centrum uisus positum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidẽtis à tota periferia unius circuli speculi æquedistantis basi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a, uertex speculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis speculi, eritq́ trigonũ h b a orthogoniũ, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpẽdicularitatẽ lineæ h b, super lineam a b, imaginentur ergo à puncto h, plurimæ duci perpendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b, perpendicularis super lineam lõgitudinis quæ est a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto



trigono quousq; ad locũ unde exiuit redeat, describetq́ punctũ b, circulũ in periferia concauitatis speculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uisum existentẽ in puncto h, secũdũ lineas perpendiculares similes lineæ h b, hoc est secundũ lineas, quas motu suo determinabit linea h b. Fiat autem reflexio solũ superficiei illius uisus per 21. quinti huius, & solũ partis superficiei uisus, quam secãt duæ lineæ perpendiculares à centro oculi existentes, & maiorem angulum qui est impossibilis cõtinentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus imaginis in centro uisus, quoniam non fit reflexio nisi secundũ perpendiculares, patet itaq; propositum, ita tamen quod inter centrum uisus, & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidũ quod obsistat.

XVIII.

Existentibus centro uisus puncto q́ rei uisæ in axe speculi pyramidalis cõcaui, possibile est reflectionem fieri à toto uno circulo superficiei reflexionis speculi, locusq́ imaginis erit quidam circulus extra speculum.

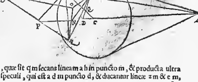
Esto speculum pyramidale concauum, cuius axis sit linea a h, & uertex a, sitq́ centrum uisus in puncto h, & sit pũctus rei uisæ in puncto axis qui sit t, imagineturq́ superficies plana secans pyramidem speculi secundũ axis longitudinem, quæ sit a b h g, & quoniam linea a h est axis speculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis speculi per 90. primi huius, ducatur itaq; à puncto rei uisæ quod est t, linea perpendicularis super lineam a b, quæ sit t q, & producatur ultra punctum q, extra speculum ad punctum l, donec linea q l sit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l, hæc itaq; necessario secabit lineam a b, quoniã est cũ illa in eadem superficie, sit ergo ut secet ipsam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem speculi sit linea b d secans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam itaq; cum linea t q sit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, sed angulus q t b æqualis est angulo t b d per 29. primi, quia sunt coalterni, & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrinseco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20 quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto speculi quod est b, ad centrũ uisus existens in puncto h, & quoniam linea t q est perpendicularis super superficiem speculi, patet per diffinitionem, quoniam ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti t, cõcurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis q̃ est h b, in puncto l, est ergo pũctus l, locus imaginis formæ puncti t. per 37. quinti huius

huius, si itaque fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quousque redeat ad locũ unde incepit, tunc punctus h, motu suo describet circulum in superficie concaua speculi, & à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoque l, motu suo describet circulum extra speculum, in cuius tota periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, concurrent, patet itaque propositum.

XIX.

In pyramidalibus concauis speculis communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoque rei uisæ existentibus in eadem superficie basis speculi aut ei æquedistantis, neque sit ipsorum aliquod in axe speculi formarum punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum puncto speculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

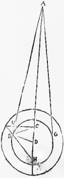
Esto speculum pyramidale concauum a g u, cuius axis sit a d, & uertex a, sitque punctus e centrum uisus, & sit z punctus rei uisæ oblique incidens speculo, ita quod non sit in aliqua linearum perpendicularium super superficiem uisus, neque sit in axe speculi quod est a d, neque fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi, fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uisum e, ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessario communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia per secundam huius, & sint puncta e & z, in eadem superficie circuli basis speculi aut æquedistantis ei, dico quod est possibile, ut ab uno tantum pũcto speculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uisum, & quandoque unica apparebit imago, quandoque duæ, quandoque tres, quandoque quatuor, nec est possibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum sunt puncta reflexionis possibilia, imaginetur itaque superficies plana transiens per punctum z, æquedistans basi speculi, hæc itaque superficies per 100. primi huius, secabit speculum secundum circulum, centrum itaque uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi erit in superficie illius circuli, cuius centrũ sit c, & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulũ, palam ergo per ea quæ demõstrata sunt in speculis sphæricis concauis per 40. octaui huius, quoniam in tali dispositione forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte scilicet ab arcu interiacente semidiametros, in quibus puncta z & e, consistunt, aut ab uno puncto speculi, aut à duobus, aut à tribus, & ex alia parte ab arcu scilicet interiacente illas semidiametros reliquas, in quibus puncta z & e, nõ consistunt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaque aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod sit h, & ducantur lineæ z h & e h, & semidiameter c h, patet itaque per 17. tertij, quoniam linea c h, est perpendicularis super lineam circulum in puncto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam est, quoniam linea c h diuidit angulum z h e, per æqualia, ergo per 29. primi huius, linea c h, secabit lineam e z, sit ergo punctus sectionis q ducaturque per 101 primi huius, linea longitudinis speculi, quæ sit a h, & à puncto q, ducatur linea cadens perpendiculariter super li-



neam a h, per 12. primi, quæ sit q m secans lineam a h in puncto m, & producta ultra punctum q, secet axem speculi, qui est a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,

&a

& à puncto z, quod est pūcta rei uisæ ducatur in superficie illius circuli linea æquedistās lineæ q h, quæ sit z l, quia itaq; linea e h cōeurrit cū linea q h in pūcto h, patet per 2. primi huius, q̄m linea e h, ꝑducta ultra punctū h, cōcurret cū linea z l, sit cōcursus pūctus l, & à pūcto h, ducatur linea ꝑpendicularis super lineā l z, q̄ sit h p, deinde in superficie e m z ducatur à pūcto z, linea æquedistans lineæ q m, q̄ sit linea z o, quia ita linea e m cōcurrit cū linea m q, patet ꝑ 2. primi huius, quod ipsa concurret cū linea z o ipsius æquedistante. Sit ergo cōcursus in pūcto o, & ducatur linea l o, & à pūcto p, ducatur linea æquedistans lineæ l o, quæ sit linea p n secans lineā z o, in pūcto n, & ducatur linea m n, palam itaq; ex præmissis, & ꝑ 20. q̄nti huius, q̄d angulus e h q est æqualis angulo q h fi, sed q̄a lineæ c h & l z æquedistant, patet ꝑ 29. q̄d anguli q h z & h z l sunt æquales, quia coalterni, sed & angulus q h e extrinsecus est æqualis angulo h l z intrinseco, anguli ergo h l z & h z l sunt çquales, ergo per 6. primi, latera h l & h z sunt æqualia, sed linea h p est perpendicularis super lineam l z, basem ysochelis h l z, erunt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z similia, ergo per 4. sexti, cum linea h p, sit ambobus illis trigonis communis, erit linea l p æqualis lineæ p z, sed in trigono l o z, linea p n est æquedistans lineæ l o, ergo per 2. sexti, erit ꝑportio lineæ z n ad lineā o n, sicut lineæ z p ad lineā p l. Est ergo linea z n æq̄lis lineæ n o, & cū sicut patet ex p̄missis linea o z sit æq̄distans q m, & linea h q sit æq̄distans l z, ergo ꝑ 15. undecimi, erit sup̄ficies z l o æq̄distans sup̄ficiei q m h, & superficies e o l, secat illas duas sup̄ficies, superficiē q̄dē q h m secūdū lineā h m, & sup̄ficiē l o z secundū lineā l o, ergo ꝑ 16. undecimi, cōmunes sectiones superficiei e o l, cū illis duabus superficiebus æq̄distantibus sunt æquedistantes, linea ergo h m æquedistabit lineæ l o, sed linea p n æque distat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æq̄distant, q̄a itaq; linea h p cadit inter lineas h c & l z æq̄distātes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h e sunt æquales, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h e est rectus, ergo per 15. tertij, linea p h cōtingit circulū, igitur superficies a h p est cōtingens pyramidem speculi, ergo per 95. primi huius, cōtingit lineam illā secundū lineam longitudinis quæ est a h, & in hac sup̄ficie erūt ambæ lineæ p n & n m, linea quidē m h, q̄m est pars lineæ longitudinis, quæ est a h linea uero p n, per 2. primi huius. Omnes enim lineæ æquedistantes necessario sunt in eadem superficie, & linea p n & h m æquedistant linea uero n m, est in eadem superficie per 1. undecimi, quoniam pūcta n & m, sunt in illa superficie, est autē linea d m ꝑpēdicularis sup̄ superficiē a h p, speculū cōtingentē, ergo linea d m est perpēdicularis sup̄ lineā n m, ꝑ diffinitionē lineæ perpēdicularis super superficiē, sed lineæ d m & o z æquedistāt, ut prius patuit, ergo ꝑ 29. primi, linea n m q̄ est perpēdicularis sup̄ lineā d m, erit perpēdicularis super eius æq̄distātē q̄ est z o, sed linea o n est æq̄lis z n ergo ꝑ 4. primi, erit linea m o æq̄lis m z, ergo ꝑ 7. q̄nti, erit proportio lineæ e m ad lineā m o, sicut eiusdē ad lineā m z. Est aūt ꝑportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e q ad lineā q z ꝑ 2. sexti, cū lineæ m q & o z sunt æ q̄distantes, in trigono o z e, uel sic est aūt ꝑportio lineæ e m ad lineā m o, sicut lineæ e h ad lineam h l, sed lineæ l h & h z sunt æq̄les ꝑ p̄missa, ergo ꝑ 7. q̄nti, est ꝑportio lineæ e h ad lineā h z, sicut ad lineā h l, est aūt ꝑ 3. sexti, cū linea h q, diuidat angulū e h z ꝑ æq̄lia, ꝑportio lineæ e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo ꝑ 11. q̄nti, ꝑportio lineæ e m ad lineam m z, sicut lineæ e q ad lineam q z, ergo m q diuidit angulū e m z per æq̄lia, per 3. sexti, est ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in pūcto e, à puncto speculi quod est m, sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uisum existentē in puncto e, à solo puncto circuli, quod est h, ita similiter reflectetur eadem forma pūcti z ad uisum e, à solo pūcto speculi, quod est m b, si fiat in hoc situ reflexio à duobus pūctis circuli, erit etiam reflexio à duobus pūctis speculi, & per eandē demonstrandū, & si à tribus punctis circuli fiat reflexio fiet etiam à tribus punctis speculi, & si fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius, & ab alia parte circuli, ita fiet etiam



reflexio

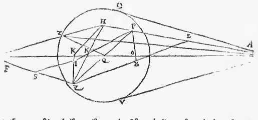
reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cõmuni sectione sup̃ficiei reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus punctoq; rei uisæ existentibus intra speculũ, non in axe, nec in eadẽ sup̃ficie basis speculi, aut ei æquedistante, formarũ punctorũ rei uisæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto speculi, quarundã à duobus, quarundã à tribus, quarundã à quatuor, non autẽ à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex a, & axis a d, sitq; punctus rei uisæ z, & centrum uisus e, ductaq; per punctum z, superficie secante speculũ æquedistanter basi speculi, non sit punctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq; quod uerũ est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quæ sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrũ uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi, est intra speculum, non in axe, sit centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octaui huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e. à pũcto rei uisæ ad centrum uisus in punctum e, & linea longitudinis speculi quæ sit a c, palam itaq; ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctũ h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & punctũ e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit', ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam longitudinis speculi, quæ perpendicularis sit o p, hæc itaq; p̃ducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet p̃ 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea æquedistans semidiametro q c, p̃ 31. primi, quæ sit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa cõcurret cum eius æquedistante scilicet cum linea z f, sit punctus concursus f, Item à puncto z ducatur linea æquedistans lineæ o p, quæ sit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cõcurret cũ illa z h, sit punctus cõcursus k, & ducãtur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, cõcurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cũ itaq; linea z f sit æquedistans lineæ q c, & linea z k æquedistans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq; d p & q c, similiter cõcurrunt in aliquo puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quæ est superficies a q c sunt æquedistantes, per 15. undecimi quod autem superficies o p q c, sit pars superficiei a q c, patet ex his, quoniam enim linea p o, p̃ducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa sup̃ficie, tota ergo superficies o p, q c est pars superficiei a q c, & quia superficies z k f & a c q, sup̃ duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ e p & k f sunt æquedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à pũcto c, linea perpendicularis sup̃ lineã z f, per 12. primi, quæ sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo per 29. primi, angulus s c q est

rectus, quoniam linea z f & c q æquedistant, ergo per 15. tertij, linea c s cõtingit in puncto c circulum, cuius centrum est punctum q, superficies itaq; a c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam lõgitudinis quæ est a c, sed linea o p est perpendicularis super lineã a c, est ergo linea o p, erecta super superficiem a c s cõtingentem pyramidem, quoniam linea o p est in superficie a q c, transeuntẽ per axem a d, & per lineã longitudinis a c, talis autẽ superficies ut patet per 97. primi huius, erecta est super superficiẽ contingentem speculum in linea longitudinis quæ est a c, quia ergo superficies a c s, secat duas superficies o p q & z k f, quæ sunt æquedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duæ lineæ quæ sunt illarum superficierum cõmunes sectiones sunt æquedistantes, quarum linearum una est linea p c, & altera sit linea s l, secans lineam z k in puncto l, patet quoq;, quia punctus l, cadit inter puncta k & z, lineæ itaq; p c & s l æquedistant, sed lineæ p c & f k æquedistant ad inuicem, quoniam sunt in superficiebus æquedistantibus, ergo per 30. primi, lineæ s l & f k sunt æquedistantes, & quoniam lineæ q c & z f æquedistant, patet per 29. primi, quod angulus n c z est æqualis angulo c z f, quia sunt coalterni, & angulus h c n extrinsecus est æqualis angulo c f z intrinseco, sed anguli h c n & n c z sunt æquales, ergo anguli c f z & c z f sunt æquales, ergo per 6. primi, lineæ c f & c z sunt æquales, & linea c s est perpendicularis super basem ysoschelis c f z, trigona itaq; partialia quæ sunt c s f & c s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea c s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea s f æqualis lineæ s z, sed cum linea s z æquedistet lineæ f k, in trigono f k z, erit per secundam sexti, proportio lineæ f s ad lineam s z, sicut lineæ k l ad lineam l z, erit ergo linea k l æqualis lineæ l z, ducaturq; linea p l, cum ergo superficies a c s l, in qua ducta est linea p l, sit erecta super superficiem z k f, in qua cadit linea z k, erit per diffinitionem superficiei super superficiem erectæ linea p l erecta super lineã z k, ergo per 4. primi, cum linea k l sit æqualis lineæ l z, lineaq; p l sit communis, & anguli ad punctũ l sint æquales, quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, sed per 29. primi, angulus e p o extrinsecus æqualis est angulo p k z intrinseco, quoniam lineæ o p & z k æquedistant, & angulus o p z est æqualis angulo p z k, quia sunt coalterni, anguli ergo e p d & d p z sunt æquales, cum angulus p k z & p z k sunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto superficiei speculi quod est p, quod est unum propositorum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum q, à quo forma puncti z, reflectatur ad uisum existentem in puncto h, præmisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflecte-



tur forma puncti z, ad uisum existentem in pũcto e, ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; si forma pũcti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto h, à tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti z ad uisum e, à tribus punctis speculi, & si à quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & à quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum

hæc lo-

hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod à pluribus punctis speculi quàm à quatuor possit fieri reflexio formæ pũcti z, ad uisum existentẽ in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli cuius centrum est punctũ q, poterit per conuersionem præmissæ demonstrationis ostendi, quod forma puncti z, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, à pluribus punctis circuli q̃ à quatuor, quod est impossibile, & cõtra 49. octaui huius, semper enim ut patuit ex præmissis à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad pũctum h, à totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti z, ad punctum e, & econuerso, & dicenti cõtrarium accidit impossibile modo prædicto, patet itaq; quod punctorum rei uisæ in his speculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, sicut neq; in sphæricis concauis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro uisus & puncto rei uisæ in speculis pyramidalibus concauis punctum reflexionis inuenire.

Sit speculũ pyramidale concauũ, cuius axis sit linea a d, sitq; pũctus rei uisæ 3, & centrũ uisus sit punctũ e, quæ sint in locis datis, dico quod est possibile punctũ reflexionis inueniri. Si enim punctũ rei uisæ quod est 3, & cẽtrũ uisus quod est e, fuerint in una plana superficie speculũ trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea lõgitudinis pyramidis speculi, potest itaq; punctũ reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta 3 & b, non fuerint in illa totali superficie, imaginetur superficies transiens per punctũ z, secans speculũ æquedistanter suæ basi, erit ergo per 100. primi huius, cõmunis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrũ itaq; uisus quod est punctũ e, aut erit in illa superficie circuli aut non, quomodocunq; autẽ sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis, & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia, replicata ergo demõstratione 19. huius, uel proximæ præmissæ, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum est q, uel forte à duobus, uel à tribus, uel à quatuor, & quotcunq; fuerint, semper modo præmisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuersis propositionibus octaui huius, patet ergo propositum.

XXII.

Ambobus uisibus à speculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis pũcta reflexiõis eiusdẽ pũcti formæ rei uisæ ad diuersos uisus eiusdẽ uidentis nõ habẽt multã diuersitatẽ distantiæ, ppter uisuũ approximationẽ ad se inuicẽ, ut si pũcti unius formę imago sit aliqualiter ambobus uisibus occurrẽs duplicata, sunt tamẽ illæ imagines cõtiguæ & admixtæ, unde uidebũtur quasi unica imago, diuersitas etiam locorũ illarum imaginũ propter sui imperceptibilitatẽ nõ inducit aliquã distantiam in uisu, nec aliquẽ efficit errorẽ, uidetur ergo imago quasi una, & similiter per modũ quo in 59. octaui huius ostẽdimus, possibile est, quod diuersorũ uidentiũ uisibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatẽ illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquedistãtis axi speculi colũnaris cõcaui cẽtro uisus existente in eadem sũpficie uel in alia, reflexio fit à linea longitudinis speculi ad uisum.

Esto axis speculi columnaris concaui linea quæ z h, sitq; linea uisa axi, speculi æquedistans t p h, sitq; centrum uisus punctũ e, dico quod forma lineæ t q h, reflectitur ad uisum e, à linea longitudinis speculi a b g, quæ est cõmunis sectio superficiei t h z k, & su-

perficiei speculi, & hoc quidē si centrū uisus q̄d est e, nō fuerit in sup̄ficie t h z k demōstra ri potest omnimode sicut in 30. septimi huius. Si uero centro uisus fuerit in eadē sup̄ficie, demōstrabitur idē propositū, sicut in 50. septimi huius, reflectetur q; forma puncti t, á pū cto speculi g, & forma puncti q, á puncto speculi b, & forma pūcti h, á pūcto speculi a, erit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e, & angulus q b m æqualis angulo m b e, & an gulus h a r æq̄lis angulo r a e, patet etiā per 30. septimi huius, q̄d lineæ e k, h a, q b, t g, cō currūt in pūcto o, patet etiam idē quod linea a b g est linea recta extēsa in lōgitudine spe culi, & quod lineæ g z, b l, & a d, sunt perpēdiculares super superficiē contingentē specu lum, quæ contingit ipsum secundū lineam a b g, & quod linea a b g, est perpendicularis super superficiem in qua est triangulus e b o, & quod linea t q est æqualis lineæ q h, & li nea a b æqualis lineæ b g, palam itaq; cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit de monstratio, quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his speculis á linea longitudinis ip sorum, patet ergo propositum, quoniam siue linea longitudinis quæ est a b g, sit in conue xo uel in concauo ipsius speculi, quantum ad hoc nulla est diuersitas in proposito.

XXIIII.

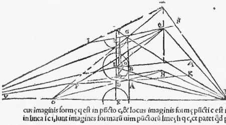
Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cōcaui centro uisus ex istente in eadem superficie, uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̄ in præcedēti, reflectatur q; forma lineæ t q h, á sup̄ficie speculi secundū lineā lōgitudinis quæ est a g, & sit centrū uisus e, in ipsa sup̄ficie t h z k, dico q̄d imago li neæ t q h uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h, quælibet enī perpēdicularis ducta ac ali quo pūcto lineæ t q h, erit semper in eadē superficie cū cētro uisus & axe, & ꝓbabuntur lo ca imaginū pūctorū lineæ t q h, situari secundū lineā rectā sicut in speculis planis per 52. quīti huius, ostēsum est de lineis rectis uisis, ut si aliqua linea recta rei uisæ imaginetur in his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situetur proporportionaliter ad illū, sicut nūc situatus est ad lineā t h, erit locus imaginis illius lineæ, linea t h, & apparebit recta & æq̄lis rei uisæ. Similiter q̄q; illud q̄d est in linea rei uisæ superius erit in imagine superius & q̄d in re uisa est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago cōformis rei uisæ, la titudo uero taliū uisorū erit maior q̄ latitudo suarū imaginū qm̄ imagines secundū lati tudinē cōstringūtur ꝓpter pūcta reflexionū q̄ angustantur, & pūcta latitudinis diuersan tur, qm̄ sinistrū rei fit dextrū imaginis, & dextrū rei fit imaginis sinistrū, patet ergo ꝓpo situm.

XXV.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colūnaris cōcaui centro uisus non existente in eadem superficie imago quādoq; uidebitur recta maior re uisa, quandoq; concaua, quandoq; conuexa, quandoq; unica, quandoq; plures.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quod centrum uisus quod est e, non sit in su perficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonstratione quinta septi mi huius. Patebit quod in speculis colum naribus conue xis locus imagi nis formæ pūcti h lineæ t q h est in pūcto f, & lo



cus imaginis formę q est in pūcto c, & locus imaginis formę pūcti e est in pūcto i, sic ergo in linea f c i, sunt imagines formarū uim pūctorū lineę h q e, et patet q̄d pūctus c est ꝓpin

quio

quior centro uisus quod est e, q̃ linea recta f i, & quod linea f i, est in superficie trigoni u h t, & quod duæ lineæ u h & u t sunt æquales, & quod duæ lineæ u f & u i sunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h f sint æquales, est ergo proportio lineæ t l ad lineã i u, sicut lineæ h f ad lineam f u, ergo per 2. sexti, linea f i, æquedistat lineæ t h, patet etiam ex eadem 5 septimi, quia duæ lineæ 3. e i sunt æquales, ducatur ergo linea e u, quæ secet lineam f i in puncto f, diuidat ergo ipsam per æqualia, nã linea t h, diuisa est in duo æqualia in puncto q, & erit linea t u, in superficie trigoni q u e, quæ est superficies circuli b f, æquedistans basibus speculi, punctus itaq; c, erit in superficie trigoni t u e, & similiter punctum t, in superficie trigoni t e i, est ergo punctũ c, in linea quæ est cõmunis sectio illarũ duarũ speciei ũ, scilicet trigonorũ q u e & t e i, sed hæc cõmunis sectio est linea e b, per 19. primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinẽ lineæ e b, linea ergo q t, secat lineam e b in rectitudinẽ ipsius, & duæ lineæ h u & t u, sub duobus pũctis d & 3, nam duæ lineæ h u & t u, sunt duo katheti incidẽtiæ, scilicet duæ lineæ perpẽdiculares existẽtes à duobus terminis lineæ t h sup duas lineas cõtingẽtes duas portiões duarũ sectionũ columnarũ speculi, in quarũ circumferẽtia sunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uisum in pũctũ e, superficies ergo trianguli u h t, est sub axe speculi, quæ est 3 k, sed nullum punctũ ipsius axis, etsi protrahatur in infinitũ, erit unq; in supficie trianguli u h t, nã si hoc esset possibile, tũc si axis k 3 cõtinuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t secundũ lineã rectam, tunc illa superficies in qua esset illa linea recta, & linea u h t, esset superficies trianguli u h t, & illa superficies esset illa in qua sunt duæ lineæ æquedistantes, quæ sunt h t, & axis 3 k & sic superficies in qua sunt duæ lineæ h t & k 3, esset superficies trianguli h u t, & sic totus axis 3 k, erit in superficie trianguli h u t, sed ex hypothesi axis est æquedistans lineæ h t, & secundũ istũ modũ accideret quod axis k 3, secaret duas lineas h u & t u, sed & linea t h, secundum eius punctum h, est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies reflexionis, & sectio communis huic superficiei & superficiei columnaris speculi & sectio oxigonia, superficies ergo e u h, secat axem columnarem speculi in uno puncto, scilicet in puncto d, ut totum præostensum est in commento 5. septimi. Si ergo axis k 3, secat lineam h u, punctus sectionis cum linea h u, erit in superficie trianguli u e h, sed in hac superficie non est punctum per quod axis transeat nisi punctum d, secabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d, sed per 11. primi huius, uel per 44. septimi huius, ostensum est, q̃d linea h u, secat axem sub puncto d, in duobus punctis, secabit linea h u axem k 3, quod est impossibile, axis ergo k 3, totus est extra superficiem h u t, & propinquior uisui existente in puncto e, q̃ superficies h u t, superficies ergo in qua sunt lineæ h t, & axis k 3, propinquior est centro uisus puncto e, q̃ superficies u h t, & punctum f t est in superficie in qua tur linea q l, per 7. undecimi, & in eadem superficie cũ lineis æquedistantibus quas copulat, quæ sunt h t & 3 k, punctũ ergo t, est propinquius puncto e centro uisus q̃ sit linea f 3. Sed punctũ cũ sit cõmunis sectio linearũ e b & q l, ut in 51. septimi huius, præostendimus palam quod est in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea c b ducatur ultra punctũ b, ipsa perueniet ad punctũ t, supponatur itaq; peruenisse ad punctũ c, his itaq; sic præmissis patet quod si linea f i, quæ est ostensa per 51. septimi huius, in speculis columnaribus cõuexis esse imago lineæ t h, & esse æquedistans lineæ t h, & axi 3 k, & si in aliquo corpore uisibili uisus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis speculi columnaris, tunc forma lineæ, si reflectetur ad uisum in puncto o, à linea longitudinis speculi, quæ est a b g, & diuersabitur imagines eius secũdum diuersitatem distantiæ suæ ab axe speculi, quæ est 3 k, quia enim angulus e l m est acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c est acutus, & linea e b c, est in superficie circuli b f, & linea l b est semidiameter illius circuli per 27. septimi huius, linea ergo e b c secat circulum, & eius pars quæ est b r, est intra circulum & intra concauitatem speculi, & similiter est de linea o b, quoniam ipsa cadit intra concauitatẽ speculi, ideo q̃d angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l, & t b l sunt æquales, q̃niã ipsi per 25. primi, sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & semidiameter l b est perpendicularis super superficiẽ contingentem columnam speculi secundũ lineam longitudinis speculi transeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit speculo per lineã

c b,& à puncto speculi b,reflectitur per lineam b o,& comprehenditur à uisu existente in puncto o. Item patet per 5.septimi huius,& ibi declaratum est,quod superficies contingens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro uisus, linea ergo e g , secat illam superficiem contingentẽ,secat ergo in puncto g,qui est punctus reflexionis,lineam in eodem puncto g,contingentẽ periferiam sectionis columnaris, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexionis formæ puncti t,lineæ t h,& speculi columnaris conuexi, & quia secat illam lineam contingentẽ in puncto ipsius speculi,quod est g,secat ergo sectionẽ oxigoniam,& cadit intra ipsam,cadit ergo intra concauitatẽ speculi , & est linea g l,duæ ergo lineæ o g & g i,cadunt intra concauitatẽ speculi,& linea 3 g, est perpendicularis super superficiẽ contingentẽ columnã speculi per 96.primi huius,quoniã ducitur ab axe perpendiculariter super lineã longitudinis speculi transeuntẽ per punctum g, & duo anguli o g 3 & 3 g i sunt æquales per 15.primi,ut prius,forma ergo puncti i, incidit superficiei concauæ ipsius speculi secundum lineam i g,& à puncto speculi g , reflectitur ad uisum existentem in puncto o,secundum lineam reflexionis,quæ e g o,& eodem modo patet,quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam f a , & reflectitur à puncto speculi ad uisum existentem in puncto d,secundum lineam reflexionis , quæ est a o, & etiam patuit in commento 51.septimi huius,quoniam duæ lineæ h u & t u sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo puncta h & g,imago ergo formæ puncti f,est in linea h u,per 26.quinti huius,sed linea a o est linea reflexionis formæ puncti f, quoniam à puncto reflexionis quod est a,producitur ad uisum existẽtem in puncto o,imago itaq; forma puncti f,est in linea f o,per 37.quinti huius,punctum ergo h,quod est communis sectio linearum h d & o a,est locus imaginis formæ puncti f,similiter quoq; patet,quod punctum t est locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l,à puncto t,ad punctũ centrum circuli b,eritq; linea a,producta ultra punctũ c perpendicularis super lineam contingentẽ circulum per 17.tertij, est ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c,per diffinitionẽ illius katheti,quia ergo forma puncti c,reflectitur ad uisum in punctũ o,à puncto speculi b,erit imago formæ puncti c,in linea q c l,quæ est kathetus suæ incidentiæ,sed & in linea reflexionis, quæ est b o,necesse est esse eandem imaginem per 37,quinti huius,imago ita q; formæ puncti c, necessario est in puncto quod est cõmunis sectio linearũ l t q & o b,hoc aũt potest esse in partibus diuersis,patuit enim per 11.octaui huius,quod imago formæ puncti quæ reflectitur à cõcauitate circuli speculi,quãdoq; occurrit uisui inter uisum & speculũ , quãdoq; ultra speculũ,quãdoq; in centro uisus,quãdoq; ultra uisum,quãdoq; in ipsa superficie speculi,& ut patet p 40.octaui huius,quãdoq; apparet una imago, quãdoq; duæ , quãndoq; 3,quãdoq; 4,imago ergo pũcti c,cũ formæ ipsius reflexio fiat à pũcto periferiæ circuli æquedistãtis basibus speculi,erit forte in linea h q,ultra speculũ,& forte erit ultra lineã b q, & forte ultra lineã b o,retro uisum,& forte erit in linea b o,inter uisum & speculũ, & forte erit in pũcto o,scilicet in ipso cẽtro uisus,& forte erit unica imago,forte 2,forte 3,forte 4,si itaq; locus imaginis formæ pũcti c,uel alicuius pũcti formæ lineæ f i,utpote illius secundũ quã lineã b c,pducta ultra pũctũ c,secat lineam i f,quia & illud punctũ reflectitur à pũcto speculi columnare cõcaui,q̃d est b,ad uisum existentẽ in pũcto o,p 20.qnti huius. Si ergo locus imaginis formæ pũcti c,uel illius pũcti lineæ f i,fuerit punctũ q , tũc linea h q t,erit diameter imaginis formæ lineæ i f,& si omnes imagines omniũ punctorũ lineæ f i fuerint in linea h q t,tũc imago eius erit linea recta,nam mediũ eius punctũ,quod est punctum q,est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quæ sunt h & t,quod si locus imaginis formæ puncti c , fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ , quæ est f i, erit concaua , eiusq; concauitas respiciat uisum,& si imago formæ puncti c , fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uisus , aut inter speculum & uisum , tunc uidebitur imago lineæ f i conuexa,cuius conuexitas respiciet uisum, & si fuerit imago formæ puncti c,in linea b o, retro uisum,tunc iterũ uidebitur imago concaua,in cuius concauitate situabitur centrum uisus,quod si punctum c plures habuerit imagines,tunc linea f i plures habebit imagines , quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &

t,&

t,& media ipsorũ erunt distincta & separata,& linea h t,erit cõmunis diameter omnium illarum imaginum quotcunq; fuerint imagines,& forte linea h t,quæ est diameter imaginis,erit maior q̃ linea rei uisæ,quæ est s i,in modica quantitate,patet ergo propositũ.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uisæ,superficiem in qua est axis speculi columnaris cõcaui orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie, à circumferentia circuli, qui est communis sectio dictæ superficiei & speculi fiet reflexio, imagoq; lineæ uisæ quandoq; erit recta, uel aliquando conuexa.

Esto sicut in 52.septimi huius,ꝓponitur,linea t h in sũpficie plana orthogonaliter secante superficiẽ in qua sunt centrũ uisus e,& à pũctis dati speculi colũnaris qui sit d f,sitq; centrũ uisus q̃d sit e,in eadẽ sũpficie lineæ t h,facta quoq; figuratione 52.septimi huius, cõpleatur demonstratio ut in illa ꝓpositione,eritq; imago lineæ rectæ quæ est t h curua,si itaq; speculũ idem quod ibi conuexum accipit̃,assumatur concauũ,& in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundũ cuius terminos extremos ducatur etiã linea recta quæ sit in sũpficie rei uisæ,& centrũ uisus disponatur ꝓportionaliter circa illam lineam in eadem sũpficie,tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uisæ erit lineæ t h recta,patet ergo propositum,& forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa,sicut ostensum est in 57.octaui huius,& hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

Superficie lineæ rectæ uisæ orthogonaliter axem speculi columnaris concaui secante, centro uisus non existente in eadem superficie, reflexioneq; facta ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uisum respicientis.

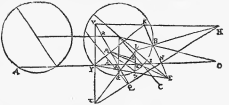
Fiat omnimoda dispositio figuræ quæ in 53.septimi huius,dico q̃d' uerum est quod ꝓponit̃,patet eñ per ea q̃ in cõmento illius dicta sunt,q̃d' puncta t & h,qa æqualiter distant à centro uisus,punctũ.s.e,reflectunt̃ ad uisum à duobus punctis oxigoniarum sectionũ,cadentibus cum quodã circulo æquedistante basibus speculi,q circulus erit medius inter lineã h t,& inter superficiẽ transeuntẽ centrũ uisus e,secantẽ speculũ æq̃distãter basibus ipsius speculi,sit ergo ut forma puncti h reflectit̃ in punctũ e,à puncto speculi b,q est punctus periferiæ cuiusdã sectionis oxigoniæ q̃ est cõis superficiei reflexiõis & superficiei speculi,cadens in circulo b g,lineæ ergo h b & b e,cõtinẽt angulos æq̃les cũ linea cõtingente illũ circulũ in pũcto b,& similiter forma pũcti t,reflectit̃ ad uisum e,à pũcto speculi g,& lineæ t g & g e,cõtinẽt angulos æquales cũ lĩea cõtingẽte circulũ speculi in pũcto g,lĩeæ q̃q; h b & t g,cõcurrũt in pũcto l,& lĩea h b cõtinet cũ lĩea ꝑpẽdiculari q̃ est b o,angulũ acutũ,lĩea ergo h b,secat sũpficiẽ cõtingẽtẽ sũpficiẽ colũnæ in lĩea lõgitudinis,i q̃ est pũctũ b,lĩea itaq; b l,cadit intra cõcauitatẽ colũnæ,& super lineã g l. Similiter q̃q; duæ lineæ b f & g y,cadũt intra cõcauitatẽ colũnæ,& p 15.primi,duo anguli a b d & d b r sunt æquales,cũ ipsorũ cõtrapositi,q sunt e b o & o h b sint æquales p 20.q̃nti huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g i sunt æquales,si itaq; lĩea f i,quæ in speculo columnari conuexo,& imago lineæ t h,fuerint tunc in aliquo uisibili opposita speculo columnari concauo,& centrũ uisus fuerit in pũcto l,tunc forma puncti r,incidet in speculo secundũ lineam r b,& reflectet̃ ad uisum in punctũ l,à puncto speculi b,& linea h u est ꝑpendicularis super lineam contingentẽ sectionem,in cuius periferia est punctum l, à quo fit reflexio,imago ergo formæ puncti r,erit in katheto r h,per 36.quinti huius,sed & eadẽ imago necessario est in linea reflexionis q̃ est b l. Erit ergo in cõi illarũ sectione in pũcto h. Est ergo pũctũ h imago pũcti r, ut hæc oĩa patent p 37.q̃nti huius. Similiter q̃q; declarabit̃,q forma puncti y,incidet speculo p lineã y g,& reflectet̃ p lineã g l,à pũcto speculi g,& eius imago uidebitur in puncto t,& ducatur linea q u,hæc ergo secabit lineam r y,quæ est inter duo puncta q & u,puncta quoq; h q t u,sunt omnia in superficie circuli h g,ut patet ex p̃missis,secet ergo linea q u,lineam r y,in puncto m,punctum

itaq;

itaq; m, in superficie transeunte per axem speculi, & per centrũ uisus punctum l, nam ut in cõmento præassumptæ propositionis 53. septimi huius patuit, puncta l & q, sunt in illa superficie, nam ut ibi acceptũ est, patet quod in illa superficie in qua erat centrũ uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d, sed & illa supficies secabit lineã h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per 1. undecimi, linea q u, est in illa supficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axẽ columnæ, ideo forma puncti m, potest reflecti ad uisum in punctũ l, in illa superficie, & linea a 3, est cõmunis sectio superficiei columnæ speculi & superficiei transeunti per suum axẽ, & per punctũ l, quod est centrũ uisus, forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l, quod est centrũ uisus ab aliquo puncto speculi lineæ. s. a 3, & ducatur linea e m, quæ erit in illa superficie, & linea e l, etiã erit in illa superficie, & punctũ e, ut supra patuit est elongatum à superficie contingente columnã speculi in linea a 3, ut patet per 5. septimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, cõcurret cum duabus lineis e m & e l, quæ sunt in una superficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, est intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n est extra ipsius conuexitatẽ in superficie columnæ, quoniam est in linea longitudinis columnæ, quæ est a 3, punctum uero e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositũ fuit esse centrũ uisus, & elongatum à superficie columnari speculi, patuit quoq; in demonstratione 53. septimi huius, quod circulus b 3 g, est medius inter lineam h t, & inter superficiẽ exeuntem à puncto e, æquedistantẽ basibus columnæ speculi, & linea perpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3, est in superficie transeunte punctum e, & secante speculũ æquedistanter basibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, super lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n, & uersus partẽ puncti n, quoniam linea e n, l d u, est cõmunis sectio superficierum reflexionis secundũ quas reflectunt formæ punctorũ h & t, quæ cũ sint oxigoniæ sectiones, patet per 103. primi huius, quoniam ipsæ sunt oblique, secantes axem speculi, ergo & ipsarũ cõmunis sectio oblique incidit illi axi speculi, ergo per 32. primi, angulus e i n est acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a est acutus, & angulus m i n erit obtusus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis super lineã q i, quæ sit m k, secans lineam a i in puncto k, punctũ ergo k, erit inter puncta i & a, quoniam si caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtusus, qui est m i n, quod impossibile, cadet ergo punctum k, inter puncta i & a, producatur itaq; linea m k, ultra punctũ k, ad punctũ s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ secabit lineã n k, quoniam cum linea n k, sit pars lineæ longitudinis speculi, patet quod ipsa est cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipsam in puncto f, & à puncto f, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ k m, quæ, producta ad axem speculi secet ipsam in puncto x, sitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, perpendicularis super lineã longitudinis speculi, quæ est a n, quoniam linea m k, æquedistans lineæ f x, est perpendicularis sup ipsam a n, eritq; linea f x, in superficie transeunte per axem speculi, & per punctũ l. Est ergo linea f x semidiameter circuli transeuntis per punctũ f, æquedistanter basibus columnæ per 21. septimi huius, linea ergo f x, est perpẽdicularis sup superficiẽ contingentẽ columnã speculi secundum lineam longitudinis, quæ est a 3, ducatur itaq; linea m f, quia ergo duorũ trigonorũ m k f, & f k s, duo latera m k & k s sunt æqualia ex hypothesi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctũ k sunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, est æquale lateri f s, ergo per 5. primi, angulus f m s, æqualis erit angulo f s m, linea uero f x, æquedistat lineæ s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinsecus, æqualis est angulo f s m, intrinseco, & anguli x f m & f m s sunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, est æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens speculo secundũ lineam m f, secundum lineam reflexionis, quæ est f l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto l, à pũcto speculi f, per 20. quinti huius, & linea x f, est perpendicularis super superficiẽ contingentẽ speculũ in

puncto

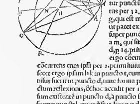
puncto f, & quũ linea m k, est perpendicularis super superficiẽ speculi, quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quæ est a 3, patet quod linea m k, est kathetus incidentiæ formæ puncti m, in ipsa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, sed & idẽ locus est in linea reflexionis quæ est l f. In illarum ergo linearum cõmuni sectione quæ est punctum s, est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t sunt æquedistantes & perpẽdiculares super superficiẽ transeuntẽ per axẽ speculi & per centrũ uisus qđ est nũc punctum l, quũ linea h t, taliter fuit disposita in 53. septimi huius, duæ igitur superficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erunt æquedistantes & ꝑpẽdiculares super superficiẽ transeuntẽ per axẽ, per 18. undecimi, & quia linea r i, est ꝑpendicularis super superficiẽ trãseuntẽ per axem & per punctũ l, ideo per 18. undecimi, superficies duarum linearum, quæ sunt r m y & m s, erit ꝑpendicularis super superficiem transeuntẽ per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s communis sectio illarum duarum superficierum, & quia linea a k, cũ sit pars lineæ longitudinis speculi, quæ est a 3, est in superficie transeunte per axem, quia omnis superficies secans columnam secundum lineam longitudinis per æqualia, transeat per axem illius columnæ, ut patet ꝑ 93. primi huius, sed & linea a k, est ꝑpẽdicularis super lineam m s, quæ est communis sectio inter superficiẽ transeuntẽ per axem, & inter superficiẽ duarũ linearum, quæ sunt r m & m s, ergo linea a k n est erecta super superficiẽ r m s, & linea a n, est æquedistans axi speculi, ergo per 8. undecimi, erit axis speculi perpẽdicularis super superficiẽ in qua sunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo sũpficies est perpendicularis super axem columnæ, punctum itaque s, est in sũpficie exeunte ex linea r i, perpendicularis super axem columnæ speculi, sed linea h t est in superficie perpendiculari super axem speculi æquedistanti superficiei exeunti ex linea r y, punctũ ergo s, est extra lineam h t, est ꝓpinquius pũcto l, centro uisus, quàm sint duo pũcta h & t, & duo puncta h & t sunt imagines formarum duorum punctorũ r & y, & punctũ s est imago formæ puncti m, palam ergo, quia imago formæ lineæ r m y, est linea transiens per puncta h s t, sed talis linea est arcualis, quia punctũ s est extra rectitudinem lineæ h t, transiens itaque per puncta h s t, linea arcualis quæ sit h s t, & quia linea h t, secundum hypothesim 53. septimi huius, fuit elongata à conuexo columnæ, erit linea h t, ultra superficiem speculi respectu puncti l, quod est nũc centrũ uisus, & iam supra ostensum est, ultra cõcauitatẽ speculi respectu pũcti l, & pũctũ l est intra cõcauitatẽ speculi, punctũ ergo l, quod est centrũ uisus, est extra sũpficiem in qua est linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctum f, est in superficie columnæ speculi extra sũpficiẽ circuli b g, & linea t h est ultra speculũ in sũpficie circuli b g, quũ est in sũpficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior quàm sũpficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, respectu uisus l, punctũ ergo s est altius quàm duo puncta h & t. linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, cõcaua cõcauitate uisum respiciẽte quod est ꝓpositum.



XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uisæ oblique secantis axem speculi columnaris concaui centro uisus existente in eadem superficie, imago uidetur concaua respectu uisus & conuersa secundum situm.

Esto speculum columnare concauũ, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axẽ, erit ergo cõmunis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit aũt sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qđ quęq; in superficie oxigoniæ sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentẽ speculũ columnare, ex cuius duobus terminis. s. ex duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi fit reflexio formarũ ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius ꝑpendicularis, quæ sit g a, & sit linea b e k, ꝑpendicularis super lineã cõtingentẽ ꝑiferiã sectionis in pũcto b, & sit pũctũ b, ꝑpe pũctũ g, itaq; linea ducta à puncto b, cũ linea ꝑpẽdiculari ducta super suꝑficiẽ speculi à puncto reflexionis quæ sit g, contineat suꝑ axem speculi angulũ acutum, patet ergo per 44. septimi huius, quoniam linea b e k, secabit lineã ꝑpendicularẽ, quæ est g a, sub axe speculi, & cõtinebit cũ ipsa angulum acutum, fiat ergo illarũ linearũ sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus per 32. primi, ut patet, cadatq; punctũ k in periferiã sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, linea æquedistans lineæ b k. quæ sit linea g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, æqualis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, linea ergo g d, erit intra cõcauitatẽ speculi, quoniam linea à puncto g, termino ꝑpendicularis, quæ est a g, extra sectionẽ ducta cõtinget sectionẽ, & continebit angulũ rectum cum linea a g, aut non continget, & continebit angulum obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminũ lineæ e g, angulus æqualis angulo e g d, qui sit e g l linea ergo g l concurret cũ linea b e k, ꝑ 14. primi huius, ideo qđ angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineæ b k, & in linea l e, ut contigerit, signetur punctũ m, & ducatur linea a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cũ sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex præmissis, linea m a, cadit intra sectionẽ, fiat quoq; super punctũ a, terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo g a m, qui sit angulus g a d, linea ergo a d, concurret cum linea g d, ꝑ 14. primi huius, ideo quia anguli d g a & d a g sunt acuti, sit ergo cõcursus in puncto d, linea itaq; a d, secabit lineam b k, cõcurrens cum ipsa per 2. primi huius, quoniam concurrit cum eius æquedistante quæ est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrũ uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi g, & linea k l b, quæ est kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquedistat lineæ g d, quæ est linea reflexionis, nunq; ergo concurrent, & sit locus imaginis formæ puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter quoq; forma puncti m, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, à puncto speculi quod est a, & kathetus incidentiæ quæ est linea b m k, secat lineam reflexionis quæ est a d in puncto t, ergo punctũ t est locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctũ d, quod est centrum uisus, superficies plana æquedistãs basibus columnæ, hæc ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & quoniam centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniam a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, quoniam secat lineam g d æquedistantem lineæ b k, ducitur enim per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h, quæ ducta per circulum secet ipsius periferiã in puncto p, & ducatur linea d h, quæ ꝑducta ad periferiã circuli incidat ipsi in puncto k, forma ergo puncti k, reflectitur ad uisum existentẽ in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet ꝑ 27. octaui huius, uerũ hoc ostensum est de reflexione formæ uisibili ad uisum secundũ talẽ sitũ ab aliq; puncto periferiæ circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi. s. arcus p r, qđ sit pũctũ o, & ducantur lineæ k o, d o, h o, angulus k o h, est æqualis



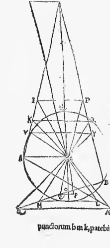
lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & quoniam linea reflexionis quae est d o, secat diametrum h p, ideo quia linea d h r, transit per centrum circuli, citra quem respectu puncti o, ducitur linea d o, haec ergo secat diametrum h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autem linea k h p, kathetus incidentiae formae puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctum n, est locus imaginis formae puncti k, ducatur itaque linea k d, quae per 19. primi huius, erit communis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius communis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utraque illarum superficierum, & nihil de superficie sectionis oxigoniae, quae est a b g, est in superficie circuli r p, nisi in linea k d, uel linea cuius pars est linea k d, punctum ergo g, est intra circulum, & similiter punctum b, & sunt in superficie sectionis, & punctum n, est in superficie circuli r o, & forma imaginis lineae l m k, transit per puncta g t n, linea uero pertransiens haec puncta est arcualis, quia superficies sectionis est declivis super superficiem columnae per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis non transit per totum axem columnae, neque est superficies sectionis aequidistans basi columnae, linea ergo t n g, quae est imago lineae rectae k m l, cuius superficies secat axem speculi oblique, est curua maxime curuitatis, & eius concauitas respicit uisum existentem in puncto d, & quia punctum t, est imago formae puncti m, & punctum n, imago formae puncti k, & punctum g, est imago formae puncti l, patet quod imago lineae l m k est conuersa, ita quod superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, correspondet infimo puncto lineae uisae, qui est l, & infimus punctus imaginis qui est n, correspondet supremo puncto lineae uisae, quod est k. Sic ergo situs partium imaginis non est conformis situi partium rei uisae, sed conuersus & difformis, patet ergo propositum, patet itaque ex hac propositione, & duabus praemissis, quod lineae rectae aequidistantes axi speculi columnaris concaui, & aequidistantes basi eius, & etiam quae sunt obliquae super superficiem eius, quandoque uidebuntur arcuales, quandoque rectae, quandoque conuersae, formae ergo eorum quae comprehenduntur in speculis columnaribus concauis, quandoque erit directa conformis in suo situ situi partium rei uisae, & quandoque erit difformis conuersum habens situm suarum partium respectu uisus partium rei uisae, & in respectu ad uisum.

XXIX.

Imago lineae rectae existentis in superficie speculum columnare concauum trans axem orthogonaliter secante, centroque uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoque maior, quandoque aequalis, quandoque minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoque una, quandoque plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octaui huius, circulus a b 3, cuius centrum in superficie speculi columnaris concaui aequedistans basibus speculi, & sit centrum uisus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in praedicta 48. praemissum est perpendiculariter erecta super superficiem circuli, & sint duae lineae e a & e b perpendiculares super superficies contingentes superficiem columnae speculi, & erit superficies trianguli d e g, perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b 3, per 18. undecimi, quia linea g d est perpendicularis super superficiem circuli, hoc est super eam superficiem, cuius sectio efficit circulum a b 3, superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & per 92. primi huius, transit per totum axem speculi, & per centrum uisus quod est punctum d, & neutra superficies earum quae sunt d b o & d a o, quae secant se in linea d o, ut patet per 19. primi huius, transit per totum axem, & in neutra illarum superficierum est aliquid de axe nisi punctum e, quod est centrum circuli a b t, utraque ergo superficies quae sunt d b o & d a o, secat superficiem columnarem speculi secundum oxigoniam sectionem, & fit reflexio formarum ad uisum a duobus punctis illarum sectionum, quae sunt a & b, ut patet per praemissam 46. octaui huius formae ergo puncti r, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, a puncto speculi quod est b, & forma puncti m reflectitur ad uisum in punctum d, a puncto speculi quod est a, & quoniam kathetus incidentiae formae puncti r, est linea r e n, secans lineam b d, quae est linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidentiae formae puncti m, est linea m e u, secans lineam reflexionis quae est a d, in puncto u, patet quod puncta n & u sunt loca imaginum formarum punctorum r & m, & erit linea n u, diameter imaginis, formae lineae m r, & est minor quam linea m r, ut patet in 49. octaui huius, & similiter formae duorum punctorum h & l, reflectentur ad uisum in punctum d, a duobus punctis speculi quae sunt

a & b, & erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & secũdũ ꝓmissa in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uisæ quæ est linea l h. Similiter ꝗq; linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & est maior ꝙ diameter rei uisæ quæ est linea f q, & oẽs istæ imagines erũt cõuersæ, ut ostensum est in 50. octaui huius. Si uero centrũ uisus fuerit in pũcto o, & formæ linearum quæ sunt p i, t k, & n u, reflectantur ad uisum in puncto o, à punctis speculi quæ sunt a & b, tũc erit econuerso. Erit em̃ diameter imaginis lineæ p i, quæ est linea f q, minor diametro t k rei uisæ & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior ꝙ illa. Omnesq; imagines linearum istarum rectarum erunt rectæ, sed cõuersæ secundũ sitũ & ordinẽ ꝑtiũ quẽ habent ipsæ res, nam dextrũ rei fit sinistrũ imaginis, & sinistrũ rei fit dextrũ imaginis, & similiter est de ꝑtibus quæ sunt sursum & deorsum. Itẽ cũ utraq; extremitatũ harum linearum unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot punctũ mediũ ipsius, & oẽs istæ imagines copulabuntur ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarum imaginũ, & si utraq; extremitas illius lineæ uel altior ipsarum plures habuerit imagines, pũctũ uõ mediũ habuerit tm̃ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alterni suum punctũ extremũ, & si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum mediũ multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorũ sphæricorum concauorum. In speculis em̃ colũnatibus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehenduntur, sicut accidit in speculis sphæricis concauis. s. de formis specierum uisibilium, & de quantitatibus, & de numero suarum imaginum, & de conformitate ipsarum ad res, quarum ipsæ sunt imagines, & de difformitate situs ipsarum secundum cõuersionẽ formarum partialiũ cum omnibus fallacijs quæ appropriantur cõuersioni, & oẽs fallaciæ sunt in his ut in speculis prædictis sphæricis concauis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.



XXX.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ secat axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.

Fiat in isto ꝓposito theoremate dispositio talis quæ in 28. huius, apparebitq; totum qđ ibi ponitur in his speculis columnaribus concauis, posito itaq; ut aliqua linea recta non æquedistet axe speculi columnaris concaui, cuius superficies incidentiæ oblique secat illum axem, si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineæ uidetur curua respectu uisus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisæ, quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem à puncto d, in quo est illic centrum uisus, tunc si à punctis a g o, à quibus fit ibi reflexio, erigantur lineæ longitudinis speculi per 100. primi huius, inueniantur puncta reflexionũ formarum punctorum m b k, pateteq; secundum modum plurium præmissarum, quod forma punctorum k m b, reflectetur ad uisum secũdũ dispositionẽ suo situi diuersam, & secundũ hoc disponetur curuitas imaginum & cõuersio figuræ, ꝗd si centrũ uisum nõ fuerit in lĩea ꝑpendiculariter erecta sup illã superficiẽ à pũcto d, tũc à centro uisus ducatur ꝑpẽdicularis sup illam superficiẽ per 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarum punctorum b m k, patebit propositum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici speculi pyramidalis concaui oblique super axem reflectitur ad centrum uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam à linea longitudinis speculi, imagoq́; ipsius uidetur recta, & si illa linea incidẽs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quæ in 55. septimi huius, inuenieturq́; in speculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ est a n, proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter cõcauitatem speculi quæ est a p y, punctũ quoq; quod est sub superficie speculum contingentem secundum lineam longitudinis speculi quæ est a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uisæ quæ est a n, ad uisum existentem in puncto r, erit illic punctũ k, in quo puncto f, si fuerit centrum uisus erunt omnia puncta quæ sunt in illa curua imagine, uel quæ sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad punctũ f. & imago lineæ curuæ quæ a p y, erit linea recta, quæ est a n, uel imagines duarum extremitatũ lineæ a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineæ a y, diuersabuntur, & hoc potest eodẽ modo declarari sicut sibi simile declaratum est in 55. septimi huius, quoniam enĩ ut ibi declaratũ est, angulus z r f est æqualis angulo z f r. Est autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r est æqualis angulo z f r, per 29. primi, sed per eandem 29. primi, angulus h z f est æqualis angulo z f r. Est ergo angulus p z h æq̃lis angulo h z f, palam ergo per 20. quinti huius, quoniã fiet reflexio formæ puncti p, ad uisum existentem in puncto f, á puncto speculi pyramidalis concaui quod est z, & quoniam linea h p o est kathetus incidentiæ formæ puncti p, & linea f z o est linea suæ reflexionis ad uisum existentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, est locus imaginis formæ puncti p, similiter quoq; angulus y e d est æqualis angulo h e r, quæ p 29. primi, est æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f est æqualis angulo e f r, sed ut in cõmento 55. septimi huius, ostensum est angulus e f r est æqualis angulo e r f, est igitur angulus y e d æqualis angulo d e f. ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in puncto f, á puncto speculi concaui quod est e, & quoniam linea y n, est kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n est linea suæ reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formæ puncti y, & punctum n, & punctum a, sicut reflectitur á uertice speculi, sic locus imaginis suæ est ibidem, per ea quæ dicta sunt in 11. & 12 octaui huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineæ a p y, curuæ, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ est diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tũc duæ extremitates lineæ a y, quæ sunt a & y, habebunt ut prius loca suarum imaginũ in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medij correspondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur, & secundum diuersitatem cõcursus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum secundum quas â punctis lineæ longitudinis quæ est a u e, speculi propositi concaui reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum punctorũ diuersabuntur quandoq; ad concauitatem, quandoq; ad conuexitatem respicientem centrum uisus, erit tamen illa concurritas modica, quoniam prædictorum locorũ imaginum respectu lineæ a o n, modicus est excessus, palam itaq; ex præmissis, quod si linea recta quæ est diameter imaginis curuæ q̃ est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f, tunc imago lineæ rectæ præmisso modo dispositæ forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur concaua, quod est propositum.

XXXII.

Lineæ rectæ uisæ superficie incidentiæ axem speculi pyramidalis concaui orthogonaliter secante, centroq́; uisus non existente in eadem superficie, imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uisum respicientis.

Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum l, & linea uisa r m y, cuius extrema puncta quæ sunt r & y, æqualiter distent à centro uisus l, sitque centrum uisus extra superficiem lineæ r y, quæ producta secat speculum pyramidale cõcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit b g, cuius centrum sit d, reflectaturque forma puncti r, ad uisum l, à puncto speculi g, eruntque puncta b & g, quamuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs sectionibus secantibus se secundum lineam d l, ut patet hoc per 7. septimi huius, & per 19. primi huius, & quoniam quantũ ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cõcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ pũcti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod est extra rectitudinem lineæ t h, imago itaque lineæ r m i, est in quadam linea transeunte puncto h s t, sed talis linea est curua. Est ergo lineæ rectæ quæ est r m y imago curua, & quoniam punctũ s, est ultra cõcauitatem speculi respectu pũcti l, centrũ uisus, & punctum l, est intra illam concauitatem, palam quod punctum l, est extra superficiẽ in qua est linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctũ f, cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis concaui extra superficiem circuli b g, & linea t h est ultra speculum in superficie circuli b g, erit linea l s altior quàm superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s respectu uisus l, est altius quàm duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existenti in puncto l, concaua maxima concauitate uisum respiciente, & hoc est propositum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis concaui, cuius sup̃ficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

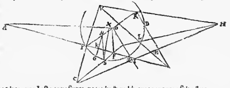
Quoniã enim ut in 31. huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem fit reflexio repræsentat, & per præmissam proximã patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situetur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic ꝓponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius cõformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec enĩ dignum uidimus talibus immorandũ, quæ est prædemonstratis cõclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculũ pyramidale trans axem secante, centroque uisus existente in communi sectione eiusdem superficiei, & superficiei speculum secundum axem secantis, uidebitur recta, quandoque maior, quandoque æqualis, quandoque minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoque una, quandoque plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctũ cõmune ambabus superficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctũ o, & si duæ lineæ a e & b e, fuerint ꝑpendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autẽ est possibile, quia lineæ a e & b e sunt æquales, possunt enim cum axe contingere duos angulos acutos æquales, cũ ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto d, tũc superficies trigoni d e g, in qua sunt lineæ g e & d e, transibit per totã axem & per centrum uisus, & utraque superficies d a o & d b o, erit decliuis super axem speculi, & cõmunes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erũt duæ sectiones oxigoniæ, & forma trium punctorũ quæ sunt r b q, reflectetur ad uisum existentem in puncto d, à puncto speculi quod est b,

quod est b, formæ quoq; trium punctorum quæ sunt, m l f, reflectẽtur ad uisum in punctum d, à puncto speculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto d, tũc ut supra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ est linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ est p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ est c k, erit æqualis ipsi lineæ l h. Omnes quoq; istæ imagines conuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisu existente in pũcto d, quod si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ sunt imagines linearum m r, l h & f q, uisu existente in pũcto o, fuerint in superficie corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erũt lineæ quæ sunt imagines linearũ m r, l h & f q, eritq; imago lineæ p i, quæ est linea f q, minor quàm linea p i, & imago lineæ c k quæ est linea l h, erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ est linea m r, erit maior ipsa linea n u, & istæ imagines omnes erũt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto o, & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i, erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaq; istarum imaginum quæ sunt m l f, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est a o, & puncta r h q, comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est b o, et imago pũcti remotioris à uisu erit propinquior uisui, et imago pũcti ppinquioris uisui erit remotior à uisu, cõuersum itaque habebũt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus concauis uidentur conuexæ, quandoq; cõcauæ, quandoq; rectæ, & quandoq; maiores, & quandoq; minores & quandoq; æquales rebus uisis, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes respectu situs rerum quarum sunt imagines, & accidit in his speculis sicut in alijs speculis numerari imagines secundũ numerum punctorũ reflexionis, & forte imagines eiusdem rei diuersarum erunt formarum secundum diuersum situm suarũ partium quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus.

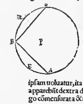


XXXV.

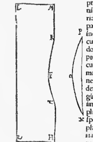
Possibile est speculum ex conuexo & concauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit a b g, & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimã quarti, quod sit a b, & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni p 15. quarti, qđ sit b g, eritq; per eandẽ 15. quarti, linea b g, æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g est æqualis sextæ parti circuli, fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionũ, quarum una fiat secundum quantitatem portionis a e b, quæ sit cõcaua, ut est figura quam descripsimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est g z b,

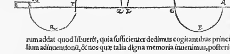
eſt g z b, ſicut conuexa ut eſt figura x o p, & aſſumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo ſit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; ſit maior quàm corda b g,



& incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo ſit conuexitatis portionis a e b, ita ut ſuperficies cõcaua quæ eſt k f c, ſibi extrinſecus applicetur, & eius latitudo ſit in parte longitudinis reſiduæ concauitatis portionis g z b, ita ut cõuexitas ſuperficiei x o p, ſibi intrinſecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, ſed in eadem ſuperficie ſpeculi ipſarum quælibet imprimatur, poliaturq; ſpeculum ex partibus ambabus, ꝓpter qđ oportet ut lamina ſpeculanda ſit conuenienter ſpiſſa, ut ex utraq; parte ſalua diſpoſitiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; ſpeculum ſi ſup ſedent uolubilẽ ad hanc præparatam cõponatur, & ſuper ipſam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua ſuperficies uiſui ſe offerant, tunc apparebũt dextra dextra & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtant quaſi duobus cubitis, apparet imago cõmenſurata & ſimilis ueræ formæ, magis uero diſtãti ꝓtenditur imago in anterius,



propius uero accedenti ad cõuexam ſuperficiem ſpeculi fit imago penitus informis, & magis accedẽti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & ſit facies uidentis conſimilis formæ equi, & ſemper magis incliuato ſpeculo, imago apparet plus inclinata, ꝑmutato quoq; ſpeculo, imago quandoq; habet caput ſurſum & pedes deorſum, & quandoq; pedes ſurſum & caput deorſum, & plus experientia quàm ſcriptura docebit imaginum diuerſitates. Quia ſi connectantur duo ſpecula ſphærica, quorum unum ſit concauum, reliquum cõuexum, non moto etiam ſpeculo uariatur diſpoſitio imaginum, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno ſpeculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & in parte conuexa nõ mutabitur ſitus imaginis ſecundum ſurſum & deorſum, Sed in parte concaua uidebitur imago ſuper capita uel ut antipodes, Cauſa uero omniũ horum in ſimplicibus ſpeculis dicta eſt per præmiſſa, modo quoq; tali in præmiſſo ſpeculo permiſcentur imagines. & ſi in eadem concauitate ſit ſpeculũ planum ipſis ſpeculis ſphæricis conuexis & concauis interpoſitũ, uariabitur imaginũ quantitas, qa in planis eſt imago æqualis rei uiſæ p 52. quinti huius, in cõuexis uero eſt minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoq; æqualis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet p 48. octaui huius, & tale ſpeculum poteſt taliter componi. Sit ſuperficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipſa ſpecula conuexa quæ ſint a t g & t r k, & ſimiliter fiant in ipſa ſpecula concaua quæ ſint g d e & z i t, & fiant ſpecula plana quæ ſint e z & k b, ponaturq; res uiſa in puncto m, quæ à ſpeculis illis ad uiſum reflectatur, à planis itaq; ſpeculis apparent æqualia idola & æqualiter diſtantia, & à conuexis minora & minus diſtantia, à concauis uero diuerſa & diuerſimode uiſui occurrẽtia, ſicut in alijs ꝓdemonſtratũ eſt. Ingeniũ uero modernorũ & futurorum addat quod libuerit, quia ſufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, & nos quæ talia digna memoria inuenimus, poſterius cõſcribemus.

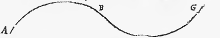


XXXVI.

A ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile eſt accendi.

Si enim

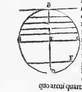
Si enim in speculis pyramidalibus concauis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi sicut neque à speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnæ intersecent, radij enim æquedistanter superficiei speculi incidentes, æquedistanter utique reflectentur, perpendiculares quidem in seipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quæ cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in pũcto concurrent, sed in tota linea axis distendentur, nõ ꝑpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliã in eadem superficie à dicta perpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundũ quod æquedistantes ad inuicem incidunt, sic quasi æquedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrẽt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexiõis se in axe colũnæ nõ intersecẽt, sed sint æquedistãtes, quod est impossibile ut patet ꝑ 7. septimi huius, palã tñ est quod in eis reflexi radij nunq̃ concurrẽt, si uero sectio cõmunis supficiei reflexiõis, & superficiei columnæ sit circulus, tunc per eius centrũ transeuntes radij, quoniam omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 21. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in seipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi siue sit circulus basi æquedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tot centra talium circulorum in axe, quot sunt circuli in columna, ad unũ ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineã, quod si radij reflexi secundum circulum nõ transeunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiæ diuersitatẽ fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radiorũ sed in tota semidiametro, & sic ignis difficiliter accẽdi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphærico concauo, ut patet per ultimam octaui huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij paucissimi concurrent, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustionibus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere non est necessariũ, quamuis ad hæc multarũ acclinetur imaginatio, cuius causa est, quia in talibus speculis communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec æquedistans basi, propter hoc quod prius dictũ est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euentu possunt radij à periferia circuli in centro concurrere, sicut aliqualiter accidit in speculo columnari, quod si sectio cõmunis superficierum dictarum sit linea longitudinis speculi, quoniam superficies speculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc accidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim incidentes uel quoscunque angulos fecerint cum linea longitudinis eosdem facient cũ eadem reflexi, & sic radij incidentes æquedistant, & æquedistanter reflectuntur, non ergo concurrent etiam si sint in eadem superficie reflexionis, & si in diuersis sint superficiebus patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se sup axem pyramidis intersecant, & tunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si cõmunis sectio superficierum dictarũ sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eiusdem superficiei uel diuersarum aliqualiter cõcurrent, nullo ergo modo radij incidentes pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorum, uel etiam pauci in puncto uno possunt concurrere, ut aliquid ignitioni resistens ualeant ignire, nec etiã pluralitas coniunctorum speculorum aliud ualidũ respectu laboris superadditi apportabit, patet ergo illud quod proponebatur.



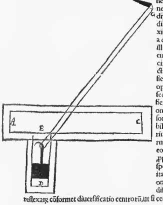
XXXVII.

Ex plurium speculorum sphæricorum concauorum intersectione speculum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius speculi sphærici concaui, qui a b c d, & eius centrū e, intersecentq; se in ipso duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq; radij solares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta sunt, quoniā radius incidens circulo secundum aliquam diametrorū, uerbi gratia, secundum diametrū a c, reflectitur in seipsum trans centrum radiorum non æquedistantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctū b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cōtinet cū diametro est rectus p 17. tertij, & angulus b e a est rectus ex hypothesi, & ille ergo radius contingens circulum nō reflectitur, quia nihil inuenit resistens, ꝓcedit ergo in cōtinuum & directū, alius uero radius æquedistās diametro a c, cū linea in puncto suæ incidentiæ speculū contingente, continet angulū rectilineū acutissimum, & modicam abscindit portionē circuli, incidens & modicum se reflectens, sed æqualit. Sic itaq; omnes radij æquedistantes diametro a c,



incidentes circulo speculi, æquales abscinduut circuli portiones, semper enim angulus reflexionis est æqualis angulo incidentiæ, illi aūt anguli æquales semp æquales abscindunt portiones p 43. primi huius, solus aūt radius incidens circulo æquedistanter diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars periferiæ circuli, & cuius corda est æqualis lateri exagoni inscriptibilis eidem circulo reflectitͬ ad punctū c, terminum diametri c a. Est ēm diameter a c, æquedistans medio lateri exagoni suo circulo inscripti, quem exagonū diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, sitq; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquedistātes semidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda est æqualis residuo alteri exagoni, & est arcus f c, reflectuntur ad illam partem circuli portiones æquales abscindentes & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e, & quodcunq; punctū reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quousq; redeat ad locū à quo exiuit, illud punctū motu suo describet circulus cuius polus erit punctum c, & à tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idē punctum semidiametri speculi quæ est c e, fietq; in illis punctis diametri combustio opposita aliqua materia combustibilis, sed debilis & cum mora temporis, qđ sic fieri possit, ut loca plura cōbustionis uel omnia in unū punctū congregentur fiet fortior cōbustio. Hoc aūt uisum est possibile fieri per intersectionē sphæricā plurium speculorum sphæricoꝝ concauorum, non aūt inæqualium, quia in illis nō conuenienter uniformis potest inueniri ꝓportio. Relinquitur ergo qđ æqualiū speculorū sphæricorū sit illa intersectio, ita ut illud quod uariat in locis cōbustionum diuersitas distantiæ radiorū æquedistantium axi speculi, & ad ipsam axem reflexarꝫ cōformet diuersificatio centrorū, ut si centra sphærarū speculorū se intersecantium



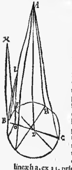
tium secundũ omnia puncta unius semidiametri sphæræ uarientur, tũc enim pũcta combustionis aut oĩa aut plurima in unum punctũ colliguntur, & fortificabitur cõbustio secundũ illud. Huius autẽ rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis, q̃ p manualem fabricã intendere uoluerint præmissis, cuius forma talis est. Assumat̃ regula lignea uel ænea quadrangula planaꝝ superficieꝝ quãta placet, & sic eius latitudo tripla erit suæ spissitudini uel circa illud, deinde in medio suæ latitudinis cauet̃ secundũ lineã rectã, & planet̃ foramen, & ordinet̃ taliter, ut intra ipsam decurrere possit nauicula admodũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula sic concauata & disposita, taliter situetur ut eius cauata sũpficies sit erecta sup sũpficiem horizontis, & lineæ profunditatis suæ concauitatis sint ꝑpendiculares super superficiẽ horizontis, sitq; linea q̃ motu suo describet uncus motæ nauiculæ æqualis semidiametro ꝓpositi circuli, quæ est e d, ita q; punctũ e cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus est mouetur. Deinde assumatur alia regula lignea uel ænea similiter quadrangula ut prima, & planarũ superficierũ, & hæc similiter in sui sũpficie latiori cauetur subtiliter secundũ lineas rectas, & planent̃ superficies cõcauitatis ita ut sine impedimento p illã concauitatẽ possit alia subtilis regula uel funiculus moueri, Sitq; concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc est ut sit æqualis diametro circuli q̃ est a c, & hæc regula cũ priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies nõ concauata æquedistet horizonti, & eius superficies cauata respiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter sup illã, ita ut angulus d e c sit rectus, & sit medius pũctus longitudinis suæ cõcauitatis correspondens pũcto e, qui est punctus unci ipsius nauiculæ, & sint omnia hæc in eadem sũpficie æquedistante superficiei horizontis. Fiatq; tertia regula ænea longa quadrangulaꝝ superficieꝝ planarũ & rectarũ linearũ, q̃ sit e f g. Sitq; eius pars e f æqualis semidiametro circuli q̃ est e c, sitq; taliter disposita, ut p aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ secundũ punctũ e, & ut ipsa moueri possit per cõcauitatẽ lineæ a c, sitq; in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoq; reliqua pars lineæ e f g quæ est f g, lõgitudinis placitę cuiuscũq;, & in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pauimentum uel illam aliam superficiem substratam. His itaq; omnibus sic dispositis immittatur regula e f g, secundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per eodeam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & sequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq; punctus f, in superficie regulæ a c, & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f, cum itaq; pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod est centrũ circuli p̃missi, omniumq; punctoꝝ reflexionis lineis uel quarũcunq; formarũ à quarta circuli quæ est c b, concursus radiorũ uel diffusæ uirtutis erit in centro circuli qđ est c, qm̃ omnia puncta combustionũ concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctũ e, quod est centrũ circuli, utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo speculi æquedistanter diametro a c. Similiter quoq; si placet fiat in alia quarta circuli descẽdente plane ipsa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc em̃ punctũ g, lineæ f g, motu suo describet quandam lineam per clauum sibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineã dicimus lineam ecentralem, qm̃ est intersectio infinitorũ circulorũ, quilibet em̃ punctus illius lineæ exceptis punctis extremis correspondentibus pũctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter distantibus à pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerso correspondet centro, sicut & qualibet duo pũcta æqualiter distantia à pũcto sui medio respiciunt idem centrũ, & sunt pũcta unius circuli alterum circulũ secãtis, hæc ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundũ ipsam aliquam specularem superficiẽ cõcauantes, sicut p modũ demonstrationis & artificij inferius dicet, patet ergo ꝓpositũ.

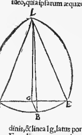
XXXVIII.

Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium cõcauorum ignem est possibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noster cõquieuit, quia & si non

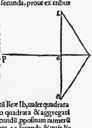
ad unum punctum mathematicum, ad unum tamẽ punctũ naturalem modicam & quasi insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter aggregari, quæ nobis uero postea occurrerũt ualidiora sunt. Nihil tñ istorũ duximus ꝑtermittendũ, ut posteriorꝫ animi altius excrescãt, ꝑsenti itaqꝫ demonstrationi opus ipsum mœchanicũ duximus aliqualiter immiscendũ, nihil tamẽ de demonstrationis substantia obmittentes. Assumatur ergo quæcũqꝫ pyramis quæ sit a b c d, cuius uertex sit punctum a, sintqꝫ lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & sit axis ipsius linea a d, quæ sit exempli causa partes 18. secundum quod diametri circuli suæ basis quæ est f b e c, est partes 6. eritqꝫ per 89. primi huius, punctum d centrum circuli, qui est basis ipsius pyramidis, inscribaturqꝫ circulo basis linea æqualis semidiametro ipsius per primam quarti, quæ sit f e. Sitqꝫ aliqua diameter in circulo æquedistans inscriptæ lineæ, quoniam diuisa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuisionis, quæ sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hæc quoqꝫ transibit per centrum circuli per tertiã primi, producaturqꝫ linea illa ad utranqꝫ partem circunferentiæ & sit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli basis quod est d, super diametrum b c, quæ sit d h, & producatur ad partẽ aliam circuli, fietqꝫ diameter quæ sit h k æquedistans lineæ e f, per 28. primi, producanturqꝫ à pũctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticẽ quæ sint h a & k a, producatur quoqꝫ à puncto e, linea æquedistans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipsarum æquædistantes quæ sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cõtinuata plana superficies & terminata ad lineam f e, quæ sit trigonum f e x, palam quoniã intersecabit pyramidem. Eritqꝫ triangulus x f e, propter æquedistantiam laterum æquedistans triangulo magno in pyramide, quæ est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod sit duabus lineis lõgitudinis & diametro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis resecat portionem, abscindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ sit l f b e g, eruntqꝫ lineæ l f & l e, per 98. primi huius, partes æquales unius sectionis conicæ quæ est e l f, diuisa per æqualia in sui supremo pũcto quæ est l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ sint l e & l f, & sint æq̃les, linea uero l b, quæ est pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritqꝫ linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquedistans lineæ d a, quæ est axis pyramidis.





Expedit ergo ut operi mœchanico consulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, supponentes ea quæ in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex præmissis quoniã linea f e, quæ inscripta circulo, quia est æqualis eius semidiametro, est partes 60. secundũ quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundũ qđ circulus est 360. ducãtur quoqꝫ lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales sunt, per 4. primi, ergo arcus f b & b e sunt æquales, per 27. tertij, arcus itaqꝫ f e, diuisus est ꝑ æqualia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta, & 30. secunda, sed quoniam linea f g, est medietas lineæ f e, quæ sint 60. patet quod linea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & similiter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia quadra-

quadratū lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahat ergo radix quadrata illius residui, & ipsa est quātitas lineæ b g, & secūdū quod est linea f g & 30. ptes, & ipsa 8. ptes 2. minuta 29. secunda, secundum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus notis quartum ignotū perquirens auxilio 20. ꝑpositionis 7. diligens inquisitor facile poterit inuenire, qm̄ uero linea g l, erecta æquedistans est axi pyramidis quæ est d a, patet ex 29. primi, qm̄ trianguli d a b & g l b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit ꝓportio lineæ d a ad lineam g l, sicut lineæ d b ad lineā g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineam d b, sicut lineæ l g ad lineā g b, sed linea d a, secupla est ad lineam d b, ex hypothesi, erit ergo linea l g, secupla lineæ b g, patet ergo, qm̄ linea l g, erit duæ partes. 24. minuta, 36. secunda, secundum quod linea d a est partes. 18. secundū quod in triangulo l b g, angulus l b g est rectus, qa latus g l queādmodū linea d a, orthogonaliter erectum est super superficiē circuli basis pyramidis p 89. primi hui9, & p 8. undecimi, patet ergo qa quadratū lieæ l b, ualet quadrata ambarum lineaꝶ l g & b g, ex 46. primi huius, cōponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahat, & ipsa est quantitas lineæ l b, quæ secundū ꝓpositum numerū quo semidiameter basis est 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. secunda, & quia linea l g, erecta est super superficiē basis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ super supficiē, qm̄ ipsam cūm lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiā cum omnibus lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo recti lineæ, quæ est e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Coniunctis ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahat radix, & patet q̄d linea recta quæ est l e, est duæ partes. 50. minuta. 19. secūda, & quia per eadē quadratū lineæ rectæ quæ est f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ est æqualis lineæ g e, & quadratū lineæ l g, patet quia linea l f, est æqualis lineæ e l. Erit ergo linea f l duæ partes. 50. minuta. 19. secunda, habet itaq; noticia omnium linearum portionis pyramidis assumptæ necessariæ operi præsenti. Cū autē difficile sit assumi pyramidē ꝓposito cōpetentē, qm̄ oportet ut ipsa tota esset concaua solidi corporis densi & polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis difficilis fieret abscisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo ad opus speculi libeat ꝓcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est basis imaginatæ pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est linea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundum illam quantitatē. 24. minuta. 6. secunda, quæ est linea ꝓfunditatis acceptæ sectionis, & forte qm̄ ꝓtrahitur assimilatur sagittæ, secundū quod illæ lineæ cordæ & arcui similantur, & erūt lineæ e b & f b rectæ æquales, & ipsarū quælibet est duæ partes 50. minuta 19. secunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta, 35. secunda, secundū dictam quantitatē, quæ oīa si bene mensurata fuerint, patet q̄d habet portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculū latius quam sit longū, & in breue spacium radios plurimos congregabit, q̄d si axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit linea l g, 4. partes & longius radij ꝓtenduntur, eruntq; ex hac lineaꝶ noticia, & ex notitia lineaꝶ e g & g f, quarum notitia supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝶ notaꝶ, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minorū



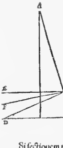


talium est infinita, eo quod secundũ omnem numerum axem pyramidis accipi est possibile, diametro tñ circuli basis nõ mutata secundũ numerum, & si mutetur secundũ quantitatẽ partium numeratarũ, certitudo ergo numerorũ operationi indagatoris soliciti relinquat, sinus eñ uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secũdum quẽ fit basis portionis abscisio, nõ poterunt uariari, ex quorũ noticia ad aliarũ linearum noticiam poterit ꝓcedi. Quod si radios ad longam distantiã aggregari placuerit, ex quo tñ uirtutem ipsorum debilitari patulũ est, nisi quantitas aggregationis quantitatem uincat distantiæ, illud erit in excessu pyramidis lateris erecti ipsius. s. axis pyramidis respectu semidiametri basis, & semidiametri basis respectu sinus uersi, potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc aũt cũ sit ptes 30. secũdũ q̃d tota diameter est partes 120. si ex notis notum extrahatur, inuenieť arcus sibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorũ, 21. secũdarũ, qui ex 29. tertijs, si per æqualia diuidatur erit medietas ipsius 14. partes, 28. minuta, 40. secunda 30. tertiæ, secundum q̃d circulus est 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. secunda, 20. tertia, secũdũ quod diameter est 120, semidiameter quoq; partes 60. sed quod diameter est partes 3. erit 45. minuta, 21. secunda 40. tertia, sitq; latus f b, sed linea f e inscripta circulo æqualis medietati semidiametri, per diametrũ orthogonaliter superstantem et, ex 3. tertij, diuidiť per æqualia in puncto g, ergo linea f g est medietas lineæ f e, quæ est pars & 30. minuta, linea ergo f g, est 45. minuta, quadratũ itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & residui extrahať radix quadrata, & erit linea b g, quæ est sinus uersus ipsius arcus f e, 5. minuta, 42. secunda 44. tertia, cuius immutabili hæc posita quantitate numerati axe pyramidis quocũq; in numero & quantitate uariata diametro basis 6. partiũ, cuiuscũq; quantitatis existentis, omnes lineæ abscisæ sectionis, ut prius operanti possunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensuratione'q; facta linearũ præmissarum in illa secundum proportionem axis imaginatæ pyramidis, & secundũ diuersitatẽ lineæ basi inscriptæ, quam fieri posse diximus secundũ quantitatẽ semidiametri uel medietatẽ ipsius, ut secundũ hæc quãtitas sinus uersi & tota ꝓportio uarietur, planetur speculũ intrinsecus ne partes partibus multum præmineant quantũ est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundũ ultimũ possibilitatis poliretur, tñ quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctũ aggregari esset impossibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionẽ completam aliam sibi adhibere medelam. s. ut in eo fiant diuersarũ intersectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cõpleri, q̃m eñ in assumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur à lineis intra sectionẽ assumptis, est notorũ laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano describatur, quæ sit item l b g, qui si duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quousq; linea g m, sit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio. s. ut linea b g, sit 24 minutorum, 6. secundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. secundorũ, eritq; l g, secupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in continuũ & directum ad punctũ p, donec linea g p sit secupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, sicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. sexti, illud q̃d fit ex ductu lineæ g p in linea g b, erit æquale quadrato lineæ g l, sed quadratum lineæ g l, æquale est ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, est æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 24. tertij, sed linea p b, secat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei superstat ex prius datis, transit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiusdem per æqualia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circumscriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ est linea b p, 14. partes. 51 minutum, 42. secunda, cuius medietas est 7. partes 25. minuta. 51. secundũ, & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum

dictam

dictam dispositionis quantitatem, præter quam modicū quod pditur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18. erit linea b g. 5. minuta. 42. secunda. 44. tertia, cuius secuplum est latus l g, quod erit. 34. minuta. 16. secunda. 24. tertia, cuius item secuplum erit linea g p, & ipsa erit. 3. partes. 25, minuta. 38. secunda, 24. tertia, à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31. minutū. 21. secūdū. 8. tertia, cuius medietas est pars una. 45. minuta. 40. secūda. 34. tertia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantitatem dispositi, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatē uarias acceptorum, & semper secundum proportionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus uersi, fit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum à speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscribentis triangulum l m b, & resecetur secundum lineam b p, quæ est diameter, & deinde ducatur à centro illius circuli quæ sit q, linea q l, & resecetur circulus secundum illam, remaneatq́ q l b sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum huiusmodi, qm̄ enim angulus l b g, est angulus semicirculi, patet ex 15. tertij, qm̄ ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium à centro circuli puncto q, producitam rationem angulum contineat cum linea b q quæ est semidiameter circuli, producaturq́ à puncto b, linea secans arcum b l, prout uicinius possit puncto b, & sit arcus resectus b t. Verum adhuc à puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum b l, & sint loca intersectionum c d e f l, eruntq́ lineæ productæ, qm̄ angulum acutum continent cum linea b q, omnes concurrentes cum linea à puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quæ sit q s, ut patet per 14. primi huius, facientq́ triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis inclusis ex 21. primi, sintq́ omnium illorum trigonorum superiora puncta signata per notam s. quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad rotam pyramidem, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum, qm̄ uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidali concauo secūdum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est æqualis angulo reflexionis. s. ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut sit super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi quæ sit a b, reflectatur radius e c, æquedistanter semidiametro basi incidens quæ sit b d, patet quia angulus e c a, æqualis est angulo d c b, qm̄ em̄ ut patet per 20. quinti huius, quoscunq́ angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiæ, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter enim angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Resumatur ergo q l b, sector, & eius trianguli, quia quod demonstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyramides. Incidit ergo ipsi sectori in puncto t, radius æquedistans lineæ q b, quæ sit h c. Erit ergo angulus incidentiæ, quæ est h c s, æqualis angulo reflexionis, sed angulus h c s, æqualis est angulo q b c, quia per 29. primi, est angulus h c s, æqualis angulo q b c, & angulus q b c, est per 5. primi, æqualis angulo q c b, ideo quod latera q b & q c sunt æqualia per diffinitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c, ergo lineæ reflexionis æqualis erit lineæ q b, per 6. primi secundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens, ergo radius in punctū b, reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c, aliam lineam æqualem lineæ q b, continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui est k d f, æqualis est angulo reflexionis, sed & idem est æqualis angulo q b d, secūdū premissum modū deducendo ex 29. primi, ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

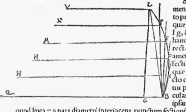
sunt



ſiut æquales, ergo ſecundũ lineam q d fit reflexio. Similiter autẽ eſt & in alijs demõſtrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta ſectionum factaꝝ per latera triangulorũ productorum à puncto b, uerſus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod eſt centrũ accepti circuli, & quia ſectiones illæ fieri poſſunt quaſi infinitæ ab una linea ſic ordinata in ſectore adunũ punctum mathematicũ, aggregationes autẽ radiorum fiunt quaſi infinitæ, hæc ergo demonſtratio patet, quod omnes radij incidentes puncti b c d, e f l, reflectuntur ad unũ punctum, qui eſt q, & ſi portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabũt termini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multũ diſtabit à puncto reflexionis quæ eſt q, Eritq́ꝫ aggregatio omniũ radiorum totali lineæ b l incidentiũ ad unum punctum ſenſibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l, motu ſuo ſuperficiem ſectionis præaſſumptæ pyramidis ſuperius limando & cauando ꝑducet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propoſitum, faciunt enim iſti trianguli motu ſuo pyramides ſe interſecantes.

XXXIX.

Si ſectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter ſuper diametrum ſectionis productam ad cõcurſum cum cõtingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam ſectionis æqualis parti interiacenti ſectionem & contingentem.



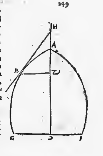
Sit ſectio parabola, cuius nomen prius libro primo in cõmento propoſitionis 98. expoſuimus, quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & diameter a d, contingatq́ꝫ hanc ſectionẽ in puncto b, linea recta, quæ ſit h b k, cõcurratq́ꝫ diameter, quæ ſit d a, ꝑducta extra ſectionẽ cum linea contingente, quæ eſt h b k in pũcto h, & à puncto cõtingentiæ quod eſt b, ducatur per 12. primi, linea perpendicularis ſuꝑ diametrum a d, ſecãs ipſam in puncto 3, & ſit b 3, dico quod linea 3 a pars diametri interiacens punctum ſectionis perpendicularis b 3, & periferiam ſectionis quæ eſt l a g, eſt æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod eſt punctum concurſus diametro cum linea contingente, quæ eſt h b k, & punctum a, quod eſt terminus diametri cadens inter ipſam periferiam ſectionis & hoc uniuerſale eſt, etiam ſi linea recta ſectionis contingat in puncto g, hoc autẽ demonſtratum eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & hic utemus ipſo ut demonſtrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto ſectionis parabolæ ſuper diametrum ſectionis eſt æquale rectangulo contento ſub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam ſectionis, & ſub latere recto ipſius ſectionis.

Sit ut in præmiſſa ſectio parabola quæ ſit l a g, cuius latus rectum ſit l g, & eius diameter

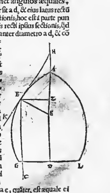
meter sit a d, & à pũcto aliquo sectiõis quod sit b, ducatur super diametrum sectionis, quæ est ad perpendicularis b z, dico quod quadratũ lineæ ppendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, q̃ sit ex ductu lineæ 37. quæ est pars diametri a d, intercipiens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16. sexti, proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a, hoc autẽ similiter demonstratũ est ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstrato. Hæc uero duo theoremata cũ alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cõnumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

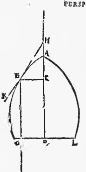


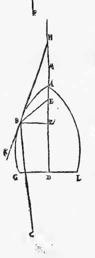
XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis resecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistanter diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscisionis diametri producta cum linea contingente sectionem super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectũ sit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte puncti a, resecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, q̃d est l g, incidatq; linea t b, puncto sectionis, quod est b, æquedistanter diametro a d, & cõtinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico q̃d duæ lineæ t b, & b e, cum linea sectionem contingente, quæ est h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quòd angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non potest euadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12 primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3, cadatq; per 32 primi, punctum 3, inter duo puncta a & e, & producatur diameter a d, ultra punctũ a, donec per 2 primi huius, concurrat cũ linea cõtingente sectionem, quæ est k b h, sitq; cõcursus in puncto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaq; lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ est a h. Erit ergo per 8. secũdi quadratum lineæ e h, æquale ei quod sit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea e a, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundi, uel per 1. sexti, illud quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æquale ei quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam patet, quod illud quod sit ex ductu lineæ a 3, in lineã l g, est æquale quadrato lineæ b 3, quoniam linea b 3 est perpẽdicularis super diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, sunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5 primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a, sunt æquedistantes, ergo per 29.







primi, angulus t b k extrinsecus, est æqualis d h b intrinseco, angulus ergo e b h, est æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonstrandū est, de qualibet linea æquedistante diametro a d & d e, linea copulata ad pūctū e, quoniā illa linea super punctū e cū diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propositū secūdū hunc modū. Quod si angulus b e h, fuerit rectus, adhuc patet propositū, quia angulus e b k, est æqualis angulo e b h, quia em angulus b e h, est rectus, patet quod linea b e est perpendicularis super diametrū a d, ergo linea e a per 39. huius, est æqualis lineæ a h, sed linea e a ex hypothesi est quarta pars lineæ l g, ergo linea h e, quæ est dupla lineæ a e, est medietas lineæ l g, ergo per 4. secundi, quadratum lineæ e h, est quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fiet ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quartæ parti quadrati lineæ l g, per 1 sexti, quoniam linea e a, est ex hypothesi 4. pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e h, sed id quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ e b per præmissam, quoniā linea e b, est perpendicularis sup diametrum a d, quadratum ergo lineæ e h, est æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h, est æqualis lineæ b e, ergo ut prius per 5. primi, anguli e b h & e h b, sunt æquales, & quia linea t b, æquedistat lineæ a d, patet per 29. primi, quia angulus t b k, est æqualis angulo e b h, & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus b e h est rectus, & alius neutrum, quod proponebatur. Si uero angulus b e h sit obtusus, dico quod adhuc angulus t b k, est æqualis angulo e b h, ducatur enim linea perpendicularis, quæ sit b 3, à puncto b ipsius sectionis, cui incidit linea æquædistans diametro a d, quæ est t b, illa quoq; perpendicularis super diametrū a d, sit b 3, cadetq; hæc perpendicularis b 3, inter puncta diametri, quæ sunt d & e, alias enim duo anguli unius trigoni b e 3 fierēt maiores duobus rectis, quia uno existēte recto, qui b 3 e, angulus b e 3 esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctum 3, inter puncta e & d, linea ergo a 3, est maior q linea a e, & quia linea h b k cōtingit sectionem, & linea b 3, est perpendicularis super diametrum a d, erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, ergo linea h a est maior q linea a e, fiat p 3. primi, linea a m, æqualis lineæ a e, remanet ergo linea h m, æqualis lineæ 3 e, linea ergo e m addita, utrobiq; erit linea 3 m, æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m, est æquale quadrato lineæ e h, quia itaq; linea 3 a, est diuisa in puncto e, & ei est adiecta æqualis uni diuidentium, quæ est m a, æqualis ipsi a e, patet per 8. secundi, q illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a m, uel in eius æqualem lineam a e quater, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ 3 m, uel lineæ e h, quæ sunt æquales, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam a e quater, ut patet ex præmissis est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineā l g, per 1. secūdi, uel per primā sexti, quoniā linea a e, est æqualis quartæ parti lineæ l g, ex hypothesi, illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a, in lineam l g, est

æquale

æquale quadrato lineæ b 3. per præcedentẽ, quoniam linea b 3, eſt perpendicularis ſuper diametrũ a d, quadratũ uero lineæ b e, per penultimã primi, eſt æquale quadratis ambabus linearũ b 3 & e 3, patet ergo quod quadratũ lineæ b e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ergo lineã e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b ſunt æquales, ſed ut prius t b & d h ſunt æquedistantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, eſt æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & ſimiliter demõſtrandũ in omni linea incidente ſectioni æquediſtãter diametro a d, cũ angulus b e h eſt obtuſus, patet itaq; generaliter propoſitũ, nam omnis linea incidens periferiæ ſectionis æquediſtanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abſcindens à diametro ex parte periferiæ ſectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, cum linea ſectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

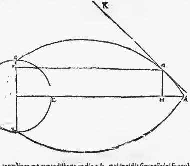
In omne ſuperficie concaua concauitatis ſectionis parabolæ, ſi ab extremitate axis contingentis ſectionem abſcidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipſius parabolæ, omnis linea æquediſtanter axi incidens illi ſuperficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum ſignatum in axe producta cum linea in illo puncto ſuperficiem contingente continent angulos æquales.

Sit ſuperficies cõcaua cõcauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctũ a, & hæc eſt ſuperficies illa, quam motu ſuo circa axem fixũ efficit ipſa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut idẽ patuit, huius ſuperficiei baſis eſt circulus, quẽ circa punctũ d, motu ſuo deſcribit linea g d. ſit ille circulus g e 3, & ſit huius ſuperficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter ſectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, ſcilicet a, abſcindatur ab axe linea a h æqualis 4. parti lateris recti ipſius ſectionis, quod ſit g z cuius quartæ parti æqualis ſit linea a h, & ducatur à pũcto ſuperficiei b, linea b t, æquediſtanter axi a d, per 31. primi, & ducatur linea b h, dico quod duæ lineæ t h & b h, cõtinent cũ linea contingente ſuperficiẽ concauam propoſitã in pũcto b, duos angulos æquales, quoniã enim linea a d & b c ſunt æquediſtantes, patet quod ipſæ ſunt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius, ſed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipſa eſt in eadem ſuperficie cum illis, lineæ ergo t b, & b h, & a d ſunt in una ſuperficie, ſit itaq; ut aliqua ſuperficies plana contingat ſuperficiem propoſitam ſuper punctum b, ſuperficies itaq; b c d a, ſecabit ſuperficiem concauam, & erit per 19 primi huius, communis ſectio ipſarum parabola, quæ ſit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis ſectio ſuperficiei b c d a, & ſuperficiei planæ contingentis iſtam ſuperficiem concauam linea contingens ſectionem a b g in pũcto b, quæ ſit linea l b k, quia itaq; linea l b k. contingit ſectionem a b g, in puncto b, & linea a h, eſt quarta pars lateris recti, & linea t b, æquædiſtat lineæ a d, patet per præmiſſam, quoniam duæ lineæ t b & h b, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente ſectionem in puncto b, quoniam imaginata moueri ſuperficie b c d a, circa axem fixũ quæ eſt a d, patet quod punctum b, motu ſuo efficit circulum in ſuperficie cõcaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte ſectionis parabolæ, quæ eſt a b g, cadat punctus b, ſiue angulus b h a, ſit acutus, rectus, uel obtuſus, patet itaq; quod omnis linea æquediſtans axi a d, eſt incidens ſuperficiei concauæ propoſitæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc eſt propoſitum.

XLIII.

Speculo cõcauo concauitatis ſectionis parabolæ ſoli oppoſito, ita ut axis ipſius ſit in directo corporis ſolaris, omnes radij incidentes ſpeculo æquediſtanter axi reflectuntur ad punctum unum axis diſtantem à ſuperficie ſpeculi ſecundum quartam lateris recti ipſius ſectionis parabolæ ſpeculi ſuperficiem cauſantis, ex quo patet quod à ſuperficie talium ſpeculorum ignem eſt poſsibile accendi.

Sit speculum concauum concauitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum a, & basis ipsius sit circulus q e z, & eius axis a d, & distantia puncti axis quod sit h, à puncto uerticis speculi quod est a, sit ęqualis quartæ parti lineæ q z, scilicet lateris recti sectionis parabolæ a b g, causantis motu suo super axem a d, superficiem ipsius speculi concaui quod soli opponatur secundum eius axem a d, sit enim corporis solaris centrum k, sistuturq; speculum taliter, ut eius axis a d, sic producta, proueniat ad centrum solis in punctum k, dico quod omnes radij solares æquedistanter radio k a, superficiei speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ est axis speculi, quoniã enim omnes radij egredientes à quocunq; puncto corporis solaris super aliquod punctum superficiei speculi, egrediuntur secundum lineas rectas, ut patet per primam secundi huius, tunc palam est quia linea k a, est linea recta. Sit itaq; super periferiam alicuius sectionis parabolæ ipsius speculi, quæ sit g a z q, punctum g, signatum utcunq; contingit, & à puncto speculi g, p 31. primi, ad aliq̃d punctum, corporis solaris quod sit t, ducatur linea g t, æquedistans radio a k, qui incidit superficiei speculi secundum axem a d.



Est autem necessarium omnem lineam a quocunq; puncto speculi æquedistanter radio a k, productam ad superficiem corporis solis incidere, quoniam superficiei speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio, sit ergo punctum t, quod est terminus lineæ g t, in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq; lineæ quæ possunt duci á superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi a d, incidunt corpori solari, & secundum illas lineas fit incidentia superficiei speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantium axi radiorum, hoc autem est omniũ radiorũ cuicunq; pũcto superficiei totius speculi incidentiũ, q̃m p 31. primi, à q̃libet pũcto ppe uel remote dato, scimus cuilibet datæ lineæ ut in proposito ex axis a d, ducere lineã æq̃distantẽ, dico itaq; q̃d oẽs illi radij reflectuntur à totali superficie speculi ad unũ punctũ axis speculi q est punctũ h, oẽs enim illi radij cũ sint lineæ rectæ, patet p præmissam, quod cũ lineis ab omnibus pũctis suarũ incidentiarũ ad punctũ h, ductis cõtinẽt angulos æquales, ergo p 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectũtur secundũ illas lineas transeuntes punctũ h, & ex hoc patet, quod oẽs radij incidẽtes periferiæ sectionis æquedistanter radio incidenti secundũ lineã, q̃ est diameter ipsius sectiõis reflectũtur ad punctũ diametri, qui abscidit ex capite diametri à parte periferiæ sectiõis partẽ æqualẽ quartæ parti lateris recti ipsius sectionis a b g, q̃m omnis reflexio à q̃libet corporũ politorũ regulariũ fit secundũ æqualitatẽ angulorum, q̃s continẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficie speculi à qua fit reflexio cõtingente, & quoniam oẽs illæ duæ secant se in puncto h, patet quod in puncto h, est cõcursus omniũ illorũ radiorũ. In illo ergo pũcto aggregatur omnis uirtus oĩm radiorũ totali superficiei speculi incidẽtiũ, & q̃m quilibet radiolus defert secum aliq̃d uirtutis actiuæ corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrens omnium

omnium scilicet radiorum superficiei speculi æquedistanter ipsi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota superficie & à quolibet puncto ipsius radij solares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propositum.

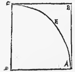
XLIIII.

Speculum secundum formam sectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel intersectionis pyramidalis uel cuiuscunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.



Lineam quã dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniã ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est communis sectio superficiei conicæ cuiuscunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & superficiei pyramidem per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaque sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit a e g, & assumatur lamina ferri boni uel calybis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ sit a b g d, & protrahatur in ipsa sectio parabola, quæ sit æqualis, & similis sectioni a e g, & abscindatur lamina secundum illam sectionem a e g, uel secundum aliquam partem ipsius, siue placeat à parte uerticis quæ est a, siue ex parte unius sui capitis, quod est g, siue ex parte alterius sui capitis, quod est in latere eius recto oppositum puncto g, fit enim magna diuersitas proiectionis radiorum secundum illam partium sectionis diuersitatem, resecta itaque lamina a d b g, secundum formam & figuram sectionis a e g, acuatur extremitas laminæ, quæ est secundum formam sectionis acuitione bona, scilicet, ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præassumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabolæ secetur contiguæ multis sectionibus ad modum limæ, ita ut per ipsa possit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius superficiem secundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectionis parabolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi cõcauati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium à puncto uerticis est figuræ, quasi annularis, & forma speculi concauati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est, ad modum longitudinis oui. Limetur itaq; speculum cuiuscunq; figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ, quæ est secta ad limandum occurrat toti superficiei ipsius speculi. Si ergo speculum limatum fuerit secundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concaua superficies, quantum ad lineam periferiæ suæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam cir

culi æquestantis basi, & in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidẽtis uel incidente planantis, moueaturq́ ad concauandum speculum, & tornetur sicut tornantur alia



instrumẽta, donec perifetia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius, planetur quoq́ quantum est possibile, eritq́ tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ, & fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum, similiterq́ modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq́, ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius, docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c, in 37. huius, uel secundum fixum punctum q, in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis superficiei superficies, prouenientó figuræ similes illis lineis à quarum superficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq́ propositum.

LIBER DECIMVS
PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.

SVperius duos modos uisionis, scilicet eum q fit directa per unum medium diafonum, & eũ qui fit per reflexionẽ à politis corporibus tractauimus, super est nunc, ut tertium uidendi modum, qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphærico diafoni densioris aere, uel aqua, uel sub glacie, uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali, uel circa illud fit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi, superius diximus, uisiua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet ideo sic accidit in formis rerum agentium, sed quia sic agunt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunq́ refractionis naturæ accidens uel uisui, fit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorũ corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona nobis assueta, sunt aer, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod est rarius aere, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, nõ tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea, uel aquea, uel aerea & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorũ, ignis uero in sphæra sua est secundum sui formalem distinctionem aeri contiguus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aere in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est cœlo, tanto fit rarioris diafoneitatis, similiter & ignis, ita quod infimum ignis & supremũ aeris est diafonitas quasi una, in qua refractio sensibilis fieri non potest, & itaq́ superficies concaua ignis non est diuersæ diafonitatis & sensibiliter determinatæ à superficie conuexa aeris, ideo non fit refractio in terilla, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliqualis

refractio

refractionũ diuersitas in aere densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimum accidit in aere cõdensato propè terram, & maxime in crepusculis serotinis & matutinis temporibus. Diafonũ uero aliud diuersum ab istis est aqua cõtinẽs etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius, quod est in illo suo genere, uno tamẽ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ, & aquæ salsæ, ut maris, grossioris diafonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes, ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdam corporibus animatis, quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum, quibus superstant, quorũ animatorũ corporum passiones, non prosequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaque cœli, quæ occurrit uisui, est sphærica concaua, quæ si secetur ab aliqua plana superficie, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius, & superficies aeris, quæ tangit illã, est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, communis sectio erit linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphærica cõuexa, quæ si secetur à plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregularis, unde si secentur à planis superficiebus, fient in illis communes sectiones, aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum, quæ usibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ, dicitur linea secundum quam forma directè diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ, per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non rectè prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis, est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineæ incidentiæ, uel lineæ extensionis formæ refractio ad uisum. Linea refractionis, dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpẽdicularis, hic nũc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur super superficiem corporis, à qua fit refractio. Katherus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisa, & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis, dicitur superficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ, dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, à qua fit illa refractio. Angulus refractus, dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis, dicitur angulus quem cõtinet linea refractionis cũ linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius superficie fit refractio in continuum protracta. Directè uideri dicitur sicut & superius diffinitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Obliquè dicitur uideri, cũ forma rei uisæ ad uisum peruenit refractè. Imago refracta, dicitur forma rei uisæ obliquè perueniẽs ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit. Supponimus autem hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & serotinis crepusculis uideri, item uideri secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

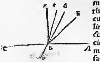
THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta à puncto reflexionis super superficiem, in qua fit refractio, ex quo patet, quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafono, in qua sit linea a b c, & sit punctum, cuius forma refrangitur punctum d, sitque centrum uisus e, fiatque refractio in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & à puncto b, super superficiem

a b c,

a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionē præmissam in principijs libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidēs quæ est d b, & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctū in quo fit refractio, quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem, est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaq; d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi. Omnis enim refractio aut fit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidētia formæ refrangendæ, quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam positionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam positionis fit tantum per uisum, quia in quacunq; superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propositum, & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis cōstituant, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie simili concurrere est possibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.



II.

Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractio, siue illa superficies sit plana, conuexa, uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refringitur, & punctum superficiei corporis, à quo fit refractio, & centrū uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illis, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractio si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua sphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractio, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam corporis superficiem. Similiter quoq; demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris, siue pyramidalis, siue alterius figuræ cuiuscunq;, semper enim superficies refractionis erit recta super superficiem corporis, in qua fit refractio, & si accidat, ut illa superficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractio, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ fit in instrumento, quod in prima secundi huius præmisimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circulorum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficiei interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistat superficiei dorsi instrumenti, cui

extrin

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaq; medij circuli æque distat superficiei regulæ longæ quadrangulæ supposite dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est sup superficiem laterũ longitudinis regulæ erectas super oras instrumẽti, superficies itaq; medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis p instrumentũ positũ in uase ut cõsueuit. Superficies itaq; medij circuli est ppendicularis sup superficiem horizontis, & quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositũ. Idem quoq; potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ est linea incidentiæ suæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aëre ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aëre ad uitrum fit refractio, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractio sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam, & hoc est propositum.

III.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficiei secũdi diafoni respectu uisus refractæ uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem fit luminis diffusio, ut patet p 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti, cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi pximo, & peruenit ad superficiẽ corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonũ continens illud secundũ corpus diafonũ qđ sit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter q̃ linea incidens perpendiculariter, sola enĩ illa extenditur secundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo sibi, & in corpore alio diafono proximũ corpus diafonũ contingente, dũ tamẽ perpendiculariter incidat utriq;, & si forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto superficiei cõtinuæ cũ superficie corporis diafoni corporis pximi, nec sit illius superficiei secundæ corpus diafonũ, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris supficiei diafoni æquedistans, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis sup superficiem secũdi corporis alia ppendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficiei prioris corporis secundũ ppendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã superficiẽ duas lineas ppendiculares duci est impossibile p 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti transeuntes in corpus diafonum contingens pximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminosi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta, & refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, superficie corporis diafoni, existente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit cõtinua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quàm sit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

forma cõtinua magis aggregata & unita perueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quē extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipsius secũdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quæ potest extendi ab illo pũcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aeris ad superficiē corporis diafonitatis alterius pertingentes, & si in superficie eius corporis secundi diafoni corporis lineæ obliq; incidentes refringi imaginentur perpendiculari linea, quæ est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeunte, tunc adhuc fit unum corpus continuũ in refractiõe, sicut & una est forma corporis incidens superficiei illius secundi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secundũ ueritatē in aëre pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratũ uel luminosum densum, miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipsorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ potest extendi ab illo pũcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto densi extēdet per quãlibet linearũ refractarũ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio sibi correspondente, & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uisum, sed perpēdicularis quia nõ refringitur, peruenit ꝑpendiculariter ad centrũ uisus, & formæ per lineas obliquas incidentes refractæ & oblique perueniunt ad uisum, cum itaq; lineæ secundũ quas forma refrangitur se in aëre per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipsarum multa sit intersectio ꝓpter æqualitatem diffusionis formarum illarũ ad omnem differentiã positionis, tunc si centrũ uisus positũ sit in illo pũcto, cõprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unico pũcto ꝑpendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur, ut in 47. secundi huius ostensum est, patet ergo propositum.

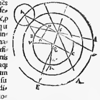
IIII.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractio à medio secundi diafoni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diafono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumēti sensibiliter exprimetur. Accipiatur itaq; prædictũ instrumentũ quo in præcedentibus usi sumus, cuius diametrũ quam ibi signauimus, per lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q, sit centrum laminæ basis instrumēti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistanter superficiei horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrum laminæ, quod est q, oppilentur quoq; foramina instrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipsorum quod in ambobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colũna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentũ donec diameter b q g, sit perpēdicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctũ z, quod est extremitas diametri circuli medij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisuum super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas stili secundũ rectitudinem perpēdicularis exeuntis ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrum uisus & extremitas stili tũc sunt in linea k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secũdum quam fit uisio. Est enim linea k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipsa æque distat lineæ b q g, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super eandē superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentũ donec linea b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus super superius foramē, & nõ uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideatur illa extremitas, & figatur in illo pũcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculũ densum in superficie aquæ in centro medij circuli quod

est f,

est f, tūc non uidebitur illa extremitas stili, ablato uero illo corpusculo uidebitur illa extremitas stili, quod si consideretur in numero graduum medij circuli distātia extremitas stili à pūcto z, inuenietur distantia sensibilis. Potest aūt punctus z, quod est extremitas diametri medij circuli transeuntis per centrū duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulæ subtilis latior extremitas ponatur super cētrum laminæ, & media linea ipsius protendatur secundum diametrum laminæ, tunc enim acumen regulæ cadit super punctum z, ut præmissum est prius in propositionibus secūdi huius, quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphæræ ut in illis ꝓpositionibus aliquibus assumptū est, cuius superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminū, namq; quæ est suarum superficierum planarum communis differentia sit super lineam o d, secantem b q, semidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpēdicularis super planam superficiem uitri & super conuexam. Deinde ponatur instrumentū in aqua, ponaturq; extremitas stili super punctum z, & centrum uisus super superius foramen, uidebiturq; extremitas stili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quādo est in linea perpēdiculari super superficiem corporis, in qua sit refractio uitri, ut nūc est linea k f z, perpēdicularis super superficiem uitri, forma ipsi uidetur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & differentia cōmunis duarum superficierum planarum uitri ponatur super primum locum scilicet lineæ o d, quoniā & tunc linea k f z, est perpendicularis sup utrasq; superficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si à superficie laminæ instrumēti euulso uitro à centro laminæ quod est q, in superficie laminæ ducatur semidiameter q r, continēs cū semidiametro b q, angulum obtusum. Deinde ducatur semidiameter q u, continens cum linea q r, angulum rectū, & protrahatur ad altam oram instrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiameter b q, obliqua sup lineā q u. Deinde linea quæ est communis differentia superficierum planarum uitri, ponatur super lineam q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentiæ communis planarum superficierū ipsius uitri super centrum q. Erit itaq; centrum uitri super centrū medij circuli ut præostensum est in alijs, & linea k f, transit per centrū uitri & est obliqua super superficiem ipsius planā, quoniam diameter b q æquedistans lineæ e i, quæ est k f, oblique cadit sup lineā q u, & quoniam linea k f, transit per centrum uitri, palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r, ducatur perpendicularis in ora instrumenti usq; ad circumferentiam medij circuli quæ sit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeāt notari, & imaginetur duci linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri, quoniam transit per eius centrum, & est perpēdicularis super planam uitri superficiem, quoniam est æquedistans lineæ q r, perpendiculari super lineam q u, cui supposita est illa communis sectio planarum superficierum ipsius uitri, punctus itaq; e, est punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius, ponatur itaq; instrumentum sic dispositū, in uas, & ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z, & ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k, tūc nō uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; stilus in circūferētia medij circuli ad partem contrariam puncto c, nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti c paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc punctum f, quod est centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpusculo, nō uidebitur extremitas stili, sed



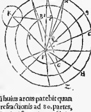
illo corpusculo remoto iterum uidebitur illa extremitas stili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis stili comprehensio quæ sit a, est secundum refractionẽ factam à centro uitri, & quod forma refracta est in superficie circuli medij quæ est perpendicularis sup superficiẽ planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis stili quæ est a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media est inter lineas f z & f e, & sit a f, palam quia est perpendicularis super conuexam superficiem uitri, & peruenit eius forma ad uisum per lineam k f, per centra amborum foraminum transeuntem, quæ magis distat à linea perpendiculari super superficiem planam uitri, quæ est linea f e, æquedistans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipsi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f, & transiuerit per totũ corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipsa linea q f, cum transeat centrum uitri est perpendicularis super superficiem uitri. Cumq; pertransito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus est rarioris diafonitatis quàm sit corpus uitri, & peruenit ad centrum uisus, patet quod est refracta à suo primo progressu lineæ a f, & peruenit ad progressum lineæ z f k, & quoniã linea z f, est remotior à perpendiculari ducta à pũcto refractionis super planam superficiem uitri quæ est linea e f, quàm sit linea a f, quoniam punctum a, cadit in superficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis super superficiem aeris continentis planam superficiem uitri, nam linea f z, pertransiens centra amborum foraminum magis distat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate stili ad centrum uitri quæ est a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipsius perpendicularis quæ est e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui subtilior est uitro, patet quod simili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër est subtilior quàm aqua. Quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & cõmunis differentia suarum planarum superficierum ponatur super lineam q u, sitq; medium punctum illius communis differentiæ super centrum laminæ quod est q, palam quia linea k f, erit obliqua super planam uitri superficiem, & perpendicularis super eius superficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis super planam superficiem uitri, quoniam est perpendicularis super lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis super conuexam superficiem uitri, per 72. primi huius, & super eius planam superficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquedistant, ponaturq; extremitas stili albi quæ sit a, super punctum z, ut prius, statuaturq; uisus super superius foramen instrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas stili quæ est a, moueatur itaq; stilus ad partem puncti e, per circumferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas stili. Deinde moueatur ad partem cõtrariam pũcti e, & tunc uidebitur extremitas stili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate stili ad centrum uitri, secundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitas stili à centro uitri ad uisum per lineam f k, transeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit superficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, scilicet f e, exeuntis à loco refractionis super planam superficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod est grossius aere, formæ itaq; quæ refrangunt̃ à grossiori corpore ad subtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis exiens à loco refractionis super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore subtiliore ad grossius, declinant ad partem, in qua est perpendicularis producta, & hoc est propositum.

Quantita-

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia angulorũ refractionis eſt ſecundũ quantitates angulorũ incidentiæ contentorum ſub linea incidentiæ uel extenſionis radij in primo corpore, & ſub perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiẽ corporis ſecundi, anguli eñ refractionum creſcunt, & decreſcunt ſecundũ diſpoſitiones illorũ angulorũ incidentiæ in corporibus & ſitibus diuerſis, & quia, ut patuit per p̃miſſam, tunc à corpore ſubtilioris diaphoni ad corpus groſſius fit refractio ad ꝑpendicularẽ ꝓductam à puncto refractionis ſuper ſuperficiẽ ſecundi corporis, & à corpore groſſioris diaphoni ad ſubtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis ſic ductæ, ut patuit per p̃miſſam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli ſecundũ diuerſitatẽ diaphonitatis ſecundi corporis. Et ut hæc differentia angulorũ experimentaliter ꝓbetur, diuidatur à circulo medio qui eſt in periferia inſtrumenti ex parte centri foraminis, quod eſt in circũferentia inſtrumẽti circa punctũ k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuiſa eſt in 360. partes, qui arcus ſit k n, & à puncto n, ducatur in ora inſtrumenti linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ quæ ſit n l, cadatq́ punctus l, in ſuperficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ inſtrumenti quod eſt q, linea l q, & à centro medij circuli quod eſt f, ducatur linea ad punctũ n, quod ſit f n, ſitq́ diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, tranſiens per centra amborum foraminum, quæ ſunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circũferentia medij circuli à puncto n, ſeparetur arcus 90. partium ſequens arcũ k n, qui ſit arcus n s, & à centro medij circuli quod eſt f, ad punctũ a, ducaẽ linea quæ ſit f s, quæ erit perpendicularis ſuper lineam f n, per ultimã ſexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartã partẽ circuli, remanebitq́; arcus reſiduus ex medio circulo qui eſt a 3, partes 80. Deinde ponatur inſtrumentum in uaſe, & ſituetur uas æquediſtãter horizonti, & infundatur aqua clara uſq; ad punctũ q, centrum laminæ, & in ortu ſolis in mane moueaẽ inſtrumẽtum donec linea l q, cõtingat ſuperficiẽ aquæ. In hoc ergo ſitu diameter medij circuli, qui eſt æquediſtans lineæ l q, ſignatæ in ſuperficie laminæ ſimiliter continget ſuperficiẽ aquæ, locus cũ iſtarum duarum linearũ non differunt in reſpectu ſuperficiei aquæ, quo ad ſenſum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectũ, ut ſupra patuit, eſt ergo linea f s, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, & ſemidiameter f 3, continet cũ linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam ſexti, eſt 80. partium q̃m illi angulo ſubtenditur arcus partiũ 80. qui eſt arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, ſubtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à ſuperficie ipſius aquæ.



Deinde mutetur inſtrumentum in p̃miſſo modo diſpoſitũ cũ toto uaſe, donec eleuato ſole ſup horizonta ſecundum altitudinem arcus k n, lux tranſeat p duo foramina, & ſigneẽ centrum lucis in ora inſtrumenti quæ eſt intra aquam, fiatq́ ſupra centrum lucis ſignum aliquod per aliquã puncturã, eritq́ ſignum illud quod ſit h, in circũferentia medij circuli, auferaẽ itaq; inſtrumentũ, & reſpiciatur punctũ h, cadatq́; ipſum inter punctũ 3, quod eſt extremitas diametri medij circuli tranſeuntis per centra duorũ foraminũ, & inter punctum s, quod eſt extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erecte ſuper ſuperficiẽ aquæ, ut patet per p̃miſſam, patet ergo tunc quod angulus refractionis eſt ille quẽ ſubtendit arcus 3 h, interiacens punctũ h, & punctũ 3, & ex numero partiũ huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & ꝓportio anguli refractionis ad 80. partes, quæ ſunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde ſignetur in circũferentia medij circuli arcus k m, pertranſiens punctum n, qui ſit partium 20. & ducatur linea m p, in ora inſtrumenti perpendiculariter ſuper ſupficiẽ laminæ & ducatur linea p q, in ſuperficie

aminæ ad centrũ q, & ab arcu m 3, resecetur arcus m c, partiũ 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod est f, relinquetur ergo arcus t 3, partiũ 70. Deinde ponat̃ instrumẽtũ in uas, & reuoluat̃ quousq; linea p q, tãgat superficiẽ aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis sup superficiem aquæ, & linea k f 3, transiens per centra amboꝝ foraminũ continet cum linea c f, angulum 70. partiũ. Deinde consideret̃ altitudo solis, & moueatur instrumentũ quousq; lux transeat per ambo foramina, & signetur sup centrum lucis cadentis intra aquam signum u. Deinde consideret̃ arcus u 3, & quia ipse subtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cõputationẽ ptiũ arcus, eritq; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulũ incidentiæ qui est 3 f t, quẽ continet diameter transiens per centra amboꝝ foraminum, cũ perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ est partes 70. Similiterq; ꝓcedatur signando arcum k x, quæ sit partium 30. & est eadẽ expimẽtatio. Deinde sumat̃ arcus partiũ 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70 deinde 80. & semper p cõputationẽ partiũ p arcus circuli medij interiacentis punctũ 3. & centrum lucis, erunt anguli refractions noti, & ipsoꝝ ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos sub perpendicularibus & diametris transeuntibus centra foraminũ semp erit nota, nõ solũ autẽ per 10, sed etiam per alios quoscunq; numeros integros uel fractos p̃missa arcuum diuisione potest ꝓcedere, quia semp est idem modus declarandi, & ut summarie hoꝝ anguloꝝ quantitates & ꝓportiones perstringamus, qñcunq; alicuius radij transeuntis per corpus aëris suæ debitæ dispositionis exprobatũ fuerit in superficie aquæ facta refractio, fueritq; aqua suæ propriæ dispositionis in diaphonitate cõpetenti formæ aquæ, si angulus incidentiæ contentus in centro f, sub semidiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, sub semidiametro f 3, & sub linea radiali refracta quasi duarum partium, & 5. minutorum, & sic cõsequenter secundum formam tabulæ quã inferius subiungemus, patet ergo ꝓpositum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerso experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli instrumenti modo illo, ut in præmissa, sitq; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, copuletur quoq; linea l q, & supponatur uitrum formatũ cubice superficiei ipsius tabulæ, ita ut communis sectio duarũ superficieꝝ planaꝝ, quæ est linea recta, ut patet per 3. undecimi, supponat̃ lineæ l q. taliter ut secundũ sui punctũ medium supponatur lineæ signatæ in superficie tabulæ ꝑpendiculari sup lineam l q, quæ est æquedistans lineæ s f, ductæ in supficie medij circuli, sitq; medium punctũ illius lineæ uitri super punctũ q, centrum laminæ, ponaturq; superficies uitri plana ex parte foraminũ, & applicetur bene uitrum laminæ, & instrumentũ positum in uase moueatur, donec lux transeat p ambo foramina, signeturq; sup centrũ lucis signum, & considerent̃ quantitates anguloꝝ refractionis ex aëre ad uitrum per quantitates arcuũ, ut in præcedente. Quod si aliqs perscrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquã, accipiat uitrũ qđ est pars sphæræ, ut ipsi superius usi sumus in propositionibus secundi libri huius scientiæ, & in 4. secundi huius, & ponatur conuexũ uitri ex parte centroꝝ 2. foraminũ, ponaturq; medium lineæ quę est differentia cõmunis superficieꝝ planaꝝ sup centrum laminæ, ita quod illa cõmunis differentia sit super lineam l q, tunc ergo lux quæ transit centra 2. foraminũ, perueniet recte ad centrũ uitri, & reflectit̃ apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq; postmodũ arcus successiue, ut in præmissa, & mutetur uitri positio, ita ut illa cõis planarum supficierum ipsius uitri sectio sit sup lineam p q, sitq; iterũ medius punctus illius lineæ uitri sup punctum q, centrũ laminæ, & sic factis ulterioribus diuisionibus circuli medij, ductisq; lineis ut prius, & mutato



& mutato uitro secundum illas, habebunt anguli refractionũ particulares, & ipsorũ proportio ad angulum incidentiæ quẽ continet diameter pertransiens centrũ foraminũ cũ ꝑpendiculari ꝑducta à loco refractionis sup superficiẽ planam ipsam superficiem uitri conuexam contingentem. In his enĩ dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti, semp erit centrum uitreæ sphæræ in puncto f, eritq́ꝫ p 72. primi huius, linea s f, similis illi perpendicularis sup superficiẽ conuexam uitri, & sup superficiẽ planam ipsius, à cuius punctorũ aliquo fit refractio, qm̃ qualibet illarũ linearum est perpendicularis sup lineas æquedistãtes lineis l q & p q, & simlib. illis quibuscũqꝫ. Scieturq́ꝫ ut prius reiterata operatione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus situbus cum refractio fit ab aëre ad uitrum, uel à uitro ad aerẽ, semp inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrũ, & de uitro ad aerẽ æquales, qm̃ angulus cõtentus à linea, per quem extenditur lux ad locũ refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio ad aere ad uitrũ, æqualis fuerit angulo contento à linea per quã extendit lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerẽ, ut patet instrumentaliter operanti. *Si* uero uoluerit aliqs experiri quantitates angulorũ refractionis à conuexo uitri ad aerẽ, diuidat ut prius de circũferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcũ 10. partium, quæ sit k n, & ducant ut prius linea n l, & linea l q, & a linea l q, quæ est semidiameter laminæ ex parte centri q, abscindat linea æqualis semidiametro sphæræ ipsius uitri, quæ sit q o, & à puncto o ducat perpendicularis super diametrũ laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum sit o d, secans diametrũ b q g in puncto d. Deinde supponatur communis sectio planarũ superficierũ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum medium illius sectionis sit sup punctũ o, erit itaqꝫ centrũ uitri in superficie medij circuli & eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis sup superficiẽ uitri planam per 8. undecimi, qm̃ est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illam superficiẽ, & sup illam differentiã cõmunem illarũ duarũ planarũ superficierum uitri, erit quoqꝫ centrũ circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, existens à centro medij circuli quod est f, ad centrũ laminæ quod est q, est æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cõmunis supficierũ planarũ uitri, ut patet ex his quæ præmissa sunt in figuratiune huius figuræ uitreæ in 45. secũdi huius, & utraqꝫ istarũ linearũ est ꝑpendicularis sup superficiẽ laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiei ipsius uitri cũ centro medij circuli est æqualis lineæ q o, copulanti centrũ laminæ quod est q, cũ medio puncto differentiæ cõmunis duarũ planarũ supficierũ ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posita est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiametro uitri. Centrũ ergo medij circuli est in conuexo uitri, linea ergo k f, quæ est semidiameter medij circuli cũ nõ transeat centrũ sphæræ uitreæ, patet quia est oblique incidẽs sup eius conuexam superficiẽ, ergo per 47. secundi huius, cũ eadẽ diameter oblique incidat supficiei aeris cõtinẽtis refrangit ipsa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis super ipsam superficiẽ aeris, imaginetur itaqꝫ semidiameter uitri ꝑduct ex utraqꝫ parte ad circũferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrũ circuli medij quæ est k f 3 in puncto f. Erit itaqꝫ per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus u 3 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaqꝫ aliqs centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3. quod est extremitas lineæ transeuntis p centrũ duorũ foraminũ q̃ꝫ sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per centrum uitri ab eodẽ puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta est ad partẽ contrariam diametri ꝑductæ à loco refractionis quæ transit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrũ lucis signatũ est quantitas anguli refractionis, angulus enĩ refractionis est apud centrũ circuli medij, qm̃ ut

patuit

patuit per 44. secundi huius, lux extendit super lineam transeuntẽ per centrũ duorum foraminum recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, fit angulus refractus quasi 13. partium, & angulus refractionis quasi partium trium, factisq; ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorum refractionis per instrumentum, & si infundatur aqua uasi, tunc erit aqua loco aëris, & præmisso modo inuenietur diuersitas angulorum refractionis à uitro ad aquã, & differentia secundũ quod illi refractioni est propria, & quantitas angulorum refractorum & angulorum refractionis, respectu eorum quæ sunt in aëre, quod si à puncto 3, ducere placuerit extremitatem stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquedistantiũ superficierum omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, quàm diameter uitri sphærici conuexi, quo superius usi sumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterũ quadratorum concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri uitri sphærici, & sint cõmunes sectiones planarum superficierum huius uitri lineæ rectissimæ. Potest autẽ hæc forma uitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex aëre uel lapide, & uitrũ liquefactũ fundatur sup ipsum, & poliatur, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, quod est k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius quantitas sit illa secundũ quã quis uult experiri quãtitates angulorum, qui sit arcus k n, & à puncto n, ducatur in ora instrumẽti linea n l, perpendicularis super superficiẽ laminæ, & ducatur linea l q, in superficie laminæ ad centrũ eius quod est q, & à semidiametro l q, resecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, perpẽdicularis super diametrum laminæ b q, & protrahatur in utrãq; partẽ, & sit o e, secans diametrũ b q g in puncto e, & superponatur uitrum laminæ, ita quod dorsum concauitatis, hoc est superficies plana concauitati supposita sit ex parte duorum foraminũ, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfluitates rectilineæ quæ superfluũt super diametrũ columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantiæ duarum extremitatũ diametri basis cõcauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrũ basis cõcauitatis columnaris super punctũ o, à quo exiuit linea o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distãtia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundũ hanc ergo dispositionẽ applicetur uitrum firmiter superficiei laminæ, & erit superficies medij circuli secans concauitatẽ columnarẽ & æquedistans basi eius, quoniam basis eius in hac dispositione est in superficie laminæ instrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, secat superficiem columnarẽ concauã secundũ circulũ, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ, & linea continuans centra istorum duorum semicirculorum s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis super superficiem laminæ incidens ad punctum o, quoniam ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ perpendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod est f, super centrũ laminæ, quod est q, sed & linea e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothesi, ergo per 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod est f, ad centrũ semicirculi, qui sit in superficie columnæ concaui æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrũ itaq; medij circuli, quod est f, est in circũferentia semicirculi



culi

culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concaua superficie columnæ, & quia terminus planus uitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrū laminæ: palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis super planā uitri superficiē, quia etiā planæ superficies sunt sup se inuicē perpendiculariter erectæ, erit ergo linea k f 3, pertransiens centra amborū foraminū perpēdicularis sup superficiem planam, quæ est in parte cōuexa uitri per 8, undecimi, quia illa linea k f 3 est æque distans semidiametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illā superficiem ut patet ex præmissis, & hæc superficies plana uitri est ex parte foraminū. In hoc ergo situ lux quæ extenditur per lineā transeuntē centra duorū foraminū extēditur in corpore uitri recte, donec perueniat ad concauū uitri, & tūc reflectitur apud concauā superficiē uitri, cū enim nō transit p centrū circuli, q est in cōcaua superficiei uitri, patet per 72, primis huius, quā ipsa nō est perpēdicularis super cōcauam superficiē uitri, refrangitur ergo in concaua superficie uitri, & cōmunis sectio illius lineæ & concauitatis uitri, est centrū circuli medij, & in hoc pūcto fit refractio ex aere ad uitrū, arcus itaq; cadens inter cētrū lucis & punctū 3, q est terminus diametri trāseuntis per centrū amborū foraminū subtēditur angulo refractiōis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorū arcuū refractiōe à pūcto k, & potest ostendi quantitas omniū angulorū refractiōis à cōcaua uitri supficie. Quod si uitrū sic disponatur ut cōmuni sectiōe suarū planarū superficierū posita sup lineā o e, cōcauitas uitri respiciat cētra foraminū, tūc q linea k f 3, pertransiēs uitrū perueniet ad cōcauū uitri irrefracta, cū sit perpēdicularis sup planā supficiē ipsius, obliqua uero sup cōcauam eius supficiē, ergo et sup cōuexā supficiē aeris cōtingētis uitrū, refringetur ergo à concaua uitri supficie, & hæc refractio est à cōcauo uitri ad aerē, & anguli q fiūt ex aere ad uitrū in cōcauo uitri sunt idē istis, quā semp anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrū sunt idē, cū angulus quē cōtinet linea per quā primo extenditur lux, est perpēdicularis exiens à loco reflexionis, sit idē angulus, & eodem modo possunt sciri anguli refractionis de aqua ad uitrū, & de uitro ad aquā in superficie uitri cōcaua, uel in superficie alia quacunq; quod si extremitas stili ducatur à puncto 3, in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs uitri secundum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad usum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Accepto instrumēta liter prout potuimus propinquius angulis omniū refractionū à quibuscunq; diafonis notis adinuicē, ut ab aere ad aquā & uitrū, & ab aqua ad uitrū, & econuerso ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquā, inuenimus quod semper idē sunt anguli refractionū à quocūq; raro diafono ad diafonū densius illo, & ab eodem denso ad idem rarū, secundū hoc fecimus has tabulas, quarū hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundū modos suorū circulorum quos præmittimus in capitibus suarū linearū. Potest itaq; secundū has tabulas experimentaliter inuentas per instrumentū præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionū à medijs diuersæ diafonitatis quibuscunq; & patet exeis, quoniā anguli incidentiæ formæ eiusdē puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ superficiei corporis diafoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31, primi, ablato enim angulo maiore à suo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodē diafono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidētiæ minori, excessus quoq; anguli refractionis maioris super angulū refractionis minorē erit minor excessu angulorū incidētiæ maioris super minorē, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illū angulū maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, scilicet ille quem addit angulus incidentiæ maior super angulū suæ refractionis, est maior angulo refracto quē addit angulus incidentiæ minor super angulū suæ refractionis, semper itaq; in medio secūdi diafoni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio istorum

angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro, acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua, & sic secundum diuersitatem diafonitatis anguli uariantur. Si uero medium secundi diafoni fuerit rarius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Erit quoque istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diafonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur, quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere sunt maiores angulis qui fiunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaque sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusione sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam secundum se quàm in respectu ad uisus, Patet itaque quod quærebatur.

Tabula q̃ntitatũ angulorum incidẽtiæ oib. sequẽtib. cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti ab aq̃ ad uitrum.		Anguli refractionis eiusdem	
	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	7	45	2	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	4	30	12	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

	Anguli refracti ab aqua ad aerem		Anguli refractionis eiusdem.		Anguli refracti à uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiusdem		Anguli refracti à uitro ad aquã.		Anguli refractionis eiusdẽ.	
	par	minut.	pt	minut.	par	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uisus & pũcto rei per refractionem uisæ in diuersis diafonis loca propria permutantibus, eædem lineæ incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmissis huius 10. tractatibus quod formæ uisæ per refractionẽ extenduntur directè per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus, Deinde refringuntur ab illo alio corpore diafono per aliam lineam

lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uisus a & punctum rei uisæ b. Sitq; superficies corporis in quo est punctũ b, ad uisum existentẽ in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentẽ in puncto a, à superficie corporis c d e, puncto d, sitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis, quæ d a, dico quod si centrũ uisus & punctũ rei uisæ permutẽt loca, ita ut centrũ uisus positu sit in puncto b, & punctũ rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodẽ pũcto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidentiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tantũ linearũ nomina permutantur manentibus eisdẽ lineis & eodẽ angulo, hoc autẽ patet per experientiã, cũ enim aliquis existens in aere inspexerit aliud corpus contentum sub alio corpore quod est diafonũ, differens in sui diafonitate ab aeris diafonitate, tunc uisus cõprehendet omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uisui, & si cooperuerit alterũ uisuũ, & aspexerit cũ reliquo, uidebit illa eadẽ quæ prius, siue illud medium sit aer, uel aqua, uel uitrũ, uel cristallus. Quod si uisus ponatur intra aquã, aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia, quæ sunt ultra illud aliud corpus diafonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere, uel in uitro, semper cõprehendet omnia eadem quæ prius, patuit autẽ per 4. huius, quod uisus per mediũ diafoni diuersi nõ cõprehẽdit res quæ nõ sunt in perpẽdiculari ducta à cẽtro uisus super superficiẽ diafoni corporis, nisi per refractionem, omne ergo punctũ cõprehensum à uisu, præter illud punctum quod est in prædicta perpendiculari, cõprehenditur per refractionẽ, & quoniã formæ omniũ punctorũ, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diafonũ, refranguntur in eodẽ tempore ad centrũ unius uisus, patet quod si alicuius rei uisæ, pũctum esset in puncto, in quo tunc est centrũ uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia pũcta, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diafonũ oppositũ uisui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodẽ modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrũ uisus, quoniam si centro uisus in eodẽ puncto remanente moueatur oculus ad omnẽ differẽtiam positionis, cõprehendet omnia illa uisibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuscunq; rei uisæ cũ fuerit ultra aliquod corpus diafonũ, extenditur ad superficiẽ corporis diafoni ultra quod est, & refringitur ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris, uel alterius diafoni, & illa forma erit apud quodlibet punctũ illius secundi corporis diafoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctũ aeris uel alterius corporis diafoni; forma enim cuiuslibet punctorũ rei uisæ diffundit semper lineam rectam. ad unũquodq; punctũ corporis diafoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illorũ uisuũ uidebit totalẽ formam rei uisibilis, quæ est sub altero diafono, nam semper forma rei uisæ, tunc erit apud punctũ apud quẽ erit & centrũ uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locũ super idẽ diafonũ, semper eandẽ uidet formam quamdiu forma illa secundũ lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes cõprehendũt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodẽ tempore, forma itaq; cuiuslibet puncti rei uisæ extẽditur ad quodlibet punctũ corporis diafoni in quo est res uisa, & formæ omniũ punctorũ rei uisæ congregantur apud quodlibet punctũ cuiuslibet corporis diafoni, in quo existit, & apud quodlibet punctũ corporis diafoni diuersi ab illo corpore diafono, in quo existit res uisa, inter quodlibet enim punctũ aeris, & quamlibet rem uisibilẽ existentẽ in aliquo corpore diafono diuerso ab aere fit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris & basis in superficie rei uisæ, fiuntq; tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diafoni in quo fit diffusio formarum, quia itaq; totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionũ, quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdem lineas continentur, patet ergo quia locus centri uisus & punctũ rei uisæ de uno diafono ad alterũ permutatis, semper quidẽ fit formæ uniuersalis diffusio, nõ tamen percipitur quælibet forma, à quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaq; quia illæ lineæ manent eædem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde per-



mutatis, ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & e conuerso, patet ergo propositum.

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat.

Hoc patet per experientiã, cũ enim aliud uisum est in medio secundi diafoni, utpote per aerẽ in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uisæ super superficiẽ aquæ, & deinde uisus moueatur donec fiat positus in perpẽdiculari aliqua exeũte à re uisa super superficiẽ aquæ, tũc lux & color rei uisæ fiũt manifestiora quàm essent cũ aspiciebãtur oblique, tũc enim figura exiẽs ad uisum secundũ lineas obliquas est refracta, & multũ obliqua, in perpendiculari, uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut ferẽ recte secundũ quod plus uel minus distant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, quoniã reflexio debilitat in formis reflexis luces et colores, quas formæ rerũ uisarũ per quodcunque corpus diafonũ secũ deferunt ad uisum, nec enim est aliqua alia differẽtia illarũ formarũ in esse suo, ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionẽ, & perpendicularitas adiuuans directionẽ uisionis, & secundũ illa uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaque in corporibus uisis per mediũ secundi diafoni propter refractionẽ fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius. Omnis linea uel superficies rei uisæ directe uisibus opposita perfectius uidetur quàm obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis, patet ergo propositum.

XI.

Imago refracta rei uisibilis nunquàm occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.

Quod autem hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autẽ est hæc, nam forma comprehensa à uiso in corpore diafono alio ab aere non est ipsa res uisa, quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo, comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione, cum tamen res non sit directe uisui opposita, & quia comprehendit rem refracte, ideo quia uisus est decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diafoni, comprehendit ergo ipsum ut extra suum locum non in suo loco. Per experientiã quoque idem patet. Assumatur uas habẽs oras erectas super basem eius, & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus, & elonget se experimẽtans quousque uideat illum denarium in fundo uasis. Deinde elonget se paulatim ulterius, quousque non uideat ipsum, & in principio occultationis stet in suo loco uisu immoto, & præcipiat infundi aquam in uas, ita ut denarius non mutet locum, & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso non existente in eius oppositione, ex quo patet quod forma quam experimentans uidet in aqua, non est in loco rei uisæ, nam si forma esset in loco rei uisæ, tunc etiam res uisa comprehendi posset sine infusione aquæ in uas quod non accidit in tanta distantia, ut patuit, imago itaque rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei, quod est propositum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uisi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum.



Sit enim punctus per refractionẽ uisus, qui est a, cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diafoni, qui sit b, & sit centrũ uisus d, dico quod forma puncti a comprehenditur à uisu secundum rectitudinem lineæ d b, hoc autẽ instrumentaliter declarandum, accipiatur itaque instrumentrum primum, & ponatur in uase impleto aqua ut prius, ut signetur aliquod uidendum per refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus, & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde

claudetur

claudetur secundum foramen instrumenti, & tunc non cõprehendetur res uisa, & si claudatur primũ foramen, similiter nihil uidebitur, quoniam abscisa est linea recta imaginabiliter exiẽs uisus ad locũ refractiõis, forma enim pũcti uisi per refractionẽ extẽditur in corpore diafono in quo est res uisa, & refrangitur in corpore diafono quod est inter ipsum & centrũ uisus, peruenitq; ad uisum per lineã rectam exeuntẽ à centro uisus ad punctũ refractionis, & uisus nõ comprehendit aliquid nisi in rectitudine linearum radialium per quas forma uisibiliũ mouetur ad uisum, & si fiat operatio per interpositionẽ alicuius uitri uisui & rei uisæ, ut supra eodẽ modo penitus operando, patebit idẽ, & hoc est propositũ. Visus enim nihil cõprehendit nisi in rectitudine linearũ radialiũ, non enim patitur in progressione istarũ linearũ à punctis rerum uisibilium ad uisum, quoniam non uidet, nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum, ut patuit per 2. tertij huius, & per multas similes, patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio.

Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diafono transitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito, & iam patuit in his, quæ dicta sunt in 47. secundi huius, quia transitus lucis in corpore diafono super lineam decliuem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpẽdicularem exeuntem à puncto, à quo extenditur lux super superficiẽ illius corporis diafoni, & ex motu super lineam ductam in superficie corporis diafoni aut lineæ æquedistantis ei, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendicularem ductam à pũcto corporis luminosi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis quæ est forma lucis existentis in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam decliuem super superficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum suæ refractionis motu composito ex motu super perpẽdicularem exeuntem à puncto ipso uiso super superficiem corporis diafoni, & ex motu super lineam quæ est perpendicularis super hanc perpendicularem. Est ergo motus formæ quæ mouetur ad uisum aut super perpendicularem ductam ab ipso puncto cuius ipsa est forma super superficiem corporis diafoni, quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius est super perpendicularem ductam super illam priorem perpendicularem, & translata est post motum eius super primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ super superficiem corporis diafoni, fitq; hæc trãslatio propter compositionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendicularem ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni. Deinde multiplicat se ad uisum, palam est quod proponitur per hoc, quia si punctum superficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uisæ contingat abscondi à uisu, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci, non fiet uisio illius puncti rei uisæ, forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propositum, quod est manifestius postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

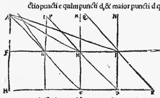
XIIII.

Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, maior est refractio quàm punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a, & linea uisa per refractionem sit b c d e, sitq; communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractio lineæ f g h i, sitq; perpendicularis ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uisæ, & sit a f b. Distetq; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctum c, & plus punctum e quàm punctum d, dico quod maior erit refra-

 ctio

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim puncti a, cum



sit in ipsa linea perpendiculari, patet per 3. huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorum punctorũ quæ sunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuet figurã, patet quod de necessitate diuersitas formarum pũctorum rei uisæ refrangitur à diuersis punctis superficierum ipsius rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refrangitur à puncto superficiei remotiori à centro uisus, aliàs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, & forma puncti d à puncto h, &



forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à puncto h, linea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra superficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem distantiam punctorum b c d e ab inuicem & à superficie diafoni à qua fit refractio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h patet ergo quod maior fit refractio à puncto h remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h, fit enim secundum præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior refractio puncti i, quàm puncti h, ergo est maior quàm puncti g, patet ergo uniuersaliter quod proponebatur. In omnibus enim pũctis & superficiebus à quibus fit refractio est eadem demonstratio.

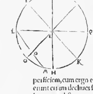
X V.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo pũcto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uisæ existentis in medio secundi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniat atq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis super superficiẽ b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam per 11. huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & per 12. huius, occurrit in linea perpẽdiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum z, hoc antem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiatur

piatur columna rotunda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basium eius, & in uno basium sitarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunque placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut appareant uisui, & impleantur profunditates ipsarũ cerusa distemperata cũ lacte uel cũ albo liq̃re aut albo alio colore quocunque, pũctũ uero centri quod est e, sit nigrũ. Deinde accipiatur uas magnũ profundum habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturque in uas aqua tanta, quod cum immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expectetúrque donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaque columna donec g h, diameter basis sit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoque uisus extra ora uasis, quousque appropinquet æquedistantiæ superficiei aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, centrum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrum circuli e, in rectitudine illius diametri, deinde intueatur uisus diametrum i k, decliuem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritque pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione, uel continentia anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod est e, quam uisus comprehendit, non est apud centrum circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri decliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehendit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem continent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc punctum comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri i k, quod est intra aquã est eleuatum à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnæ quousque diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter decliuis super superficiem aquæ, & tunc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari super superficiem aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoque accidet si plures sint diametri signati in superficie basis columnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ & continet angulũ obtusum cũ parte sui quæ est intra aquã, quæ pars intra aquã semper uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaque patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in corpore diafonitatis grossioris, quàm sit aeris diafonitas, uidetur extra locum suum eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto superficiei corporis diafoni, cum linea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicularis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem ostensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositione & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo quæ uisus cõprehendit per refractionẽ, quia sunt in oppositione uisus secundũ lineam rectam in communi sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessario uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refractæ, q̃d si fiat refractio formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni sectione lineæ refractionis per quã forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis ductæ à puncto rei uisæ super superficiẽ corporis à qua fit refractio. Assumatur enim uitrũ superficierum planarum & æquedistantiũ, cuius longitudo sit octo digitorum, latitudo & spissitu

& spissitudo sit æqualis quælibet quatuor digitorum. Deinde basi columnæ ligneæ prædictæ prius inscribatur linea decem digitorum per 1. quarti, quæ sit l m. Eritq; medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n, & à centro basis quod est f, ducatur linea f n, & producatur illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3 tertij, linea f n, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaq; duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis superponatur medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrũ est in lõgitudine octo digitorum, & linea l n quinq; digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n, in tribus digitis, & distinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sitq; corpus uitri ex parte centri f, scilicet inter lineam l m, & centrum f, & sic applicetur uitrũ tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æquedistãtes, & diameter l q erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis, & ponatur alter uisuum in dicta communi circumferentiæ basis & extremitatis uitri, hic est in pũcto l, quod est extremitas diametri decliuis, quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, nisi solus punctus l, reliquus uero uisus sit in parte, in qua est uitrũ & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno luteo, uel bombace, applicata taliter superficiei columnæ, ut non uideatur nisi sola diameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrum diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, qua est ex parte centri f, cadetq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, sed uisus comprehendit partem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex



parte extremitatis diametri, ut est eius pars quæ o n, pars illa quæ est sub uitro comprehendetur à uisu existente extra uitrum secundum refractionem, & pars o n, quæ est ex parte extremitatis diametri comprehendetur à uisu extra uitrum existente recte & sine refractione. pars autem quæ est ex parte centri comprehendetur ab utroq; uisu per refractionem: nam lineæ exeuntes à centro uisus contingentis uitrum & extensæ in corpore uitri peruenientes ad superficiem uitri, quæ est ex parte centri, omnes sunt decliues super superficiem uitri, pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ est ex parte centri comprehenditur à uisu contingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uisu ad superiorem uitri superficiem erunt decliues super superiorem uitri superficiem, cum ergo extenduntur ad superficiem uitri, reliquam quæ est ex parte centri f, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23 primi huius, illæ enim superficies uitri sunt æquedistantes ex hypothesi, uisus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ est sub uitro una sola refractione partem uero superiorem quæ est p o, comprehendet absq; refractione, uterq; tamen uisuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum qui positus est super uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intuatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis comprehendat ipsam secundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & si non comprehendatur à uisu in suo loco, cõprehẽditur tame in rectitudine perpendicularis quæ exit à puncto

puncto illo super superficiem uitri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquanq; superficiem unam tantum perpendicularē duci est possibile. Hæc autem linea quæ est p o, à quolibet sui puncto procedit perpendiculariter super superficiem uitri. Omnis ergo refractio suorum punctorum fit super ipsam eandem, forma itaq; centri f, quando uisus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiem uitri, & diametri decliuis l q, pars extra uitrum existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco, ideo quia punctus centri f, non comprehenditur à uisu, nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur sub centro basis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensi à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto super superficiem corporis diafoni, quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehensum à uisu per undecimam huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscunq; diafonis taliter situatis comprehenditur in puncto, qui est communis sectio lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & patet ex præmissis correlarium, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractio in medio secundi diafoni densiore primo, tunc locus imaginis approximant ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipsum uidetur sub aqua, cum uero fit refractio à superficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uisum, tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per medium rarius uitro quod est aer diffunditur ad uitri superficiem & per uitrum refringitur ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctum x, propinquius est uisui existenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaq; propositum.

X V I.

Formæ puncti rei uisæ per refractionē existentis in medio secundi diafoni, locus imaginis quādoq; est in ipso secūdo corpore diafono, quādoq; in eius superficie, ut in ipso puncto refractionis, quandoq; est inter uisum & illud corpus diafonum, quandoq; retro uisum, quandoq; in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ, est in communi sectione lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario concurrant, aut æquedistant. Si concurrunt patet quod ubicunq; illæ lineæ se intersecauerint, siue hoc sit intra corpus diafonum, in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus, inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus, siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant, nec indigent hæc alia demonstratione nisi illa quā in 12. octaui huius, in speculis sphæricis concauis posuimus, hæc enim refractio, ut patet per 7. huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diafoni, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diafoni quod est ex parte rei uisæ, unde est omnimoda demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propositum, diuersantur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficierum corporum, à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à superficiebus corporum alterius diafonitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uisum semper fit refractio in superficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in secundo diafono forma peruenit ad uisum, sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secūdæ per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis per 14. huius, hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi, quoniam sola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem uisi ab alio loco & situ quàm sit ipsa res uisa, erit itaque positio formæ comprehensæ à uisu alia à puncto rei uisæ, & similiter est de remotione, hæc autem sunt quædam situs, punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diafono rariori ad densius se deprimit, remouendo se à cētro uisus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaque quod locus imaginis semper se uariat, & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis alium locum rei uisæ, & situationem aliam accipiens secundum illud, patet ergo propositum.

XVIII.

Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta.

Sicut enim in 12. huius, dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpēdicularem super superficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uisæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, forma itaque quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma quæ extenditur à puncto uiso in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipso super superficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum sectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uisum, forma itaque quam uisus comprehendit refracta ultra corpus diafonum est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis, comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis, sicut alia quæ in suo loco comprehēdit sine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaque res distans tantum à centro uisus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro uisus, quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, & situs formæ quæ est in loco imaginis unde propter refractionem forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propositum.

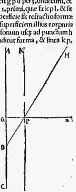
XIX.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctoque rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni qualiscunque à nullo puncto illius superficiei fiet refractio, & una tantum imago uisui concurret.

Esto centrum uisus a, & punctus rei uisæ b, sitque g, aliquod punctum superficiei corporis in quo fit refractio, quod sit grossioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod est contingens uisum, ducaturque à puncto a, centro uisus linea a g c, quæ sit perpendicu-

laris

ris super superficiem corporis secundi diafoni per 11. undecimi, sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uisus a comprehendet formam puncti b, recte sine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad superficiem corporis diafoni quod est cõtingens uisum in puncto a, & quia linea l g est perpendicularis super superficiem corporis diafoni contingentis uisum, cõprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b, non est itaq; possibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uisum a. Si autem dicatur hoc esse possibile, sit superficiei illius diafoni in qua est punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui sit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p, imaginemur itaq; superficiem refractionis in qua sit linea perpendicularis quæ a g b, transire per punctum p, & sit communis sectio huius superficiei, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta, quæ est g p d per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit k p l, & sit linea k p l, producta secãs ipsum corpus diafonum, in cuius superficie fit refractio formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k l p, perpendicularis super superficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum usq; ad punctum h Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod est p, super superficiem corporis diafoni, quia itaq; corpus diafonũ, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo quod est ex parte ipsius b, puncti rei uisæ, tunc enim forma pũcti b, peruenerit ad p, pũctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus, sed datum est ipsum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impossibile cõtra hypothesim, & quocunq; alio puncto dato idem accidit impossibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uisum a, ex aliquo puncto superficiei illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, sed solum forma illa puncti b, secundum rectitudinem peruenit ad uisum a, quod si corpus diafonum contingẽs superficiem uisus sit densius diafono illo corpore quod est continens punctum rei uisæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter densitatem diafoni secundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquedistante ipsi p k, per sextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, sunt erectæ super superficiem corporis diafoni in qua est linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum secundum, scilicet rarius uel densius primo diafono, semper puncto rei uisæ sic disposito à nullo puncto illius superficiei diafoni fiet refractio ad uisum, sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ secante superficiem corporis secundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, nisi ex uno tantum puncto superficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod est propositum.

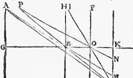


XX.

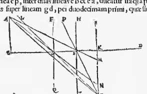
Communi sectione superficiei refractionis, & superficiei corporis diafoni in qua fit refractio existente linea recta, punctoq; uiso existente extra

perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio, quæ est in proxima præcedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni, quæ est a g c, educatur quoque superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaque erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimamoctauam undecimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim trãsiit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum superficies transiens perpendicularem a c



sed perpendicularem a c, & per punctũ b, non transit aliqua superficies plana, nisi una sola, tantum forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrũ uisus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ sit e, ducanturque duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis super superficiem g e d, per duodecimam undecimi, quæ sit h e z, quæ per primam huius, erit in illa superficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producatur itaque linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaque à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, quod est ex parte b,



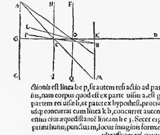
quia ducta est perpendiculariter in superficie a b g, erecta super illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque resecabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimã quintam primi. Secabit ergo per uigesimam nonam primi huius, et lineam b k, illi angulo subtensam Secet ipsa itaque lineam b k in puncto m, palam itaque per decimamquartam huius, quoniam punctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaque quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quàm illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diafoni, quàm à puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu, nisi secundum perpendicularem

dicularem b k, per 12. huius. Si itaque punctus b, aliam habuerit imaginem quam in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k, per 14. huius, quia corpus quod est ex parte b puncti uisi est grossioris diafonitatis illo corpore quod est ex parte uisus a. Sit itaque si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k quod sit n, erit itaque punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatur quoque linea a n à centro uisus ad punctum n, hæc itaque secabit lineam g d, per 1. undecimi, sunt enim puncta a b k, in eadem superficie cum linea g d, ut patet ex præmissis. Secet ergo linea a n, lineam g d in puncto o, ducaturque linea b o, quæ producta ultra punctum o, signetur ad punctum l, erit itaque punctum o, punctum refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctum a, quia b o l est linea per quam extenditur forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducatur itaque à puncto o linea perpendicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaque linea f o q, perpendicularis super superficiem corporis diaphoni per 27. primi, & per 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, contento à perpendiculari f q, & à linea b o, per quam extenditur forma ad locum refractionis per 29. primi, quoniam ut patet per 6. undecimi, lineæ b k & f o q sunt æquedistantes, si itaque punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc punctus o erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k, per 32. primi huius, erit itaque angulus e b k, maior angulo o b k, per 29. primi huius, quia omne totum est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, per 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, per eandem 29. primi, quoniam lineæ h z & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, per 8. huius, ostensum est enim in corollario quod præcedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex præcedenti experimentatione, quoniam anguli refractionum in medio secundi diaphoni grossioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis contentis sub linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem diaphoni, & à lineis refractis ad uisum in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f quod est impossibile, quoniam enim per 21. primi, angulus a e g est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales per 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cum ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoque sequitur ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & contra 21. primi, producta linea a b, quæ ambobus illis angulis subtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producuntur. Si enim angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b est maior angulo a o b. Est enim uterque illorum super angulum suæ refractionis residuum duorum punctorum, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, per 32. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h minor angulo l o f, & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis minor angulo l o a, qui est etiam angulus refractionis, angulus ergo a e b est maior angulo a o b, quod est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neque aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaque b, existens in proposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diaphoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

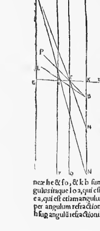
XXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente linea recta, punctoque uiso, existente extra perpendicularem ductam à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio ut in præcedentibus, nisi quod corpus diafonum in cuius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diafonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisæ, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, fiatq́; refractio formæ puncti b, ad uisum a, ex puncto superficiei illius corporis quod sit e, & ducatur lineæ b e & e a protrahaturq́; linea l e, usq; ad punctum p, ultra superficiem corporis in qua est linea g f, & à puncto refractionis quod est e, ducatur linea h e, perpendiculariter super lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas a p & e b, nam prima linea per quam extenditur forma ad locum refra



ctionis est linea b e p, sit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grossioris diafonitatis corpore quod est ad partem rei uisæ b, ut patet ex hypothesi, protrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b, concurret autem cum illa per secundam primi huius, secat enim eius æquedistantē lineam h e 3. Secet ergo lineā k b in puncto m. Est itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & profundabitur sub puncto b, ultra situm rei, cuius ipsum habet formam, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore q̄d est ex parte uisus a, dico itaq; quod forma puncti b non refrangitur ad uisum a, nisi à solo puncto e, & quod non habet imaginem, nisi in solo pūcto m, si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines q̄ illa quæ est in puncto m, sit ut habeat imaginem in puncto alio q̄d sit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, p 12. huius & infra punctū b p 14. huius, propter corporū diafonorū mediorū propositam diuersitatē, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m ducaturq́; linea a n, quæ secabit lineam e k, per 32 primi huius, quia ipsa producta à pūcto lateris m e, secat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, qd' est latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, sunt in eadē superficie, & linea e d est iacēs inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq; o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ transeat usq; ad punctū l, & ex pūcto o extrahatur linea f o q, perpendiculariter super linea g o d p 11. primi, linea itaq; b o est illa linea p q̄ linea pūcti b, extēditur ad pūctū refractionis q̄d est o, linea quoq; o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̄m in tali dispositiōe mediorū diafonorū semper fit refractio ad ppēdicularē p 4. huius. Si itaq; pūctus n, fuerit inter duo pūcta m & b, erit p 32. primi huius, pūctū o, inter duo pūcta e & k, ergo ut in p̄missa p 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, q̄m pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est æqualis angulo o b k, & angulus p e h, est æqualis angulo e b k, ideo quod lineæ h e & f o, & k b sunt æquedistantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaque l o a, qui est locus refractionis per corollarium 8. huius, est minor angulo p e a, qui est etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, super angulum refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h sup angulū refractionis qui est p e a, p eandē 8. huius, sed angulus a o f, est æqualis an



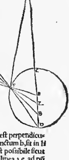
gulo

gulo a n k,per 29.primi,& angulus a e h,est æqualis angulo a m k,per eandem 29.primi angulus itaq; a n k,est minor angulo a m k,quod est impossibile,& contra 16.primi. Si autẽ punctus n,fuerit infra punctum m,tunc ut prius in proxima huius, deductiõe facta punctus e,cadet intra punctum n & k,& erit angulus o b k,maior angulo e b k, per 29.primi huius,& quia totũ est maius parte,angulus ergo l o f,erit maior angulo p e h, per 29.primi,ergo angulus l o a,est maior angulo p e a,& angulus a o f est maior angulo a e h,per 8.huius,ut prius,ergo angulus a n k,per 29.primi,est maior angulo a m k, quod est impossibile,& contra 16 primi,non est ergo imago formæ puncti b,in puncto n. nec in aliquo alio puncto lineæ m k b, præter quàm in puncto m,quoniam idem impossibile accidit in omnibus datis punctis,ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio, & unica uisui occurrit imago,patet ergo propositum.

XXII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo,punctoq; uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio,& una tantum uidebitur imago.

Sit centrũ uisus punctũ a,sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diafonũ grossius illo corpore diafono,quod est circa uisum,& sit superficies illius corporis diaphoni, q; est ex parte b,superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a,sitq; cõmunis sectio superficiei refractionis & superficiei illius corporis diafoni per 69.primi huius,circulus c d e, cuius cẽtrum sit pũctus 3.& ducatur linea a c 3 d,qui necessario erit perpẽdicularis super superficiem corporis diafoni per 72.primi huius,quoniã transit p punctũ 3,centrũ eius,sitq; b pũctus rei uisæ in ppẽdiculari linea quæ est a d,tũc itaq; uisus a cõprehẽdet formã pũcti b,sine aliqua refractiõe, nã forma quæ extẽditur secũdũ lineã d a,extẽditur recte in corpore diafono quod est ex parte uisus a,p 3.huius,ideo q̃d linea d a est perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni quod est ex parte uisus comprehẽdet itaq; uisus a,forma puncti b,in suo loco & recte, sed & in hac dispositiõe forma puncti b,nunq; refringitur ad a uisum. Aut enim pũctus rei uisæ qui est b,erit in centro corporis diafoni quod est 3, aut extra illud,si fuerit in centro 3,tunc nulla linea per q̃ extenditur forma pũcti b,ad circumferentiam circuli c d e,refrangitur ad uisum a,quoniam omnes illæ sunt semidiametri perpendiculares super superficiem conuexam corporis diafoni,& quia sola linea 3 a,exit à cẽtro circuli c d e ad uisum,patet quod forma puncti b,non refrangitur ad uisum a,cũ punctus b,fuerit in centro 3,quod si punctus b,fuerit in linea c d extra centrum 3,aut igitur erit in linea d 3,aut in linea 3 c,si sit in linea 3 c,adhuc nulla sui fiet refractio ad uisum a. Quod si fuerit possibile,esto quod refrangatur ex puncto e,& ducatur linea b e,& protrahatur extra circulum ad punctum h,& protrahatur linea 3 e,extra circulum ad pũctũ p eritq; linea 3 p,perpendicularis super superficiem corporis diafoni quod est ex parte uisus. Cum itaq; corpus diafonum quod est circa uisum,fuerit rarius corpore diafono,quod est circa rem uisam, & circa punctum b,patet per 4.huius,quod forma puncti b, quando extẽditur per lineam b e,refrangitur in puncto e,ad partẽ cõtrariã illi parti in qua est perpendicularis 3 p, non ergo refrangitur tunc forma puncti b,ad uisum a,qđ si punctum b,sit in linea d 3 adhuc non refrangitur forma puncti b,ad uisum a. Si enim hoc est possibile sicut refrangatur ex puncto e,& producatur linea b e ad pũctũ k,& ꝓtrahatur linea 3 e, ad pũctũ p,sitq; ut forma pũcti b refrãgatur ad uisum a,ex pũcto e,per lineam e a, palam itaq; quoniã angulus r e a,est angulus refractionis,& angulus k e p est contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b,& à perpendiculari exeunte a b e, pũcto refractiõis sup superficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio,ergo per correlarium 8.huius angulus incidentiæ

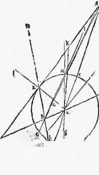


incidentiæ qui eſt r e a, eſt minor angulo refracto qui eſt r e p, & linea b e ʒ, aut eſt minor ꝗ linea ʒ e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut eſt inter duo puncta d & ʒ, aut in pũcto d. Eſt itaqꝫ per 19. & per 5. primi, angulus e b ʒ, aut maior angulo b e ʒ, aut æqualis ei, ſed angulus a e r, per 16. primi, maior eſt angulo e b ʒ, ergo & angulus b e ʒ, & angulus r e p per 15. primi, eſt æqualis angulo b e ʒ. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p quod eſt cõtra præoſtenſa & impoſsibile, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uiſum a, ex puncto e, ſed nec ex alio puncto circuli e d e, nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in ſuperficie corporis diafoni, in quo eſt punctũ b exiſtentiũ, ut patet p 1. huius, palã ergo qm̃ exiſtente pũcto b, in linea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uiſu a, per refractionẽ ex aliquo pũcto ſuperficiei corporis denſioris, & non cõprehenditur, niſi ſolũ unum punctũ, qm̃ linea perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris nõ ſecat illius corporis ſuperficiẽ niſi in uno tantũ puncto, unica ergo tantũ uidetur imago. Similiter quoqꝫ demonſtrandũ ſi corpus diafonum quod eſt circa centrum uiſus punctum a, fuerit denſius corpore diafono, quod eſt circa pũctũ rei uiſæ, quod eſt b, tũc eñ ſemper fiat refractio ad perpendicularẽ ductã a dato pũcto refractionis, & nunqꝫ fiet ad centrũ uiſus punctũ a, ſiue punctũ rei uiſæ fuerit in linea e ʒ, uel in linea ʒ b, & ſequuntur maiora impoſsibilia ꝗ prius, & ſi fuerit in centro ʒ, patet quod non refrangitur, ſed uidetur directe forma eius, & unica eſt eius imago, patet itaqꝫ propoſitũ ſecundũ omnes eius modos.

XXIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ꝫ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni groſsioris corpore diafono uiſum contingente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuerſificato ſecundũ diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto diſpoſitio quæ in proxima p̃miſſa, niſi quod punctus rei uiſæ qui eſt b, ſit extra lineam a e d, tamẽ intra circulũ e d e, & quia forma puncti b, nõ refrangitur ad uiſum a, niſi in circũferentia circuli e d e, quæ eſt in ſuperficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypotheſi, ſitqꝫ illa refractio à concauitate corporis diafoni, qd eſt ex parte uiſus contingens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uiſæ, ſit ut refrangatur ad uiſum a, ex pũcto e, circuli e d e, dico quod non poteſt ex alio puncto ſuperficiei corporis illius refrangi ad uiſum. Sit eñ, ſi poſsibile, ut refrangatur ex puncto alio circuli e de, ꝗ ex puncto e, qui ſit punctus m, & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, ʒ e, ʒ m, ſit quoqꝫ ut lineæ ʒ e, & b m, cum ſint in ſuperficie circuli e d e, ſecent ſe in puncto, qd ſit g, & producatur linea b e, extra circulum uſqꝫ ad punctum h, & linea b m uſqꝫ ad pũctum n, & linea ʒ e, uſqꝫ ad punctum n, & linea ʒ e uſqꝫ ad pũctũ p, & linea ʒ m uſqꝫ ad punctũ l, erit itaqꝫ angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, qm̃ uterqꝫ illorum eſt contentus ſub linea e b, per quã extenditur forma, & ſub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ eſt e, ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, eritqꝫ angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus ſub linea n m, per quam extenditur forma, & ſub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis quæ eſt ʒ m, & angulus n m a, eſt angulus refractionis, erit itaque angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, ſi ſit æqualis, tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractiõis æqualis angulo n m a, qui eſt ſimiliter angulus refractionis, & quoniã uterqꝫ ipſorũ cũ ſuo cõpari ualet duos re



ctos

ctos per 13. primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod ꝓducta linea a b, patet esse impossibile, & contra 21. primi. Si aūt angulus h e p, sit minor angulo l m n, erit angulus h e a, minor angulo n m a, per 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b minor angulo a e b, quod iterum est contra 21. primi. & imposibile. Si uero angulus h e p, sit maior angulo l m n, extrahatur linea e b, in partem pūcti b, ad punctū circūferentiæ qui sit f, & extrahatur linea m b, ultra pūctū b, ad punctū circumferentiæ qui sit o, angulus itaq; e b m, erit per 54. primi huius, æqualis angulo qui est apud circūferentiam cadēs in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o, & cū angulus h e p, ex hypothesi, sit maior angulo n m l, erit angulus 3 e b, per 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3 per eundem 15. cū ergo angulus 3 e b, sit maior angulo b m 3, erit excessus anguli m 3 e, super angulum e b m, æqualis excessui anguli 3 e b, super angulum b m 3, per 21. primi, cū enim in trigonis e b g & m g 3, anguli intersectiōis ad punctū g, sint æquales, ut patet per 15. primi, & qlibet reliquorū duorū cū suo tertio ualeant duos rectos, patet ꝙ duo anguli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quāto ergo angulus 3 e b, est maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, est maior angulo e b m, arcus uero respiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferētiam, erit duplus ad arcum m e, per 19. tertij, & per ultimam sexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angulo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o, & erit excessus arcus a x, duplicati super duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e, super arcum f o, qūniam arcus m e, utriq; est cōmunis, q̄ ablato remanet idē excessus, & si narictur proportio Geometrica, nō tamē uariatur ꝓportio Arithmetica, excessus ergo anguli m 3 e, super angulum e b m, est ille qui respicit apud circūferentiam excessus arcus m e, super arcum f o, sed excessus arcus m e, super arcum f o, est minor duobus arcubus m e & f o, quorū est pars arcus m e, ergo excessus anguli a m e, super angulū m b e, est minor angulo m b e, per ultimam sexti, & ut patet ex præmissis, excessus itaq; anguli 3 e b, sup angulū 3 m b, est minor angulo m b e, ergo ut supra patet p 15. primi, excessus anguli h e p, super angulū n m l, est minor angulo m b e, ergo excessus anguli refractionis h e a, sup angulū refractionis, quæ est n m a, est multo minor angulo m b e, per 8. huius, sed excessus anguli h e a, super angulū n m a, est excessus anguli a m b, sup angulū a e b, per 13. primi, excessus itaq; anguli a m b, super angulū a e b, est minor angulo m b e, excessus uero anguli a m b, super angulū a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet per 33. primi huius, ꝓducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, sunt minores angulo m b e, totū sua parte, quod est imposibile, forma itaq; puncti b nō refrangitur ad uisum a, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex pūcto e, unica ergo habebit imaginē, & hoc est propositum primū. Sed & locus imaginis diuersatur secundū diuersitatē loci in quo est punctū uisum q̄d est b, producatur enim linea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partē trans circuli c d e, quæ autē concurret cū linea e a, aut erit æquedistans ei. Si cōcurrat, tunc concursus aut erit ad partē diametri ad quam est b, propinquior periferiæ ut in puncto k, aut cōcurrēt in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r, si itaq; concursus fuerit in puncto k tunc per 14. huius, erit imago ante uisum, & erit forma manifeste cōprehensa à uisu, quoniam est in perpendiculari 3 k, producta à cētro corporis diafoni super superficiē corporis diafoni, q̄d si concursus fuerit in puncto r, erit imago pūcti r, & tunc forma cōprehenditur à uisu in eius oppositione, sed non manifeste, quia comprehenditur à uisu extra suū locū, scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam superficiē. Si uero linea b 3, fuerit æquedistans lineæ e a, tūc erit linea b 3, media inter duas lineas h b 3 & b 3 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehenditur in loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc est propositū. Ex his itaq; patet, quod rei cuius forma cōprehenditur à uisu existente ultra corpus diafonū grosius corpore diafono quod est ex parte uisus, non fit refractio nisi ab uno tantum superficiei illius corporis puncto, & res illa non habet nisi imaginem unicam, neq; comprehenditur nisi unum tantum. Hæc enim refractio est à concauitate totius diafoni, quod est ex parte uisus, cōtingentis conuexum corporis diafoni, quod est ex parte rei uisæ, patet etiam quod secun

dum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum imaginum formæ puncti b, non transmutati secundum situm, quoniam eadem est huius cum præmisso modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq; uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctum b, nunc ponimus esse centrum uisus, & punctum a, punctũ rei uisæ, refrangatur itaq; forma puncti a, ad uisum b, à puncto e, & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extentensa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, sicut in præcedenti propositione forma extensa per lineã e b, refrangitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uisum a, ex eodẽ puncto, ut ostensum est in 9. huius, sed iam in præcedẽti declaratũ est hoc esse impossibile, forma enim extẽsa per lineã b e, & refracta per lineam e a, per præcedentẽ proximã, non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto superficiei corporis diafoni, quoniã in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uisum existentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuersitate quoq; locorum imaginum est idem, sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

XXV.

Cum superficies sphærica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulorum communis sectiõis superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris, possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa puncta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto communis sectio superficiei refractionis & corporis sphærici conuexi densioris diafoni quàm est aer, circulus g e d, cuius centrum sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, super cuius terminũ e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonũ in aere, uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiẽ illius corporis, in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquam & aerem, uel econuerso, hoc autem est possibile, quoniã omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis globosi ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 31. primi, quæ pducta exitu aq. ad circumferentiam sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, sit maxima pportio, quã angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extẽditur forma puncti rei uisæ ad superficiẽ corporis, à qua refrangitur, cũ linea ppdiculari à pũcto refractionis sup superficiẽ illius corporis educta possit habere ad angulum refractionis, quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad sensum, anguli enĩ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quorum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non

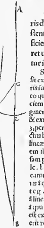
comprehen

comprehendet quantitatem refractionis, comprehendet enim directe centrum lucis transeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius experiri potest per instrumentum, quod superius usi sumus, & quoniam, ut patet ex præmissis, angulus e 3 d, est maior angulo k e t, ponatur ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per secundam primi huius, quia concurrit cum linea a d, eius æquedistante. Sic ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, sit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, sunt inter duas lineas æquedistantes, & in eadem superficie, patet quod ipsæ se intersecant, sit punctus sectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, sed angulus k b 3, est per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, est æqualis duplo anguli k e t, ergo per septimã quinti, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ, quem continet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquedistans lineæ t 3, quæ per secundam primi huius, concurret cum linea 3 g, uersus punctum g, sit itaq; punctus concursus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, usq; ad punctum h, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis est angulo 3 e k, p 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmissis, angulus l e a angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, quoniam per 15. primi, angulus l e h, est æqualis angulo 3 e k, qui acceptus est talis, ut proponitur. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diafonum densius aere, cuius conuexum est ex parte uisus a, fuerit continuatum usq; ad punctum b, & non fuerit distinctũ apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuersitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangitur per lineam e a & comprehenditur à uisu in puncto a, per lineam e a, & quoniam angulus refractionis, qui est a e h, potest diuidi pluribus portionibus earum quæ possunt esse inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent ductæ perpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum superficie refranguntur. In linea itaq; d b, erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad uisum a, & forma totius lineæ d b, in qua sunt omnia illa puncta, refranguntur ad uisum a, ex arcu g e. Si itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars superficiei corporis diafoni, quæ est ex parte rei uisæ fuerit sphærica, tunc punctum e, quod est punctum refractionis signabit motu suo in superficie corporis sphærica conuexa circulum ex parte uisus a, à quo tota refrangetur forma puncti b, ad uisum a, sed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per 14. huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurrit linea extensionis formæ quæ est e a, & perpendicularis b 3 a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum punctorum semper erit in centro uisus, & sic tota imago illius rei uisæ est una, comprehen-



ditur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisa fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris, quæ est ex parte uisus fuerit sphærica conuexa, fueritq; uisus extra circulū, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior à uisu, quam punctum remotius formæ, cuius fit refractio, ut est in proposito punctum b, distans fuerit à duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum densius, quod est à parte rei uisæ fuerit totum continuum usq; ad locum, in quo est res uisa, nec fuerit in aliquo puncto medium intercisum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ, & uere & refractæ, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, ut debitur autem in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accidat, ut perpendicularis ducta à re uisa super superficiem corporis, à qua fit refractio, æquedistet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis à quo fit refractio, & partim in superficie uisus & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem lineæ perpendicularis respectu lineæ extensionis ipsius formæ, eodem quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariori, & centrum uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super concauam superficiem corporis diafoni oppositam uisui forma rei uisæ recte occurret uisui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grossioris superficies quæ est ex parte uisus sphærica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius, linea a 3, perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis, quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e, & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e perpendicularis super superficiem corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum r, angulus itaq; r e g. est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis, à qua fit refractio, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo quod est ex parte rei uisæ in qua est punctum b, palam per quartam huius, quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis quæ e g, & linea e r, non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refracte sed solum recte,

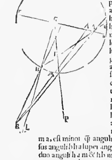
cte, non ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formam, & unam imaginem. Si uero corpus in quo est res uisa, fuerit rarius corpore in quo est centrū uisus, ad huc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad cētrum uisus, patet ergo propositum.

XXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo fit refractio existente circulo punctoq́ue uiso iacente extra perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam uisui grossioris corporis diafono contingente uisum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secundum diuersitatem loci puncti uisi.

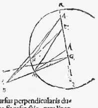
Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus b, extra lineam a z, & quoniā ut patet per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est super superficiem corporis, à quo fit refractio, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiei refractionis, & superficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum sit g, & sit punctus refractionis formæ puncti b, ad uisum a, punctum h, dico quod non fiet refractio formæ puncti b, ad uisum a, ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc sit posibile, sit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineæ a h, b h, g h, a m, b m, g m, seceto linea h a, lineam m g in puncto f, & protrahatur linea b h, intra corpus diafonum reliquū ad pūctum c, & linea b m, ad punctum n, & linea g h, ad punctum l, & linea g m ad punctū p, secet linea a g, protracta ultra punctū g, circumferentiam circuli in puncto k, aut igitur centrū uisus a, erit in linea k d, quæ est diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uisus a fuerit in linea k d, tunc aut erit in centro g aut in altera duarū linearum g k uel g d, si ergo fuerit a centrum uisus in centro g, tunc forma puncti b, non refrangetur ad uisum a, per præmissam proximam propositionem, lineæ enim continuantes corpus diafonū sphæricū cum centro g per 72 primi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fiat autem aliqua reflexio formarū incidentium secundum lineas perpendiculares, ut ibi ostensum est, forma itaq; puncti b, non refrangitur ad uisum a, in centro corporis diafoni existente. Quod si uisus a, fuerit in linea g d, tūc linea h c, erit inter duas lineas h a & h g, & similiter linea n m, erit inter duas lineas m a & m g, quoniam per 4. huius, & ex hypothesi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ sunt h g & m g, corpus enim diafonum quod est ex parte uisus a, est subtilius illo corpore diafono quod est ex parte rei uisæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & centrum uisus fuerit in linea g d, tunc angulus b h a, erit ex parte puncti d, scilicet respiciens punctum d, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti d, & erit punctum b, ultra lineam g h l, uersus pūctum k, quod patet per 15. primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g, tunc oportet quod linea h b, cadat inter lineas h l & g k, & erit angulus c h g angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h, & similiter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & similiter angulus n m a, angulus uero n m g, aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor, si æquales, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8. huius, & angulus b m a, erit æqualis angulo b h a, per 13. primi, hoc autem imposibile, & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g, sit maior angulo c h g, erit quoq; per 8. huius, angulus n m a maior angulo c h a, & sic angulus b m a erit minor angulo b h a, quod est iterū imposibile, ut prius, quod si angulus n m g, sit minor angulo c h g, tunc angulus n m a, per octauam huius, erit minor angulo c h a, & sic totus angulus refractus, qui est a m g, erit minor toto angulo refracto, qui est a b g, & erit diminutio anguli refractionis, qui est n m a, ab angulo refractionis qui est c b a, minor quàm diminutio anguli a m g, ab angulo a h g, qui ambo sunt angu-

li refracti, in maiori enim quantitate, & si quãdoq; in eadẽ proportione excedit angulus refractus maior minorem, quàm illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8. huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est æqualis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctũ f, punctum scilicet sectionis linearũ k a & m g sunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulum h g m, respicit in circumferentia arcus h m, duplicatus per 19. tertij, & quoniam angulus h m g est minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniam arcus h m, utrobiq; est comunis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quẽ respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut patet ex præmissis ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m ergo per 14. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m, sed excessus anguli b m a super angulum b h a, per 33. primi huius, sunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte, quod est impossibile. Quod si centrum uisus a, fuerit in linea g k, tunc sicut prius ostensum est, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a, ex parte puncti k & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum reuisus quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, sunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma & à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a, & c a h, & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauã huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & sic item per 13 primi, angulus b h a, erit æqualis angulo b m a quod est impossibile, & contra 21. primi, ducta linea b e, ut supra. Si uero angulus c h g, est maior angulo n m g, tunc per octauam huius, angulus c h a, erit maior angulo n m a, & sic iterum, angulus b h a, erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, quod si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus c h a, est maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a, eritq; tunc modo præostenso angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, est ergo minor quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a, est minor quàm angulus g m a, sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulũ b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt duo anguli h a m & h b m, per 33 primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totũ sua parte quod est possibile. Si uero centrũ uisus a, fuerit extra diametrum k d, hoc erit ad partem k, quæ respicit partem concauam superficiei sphæræ diafonæ, quoniam ad partem z, est conuexitas sphæræ corporis diafoni, à cuius superficie fit refractio. Sit itaq; tunc corpus diafonũ in quo est centrum uisus a, fuerit continuũ ad uisum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non sunt contingentes



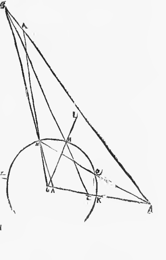
circulum

circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum ſecabunt, ſecetq́ ipſum linea a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliæ lineæ ut prius. Si itaq́ angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc angulus b h a eſt æqualis angulo b m a, quod eſt impoſsibile, ut prius, & ſi angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, quod item eſt impoſsibile, ut ſupra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, ſed angulus h g m, eſt ille quem apud circumferentiam reſpicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, eſt ille angulus quem reſpicit in circumferentia exceſſus arcus h m ſuper arcũ r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus eſt minor exceſſu arcus h m ſuper arcum r q, quod eſt impoſsibile, quoniam ſic ſequitur totum eſſe minus ſua parte, ubicunq́ ergo ſecundum hypotheſim præmiſſam ſit punctum rei uiſibilis, quod eſt b, extra perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem corporis diafoni ſuppoſiti uiſui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uiſum a, niſi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuerſificabitur quoq́ locus imaginis ſemper ſecundum diuerſitatem concurſus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni, à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uiſus a, eritq́ locus imaginis quandoq́ retro uiſum, quandoq́ ante uiſum, quãdoq́ in centro uiſus, & ſi illas lineas contingat fieri æquediſtantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, ſcilicet in ſuperficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata ſunt per 15. huius, patet ergo propoſitum.



XXVIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ rei uiſæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem oppoſitam uiſui corporis rarioris diafono continente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.



Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præcedentis, niſi quod punctum b, ſit centrum uiſus, & a ſit punctum rei uiſæ, refrangatur itaq́ forma puncti a, à puncto ſuperficiei corporis diafoni quod eſt h, & erit linea refracta quæ a h b, forma itaq́ extenſa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, ſicut in præcedenti figuratione forma extenſa per lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq́ forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli

circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utique forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratũ est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h, neque ex aliquo alio puncto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXIX.

Concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaque forma illius lineæ refrangatur à portione superficie illius corporis & locus imaginis suæ sit in centro uisus.

Esto per modũ 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphærici concaui densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturque semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonum in aere, uel in alio diaphono rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e, super superficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatque angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quæcunque data, ut exempli causa inter uitrũ concauũ & aerem, hoc autẽ est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & à puncto z, centri corporis concaui uitri uel cristallini, ducatur linea æquedistans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraque parte ad circumferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usque ad punctũ h. & sit cõpleta totali figuratione & demonstratiõe 23. huius, patet quod concaua superficie corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuersa pũcta eiusdem lineæ uideantur refracte, totaque forma illius lineæ refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulũ non magnum illius sphæræ, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omniũ uero aliorũ punctorũ lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares quoque omnium illorum punctorũ sunt in linea b a, cõcurrentes cum lineis per quas ueniũt formæ ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaque propositum per 14. huius. Ex præmissis itaque octo theorematibus patent passiones occurrentes uisui propter medium secundi diafoni in quo res est uisa, cuius figura est sphærica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoque corpore secundi diafoni existente figuræ columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tũc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarum communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidunt in corporibus sphæricis cõcauis uel conuexis, præter hæc quod à circumferentia unius circuli superficiei corporis secundi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refractio ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, à corporibus sphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficiebus reflexionum, per 27. & per 9. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionum erectæ sunt super superficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per secũdam huius, unde istæ passiones non pertinẽt ad illa, quod si cõmunis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit sectio oxigonia, ab uno

tantum

tantum puncto fiet refractio, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uisæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uisum & corpus diafonũ, quandoq; in superficie corporis diafoni, quandoq; in superficie ipsius uisus, sicut accidit lineam perpendicularem ductam à pũcto rei uisæ super superficiem corporis diafoni concurrere uel æquedistare lineæ extensionis ipsius formæ p quam forma peruenit ad uisum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

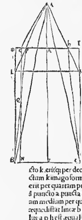
Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersæ diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersantur, & occurrunt uisui formæ monstruosæ & imagines numeratæ.

Ex præmissis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ sunt unius figuræ & substantiæ, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod fit uisio fuerit superficiei compositæ ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphærica, & ex sphærica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris cõposita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarum diuersantur, & fortassè diuersa erunt puncta refractionum formæ eiusdem puncti rei uisæ ad eundem uisum, & diuersæ lineæ extensionis formarum, & diuersæ perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisæ refractæ à superficiebus talium corporum, unde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposite uisui sit figuræ compositæ ex superficie sphæræ magnæ & paruæ, ut sæpe accidit in cristallis uel alijs lapidibus diafonis & uitris, patet quod centrum illarum sphærarum sunt diuersa per 81 primi huius, illæ enim sphæræ se intersecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uisæ super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporũ fuerit cõposita ex superficie sphærica & columnari, patet q̃d maior est diuersitas pũctorũ refractionis & ppendiculariũ ductarũ. Difformabitur ergo dispositio imaginũ trans hęc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur mõstruosa propter cõfluxũ diuersarũ imaginũ ad constitutionẽ unius formæ, cũ puncta refractionũ fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendiculariũ & linearũ extensionis formarũ fuerint ad inuicẽ propinquæ. Si uero pũcta refractionũ uel prædictarũ sectionũ fuerint ad inuicem sensibiliter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdẽ rei uisæ, quoniã illarũ refractio nõ est una neq; uiuitur, sed remanet diuersa, forma enim rei uisæ extenditur ab ipsa re ad superficies sphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus, unde imagines diuersæ fuerint numeratæ numero punctorũ refractionis. Idem quoq; accidit si corpus diafonum uniforme in superficie fuerit diuersæ diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tunc secundum unam sui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formæ fiunt monstruosæ, aut forte aliter diuersæ & numero differentes, patet ergo propositum.

XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uisum, si linea uisa æquedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscunq; siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisæ comprehenditur maior re uisa.

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficiei refractionis & planæ superficiei corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineā d e, per 12. primi, quæ sit z m, quæ producatur ultra punctum m, & erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea e d, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundā huius, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatem, nec enim transit per centrū uisus quod est a, & per aliquod punctū lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta super superficiem corporis diafoni, nisi sola superficies refractiōis in qua sunt lineæ a z & b c, nō enim transit per a, superficies erecta super superficiem corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpēdicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctū a, aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z, & non transit aliqua superficies per aliquod punctū lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi solum superficies in qua sunt duæ lineæ a z & b c, non transit ergo per uisum a, & per aliquod punctū lineæ b c, præter punctū z, superficies aliqua perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa in qua sunt lineæ a z & b c, non ergo refringuntur formæ alicuius punctorum quæ sunt in linea b c, nisi ex aliquo punctorum lineæ d e. Ducantur itaq; per 11. primi, ex prædictis punctis b & c, duæ perpendiculares super lineam d e, quæ ut patet ex præmissis necessario cadunt in illam, & sint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e, sunt æquedistantes ex hypothesi & lineæ b d & c e, sunt æquedistantes per 28. primi, patet quia quælibet illarū linearū quæ sunt b d & c e æquedistant lineæ a z, per eandem 28. primi, & patet quod nō refringetur forma puncti b ad uisum a, ex puncto d, per 3 huius, neq; forma puncti b à puncto c, quoniam lineæ c e & d b sunt perpendiculares super superficiem corporis diafoni, nulla autē perpendicularis refringitur in aliquo corpore medio, sit itaq; ut forma puncti b, refringatur ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto h, & ducantur lineæ b p, p a, c h h a, & protrahatur linea a p ultra punctum p, ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a, patet per 2. primi huius, quoniam ipsa concurret cum eius æquedistante scilicet linea b d, sit ergo concursus in puncto l, & eadem ratione concurrat linea a h, cum linea c e in puncto k, eritq; per decimamquartam huius, hoc punctum l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c, quia uero linea a z, est perpendicularis super lineam b c, erit per quartam primi linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo distant puncta b & c, à puncto a puncta itaq; refractionis quæ sunt p & h æqualiter distabūt a puncto a quoniam medium per quod sit illorum punctorū formarum diffusio est uniforma, & linea e d æquedistat lineæ b c, linea itaq; a p est æqualis lineæ a h, ergo per quintam primi, angulus a p h est æqualis angulo a h p, ergo per decimāquintā primi, erit angulus d p l æqualis angulo e h k, sed duo anguli p d l & h e k sunt recti, ergo angulus p l d, per 32. primi, est æqualis angulo h k e, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorū sunt proportionalia quæ æquos angulos respiciunt, sed linea p d est æqualis lineæ e h, quia linea p m est æqualis lineæ h m, per 4. sexti, trigonorum enim a m p & a m h, anguli a d m sunt recti & anguli a h p & a p h sunt æquales, & latus a m, commune æquale sibipsi. Est ergo linea p m æqualis lineæ m h, hoc etiam patet per 31. primi huius, ysocheles enim est trigonus h a p, & perpendicularis, est linea a m, trigona ergo partialia, sunt æquiangula. Est ergo



linea

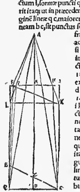
lineæ e h æqualis lineæ p d, patet ergo quoniã linea d l est æqualis lineæ e k, ducatur itaq; linea l k, erit ergo per 33. primi, linea k l æqualis & æquedistãs lineæ l c, angulus itaq; k a l, est maior angulo b a c, per 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis lineæ b c, nã omne pũctũ lineæ b c, refrãgitur ad uisum a, ab aliquo pũcto lineæ p h, sicut enim forma pũcti b, refrãgitur à pũcto p, & punctũ z, ꝑpendiculariter sine refractiõe transiẽs punctũ m, peruenit ad uisum a, sic punctum q̃d est inter b & z, refrangitur ab aliquo pũcto lineę p m, qđ est inter pũcta p & m, & sicut forma pũcti c refrangitur ad uisum a, à pũcto lineę e m, qđ est h, sic omne pũctũ lineæ c z, refrãgitur ab aliquo pũcto lineæ h m, & omne pũctũ lineæ b z, ab aliquo pũcto lineæ p m, ut si super lineã b z sit punctũ n. Si itaq; dicatur q̃d forma pũcti n, refrangatur ab aliquo pũcto lineæ m d, extra linea m p, ex parte d, ut à pũcto g, ducatur linea n g, palã itaq; quoniã linea n g secabit lineã b p, & si, pũctus sectionis q, forma itaq; pũcti q, perueniat ad uisum a ex duobus pũctis refractiõis, scilicet p & g quod est cõtra 18. huius, & impossibile, forma itaq; pũcti n, nõ refrangitur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p m q̃d est inter pũcta p & m, idẽ quoq; est de omni puncto lineæ z c, qđ est inter pũcta z & c, nullũ enim illorũ refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo pũcto lineæ h m, qđ est inter pũcta h & m, & quia in linea l k, oẽs perpẽdiculares ductæ à punctis lineę b & c, cũ lineis refractiõis protractis se intersecãt, patet quia linea k l est diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior q̃ secũdũ ueritatẽ sit linea b c, per 20. quarti huius. Sub maiori enim angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo b a c, per 34. primi huius, qđ est ꝓpositũ, & huiusmodi deceptio accidit uisui ꝓpter debilitatem formæ reflexæ, ut patet per 10. huius, propter qđ assimilat ipsam uisus formæ rei, q̃ uidetur à maiori remotiõe, maior enim distantia debilitat formã, cõprehendit itaq; uisus formã lineæ b c, refractiue ex cõpositiõe anguli k a l maioris angulo b a c, ad distantiam maiorẽ q̃ sit distantia lineæ b c, & ad positionẽ æqualẽ puncti b. c, sic itaq; quantitas lineæ b c, cõprehẽditur refractæ maior propter magnitudinẽ anguli qđ facit propinquitas ad uisum, & propter formæ debilitatẽ quæ causatur propter refractionẽ, & hæc uniuersaliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractio formæ suæ in medio secundi diafoni ad uisum, & est semper demõstratio eadẽ, siue fiat refractio in sũperficie secundi diafoni densioris siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec enim est aliqua differẽtia q̃ ad illud, si tamẽ fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana possit esse in corpore rariore cõtingente ipsum uisum, sicut accidit cum uitrum planum contingit uisum, ita quod centrum foraminis uueæ in uitri plani superficie collocatur.

XXXII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractio existente linea recta, uisu quoq; existente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uisæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uisum, si linea uisa nõ fuerit æquedistans superficiei corporis diafoni, imago eius comprehenditur maior ipsa, & maior quàm si esset superficiei corporis diafoni æquedistans.

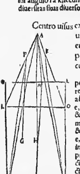
Sit dispositio eadem quæ in præcedente, nisi quod linea b c, non sit æquedistans lineæ d e, sed sit punctus c, remotior à puncto a q̃ sit punctus b, & à puncto c, ducatur linea æquedistans & æqualis lineæ d e, per 31. primi, quæ sit linea c q, cuius medius punctus sit o, & à puncto o, per 11. undecimi, protrahatur linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni secans lineam d e, in puncto m, & lineam b c in puncto z, & sit centrum uisus quod est a, in illa perpendiculari, quæ est o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineę quæ est c b, quia enim linea b q est æquedistans lineæ z o, eritq; per 2. sexti, proportio lineæ q o ad o c, sicut b z ad z c, sed linea q o, ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æqualis lineæ z c, est ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uisum a, sit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, sit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, concurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius,

ius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctum k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l, maior angulo c a q, uisus ergo comprehẽdet imaginẽ lineæ q c, maiorem q̃ sit linea q c, ut patet per præcedentẽ, & quia linea q p, secat lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cũ punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refrangetur ad uisum a, ex puncto p, forma itaq; pũcti b, refrangetur ad uisum a, ex aliquo pũcto lineæ p d, quod sit inter puncta p & d, nã si daretur refrangi ex aliquo pũcto inter p & m, sequeretur propter interfectionẽ lineæ incidẽtiæ formæ pũcti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uisum à duobus pũctis lineæ d e, q̃d est cõtra 18. huius, & impossibile, refrangatur itaq; forma pũcti b ad uisum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14 primi huius, secet ergo in puncto i. Eritq; p 14. huius punctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a, similis situi lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquedistans lineæ b c, aut non, erit inter ipsarũ distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineæ b c, à uisu grandis diuersitas, declinatio enim lineæ i k, à linea æquedistante lineæ b c, quæ exit à puncto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k, est maior angulo l a k, per 29 primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palã quod in hoc situ linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatẽ & uidetur linea c q, minor quàm linea b c, quia ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q e, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ, sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a, centrum uisus, & linea b c res uisa, & super superficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e, & continuetur linea d e, in superficie ipsius corporis diafoni, per quod fit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, & sit a centrum uisus extra superficiem, in qua sunt linea b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m, perpendiculariter super illam b c, seceтq; lineam d e in puncto m, & à centro uisus a, ducatur perpendicularis super superficiem b c d e, per 11. undecimi, quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producaturq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a, & distantia puncti d ad uisum a, est æqualis distantiæ puncti b, ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; pũcta p & k, extra lineam d e æquedistantia lineæ l c, in superficie corporis diafoni, situatio itaq; & distantia puncti p ad uisum, est sicut situatio & distantia puncti h ad a, uisum, ducantur

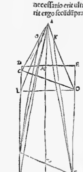
itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni per 2. huius, cũ sit superficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est perpendicularis sup̃ sup̃ficiem corporis diafoni ducta à pũcto b, erit in hac superficie, & similiter sup̃ficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis sup̃ superficiẽ corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quæ est perpendicularis sup̃ eandem superficiẽ corporis ducta à puncto c, ꝓtrahatur itaq; linea a p, ultra p pũctum, est palã per iam dicta, & per 2. primi huius, quoniam ipsa secabit lineam b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquedistant, qa ergo linea a p, secat lineam b d, secet ipsam in puncto l, secetq; per eandem linea k d, ꝓtracta ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctũ l locus imaginis formæ puncti b, & punctũ o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducatur etiam linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo superficies a l b & a o c est erecta similiter super superficiẽ corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; sup̃ficies sunt erectæ sup̃ sup̃ficiem corporis diafoni, q̃ sunt a l b, a o t, a m 3, & hæ superficies necessario secãt se super lineã perpendicularẽ, q̃ est a h, exeunte à pũcto a, super superficiem corporis diafoni per 19. undecimi, q̃niam cõmunis sectio illarũ necessario est perpendicularis sup̃ superficiem, cui supstat, & ab uno pũcto una tm̃ ꝑpendicularis sup̃ superficiẽ planam duci potest p 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, p 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, est perpẽdicularis sup̃ superficiem corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, est obliqua sup̃ ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, cõtinet cũ perpendiculari super eandem superficiem excũte à pũcto p, q̃ sit p g, angulũ acutũ, qui est l p g, & erit perpendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, q̃niam ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ super unam superficiem, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo per 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b, est longior q̃ linea a l, & similiter patere potest, quod linea a o, minor est quàm linea a t, sed lineæ a l & a o, sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineæ l o, est similis situi lineæ b c, quia linea exiens à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis super lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o sit æquedistans lineæ b c, & etiam quia linea b c, est perpẽdicularis super superficiẽ, in qua sunt lineæ a 3 & m 3, super quam similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus quod est punctum a, cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdem uisus a. Sed & linea l o, comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o, uidetur maior quàm linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c. palàm itaq;, quia linea b c, uidetur maior quàm sit eius uera quantitas, & hoc est propositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habẽte superficiem super eandem superficiem productarum, lineaq; uisa superficiei eiusdem corporis non æquedistante, imago rei comprehenditur maior re uisa, maior quoq; quàm si esset superficiei corpori æquedistans.

Remaneat dispositio q̃ in præcedente, nisi q̃d linea b c, nõ sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educatur à pũcto e, linea e f, æquedistans lineæ d e, & cõtinuetur linea f l, ꝓtrahendo lineã d b, perpendiculariter super lineam e f, sitq; prout in præmissa ostensum est p punctũ refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctũ refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctum q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b, concurret aũt cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus ... est altior q̃ punctus l, nam punctus b, est ultra lineam a f, linea itaq; a g,

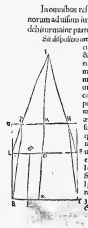
necessario erit ultra lineã a l. punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo secũdũ præmissa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritque linea g o maior quàm linea l o, per 19. primi, quoniam angulus g l o est rectus, & linea a g, minor quàm linea a l, per eãdẽ 19. primi, quoniã angulus a g l est obtusus, ut supra patuit, & duæ lineæ a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus se, scilicet a g b & a o c, & differentia cõmunis istarũ duarũ superficierum transit per a centrũ uisus per 1. huius, quia ambę illæ superficies sunt superficies refractionis, & centrum uisus semper oportet quod sit in superficie refractiõis, & quoniã ut patet per 2. huius, illæ ambæ superficies sunt erectæ super superficiẽ corporis diafoni, à quo fit refractio, patet per 19. undecimi, quoniã linea recta, quæ est cõmunis istarũ differentia, est erecta super illam superficiẽ, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nõ perpẽdiculariter sup illam corporis diafoni superficiẽ sunt extra hanc cõmunem differẽtiam in his duabus superficiebus, quæ lineæ sunt a b & a c, suntque altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaque g a o, est maior angulo b a c, per 34. primi huius, diuersitas enim situs linearũ g o & b c, à uisu a, non est magna, quia linea g n, aut est æquedistans lineæ a c, aut nõ, est in hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineæ g o, respectu uisus a, sicut linea b c, respectu eiusdem uisus a, uidebitur itaque per 20. quarti huius, linea g o, maior quàm linea b c, sed linea g o, est imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidetur maior quàm ipsa sit secundũ ueritatẽ. & quia sicut in præmissis patuit, angulus o a g est maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ est imago lineæ c l, æquedistantis lineæ c d, quæ est in superficie corporis, à qua fit refractio, & hoc proponebatur.



XXXV.

In omnibus refractionibus factis a planis superficiebus corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore ipsa re uisa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quæ prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaque linea l o medietas lineæ l k, & forma puncti 3 uidebitur in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoque linea b c, uidebitur in linea l k, & linea b 3, est medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidetur maior quàm linea b c, ergo & linea l o, uidebitur maior quàm linea b 3, & est utriusque istorũ causa refractio & quia centrũ uisus a, est in perpendiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui est extremitas lineæ b 3, super superficiem corporis diafoni, aut super superficiẽ transeuntem per extremitatẽ medietatis perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni æquedistanter superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uisus itaque cõprehẽdit medietates uisibiliũ maiores quàm sint, nã punctus o qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte à puncto rei uisæ, siue res uisa sit æquedistans superficiei corporis diafoni, siue non, sit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n educatur linea n g, perpendiculariter super lineam b 3. Secetque lineam l o, in puncto g, erit ergo secũdũ præmissa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaque punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut prope, quocũque uero istorũ existente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut fere, & quia formarũ plus distantium à perpendiculari a 3, maior est refractio quàm minus distantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uisum a, maior quàm refractio lineæ 3 n,



ad

ad uisum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineæ b 3, apparere uisui maiorẽ quàm sit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineam l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorẽ quàm sit ipsa linea b n, cũ maiorẽ efficaciã habeat refractio maior respectu minoris. linea ergo l g, quæ est imago lineæ b n, cõprehẽditur maior quàm sit ipsa linea b n, & si uisus nõ cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipsa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ sunt ꝓpinquiores ad punctũ 3, maiores ipsis partibus, quia formæ illarũ partiũ sunt minores refractiõis per 13. huius, quàm remotiores à puncto 3, sed refractio est causa magnitudinis imaginis, uisus ergo a, si nõ cõprehẽdet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ quàm sit linea b n, nec cõprehẽdet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipsa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, quod est impossibile, & cõtra 29. huius, uisus ergo cõprehẽdet lineã l g, quæ est imago lineæ b n, maiorẽ ipsa linea b n, & ita cõprehẽdit lineam b n, maiorem quàm sit secundũ ueritatẽ. Eodẽ quoque modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrum uisus extra superficiẽ perpendicularium illarũ productarũ, quoniã idẽ accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei uidetur maior quàm ipsa re uisa, semper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uisæ, sibi correspõdente, quod est ꝓpositũ, & quia communis sectio superficiei refractiõis & superficiei corporis diafoni, ut plurimũ, est per se in linea recta, quãdo illud corpus diafonũ fuerit grossius aere, per accidens uero accidit quãdoque cõtrarium, ꝓpter uoluntariam situationem corporis densioris plani iuxta uisum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter quod 5. proximè præmissa theoremata per se intelligenda sunt, quando à superficie corporis diafoni grossioris aere fit refractio ad uisum in aere existentem, & per accidens econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diafoni densioris aere à quo fit refractio existente circulo centroque uisus in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus, ita quod extrema rei uisæ æqualiter distent à centro corporis, imago uidebitur maior re uisa.

Sit superficies sphærica corporis diafoni grossioris aere, cuius conuexum sit ex parte uisus, cuius centrũ sit a, sitque res uisa b c, sitque centrũ corporis sphærici punctum d, quod sit ultra lineam b c, respectu uisus a, sitque punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d 3, d c, & ꝓtrahantur quousque cõcurrãt cũ superficie corporis diafoni sphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & sit uisus a, in linea 3 m, quæ est perpendicularis super superficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erit itaque a m 3 linea recta, & quoniam linea b 3, est æqualis lineæ 3 c, & quia puncta b & c, quæ sunt extrema rei uisæ æqualiter distant à cẽtro d, ex hypothesi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3 æquilatera, quoniam linea 3 d, est cõmunis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad punctum 3 æquales, sunt ergo recti. Est ergo per diffinitionem perpendicularis lineã a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur quoque lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, est æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter distant à centro uisus a, habebunt itaque b & c, æqualem respectum ad uisum a, extrahatur quoque superficies plana in qua sunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaque superficies secabit superficiẽ corporis sphærici secundũ circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppositus uisui sit n m e, eritque in illa superficie centrũ uisus a, & linea uisa quæ est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei re-



fractio

fractionis, quæ est perpendicularis super superficiem sphæricã, nec fit refractio formæ lineæ b c, ad uisum a extra illam superficiẽ, & linea a 3, est perpendicularis super superficiẽ sphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior ipsa linea b c, quia enim, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunq; partis lineæ b c, nõ refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, refrangatur ad uisum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; puncta b & c æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipsorũ erit uniformis refractio ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabũt à puncto m, arcus autẽ e m & m n, sunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, q̃d patet ex præmissis, tantũ ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantũ punctus g, à puncto n, & erit punctorũ istorũ situs & respectus æqualis, ducãtur itaq; lineæ b h, a h, t h, a g, & producatur linea a h, ad lineã d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter producatur linea a g, ad lineam d n, in punctũ l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli q̃q; l a d & k a d sunt æquales, q̃d patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cũ arcus m g & m h sunt æquales ex præmissis, erũt per 26. tertij, anguli g d h, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli l a d & k a d sunt æquales ergo per 32. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cum linea a d sit æqualis sibiipsi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k æqualis lineæ a l, eritq; linea k l, æquedistans lineæ b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, maior q̃ sit linea b c, quoniã angulus k a l, secundũ q̃ uidetur linea k l, est maior angulo b a c, & quia positio & situs lineæ k l, est cõsimilis positioni, & situi b c lineæ, q̃d patet ex hoc quod cum linea d l, sit æqualis lineæ d k, & linea c d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqualis lineæ k b, ergo per 7. quarti, & 2. sexti, lineæ b c & l k sunt æquedistantes, ipsarũ ergo situs respectu uisus a, est consimilis, & similiter positio inter lineas l k & b c, non est differentia in distantia quæ sit sensibilis, palam ergo quia linea k l, uidebitur maior q̃ sit, quia imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilior quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propositum.

XXXVII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphærici diaphani densioris aere à quo fit refractio existente, circulo uisibilis existente in eadem superficie extra circulum in linea perpendiculari super sphæricus corporis superficiem, & re uisa inter centrum corporis & uisus existentibus ita quod extrema rei uisæ inæqualiter distent à centro, imago uidetur maior re uisa.



Remaneat dispositio præcedẽtis, nisi q̃d extremum lineæ b c punctum c, sit propinquius pũcto d, cẽtro corporis diafoni, & punctum b, remotius ab illo, dico q̃d adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducatur enim à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter distant à puncto d, q̃d potest fieri si à linea d e, abscindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palam ex pręa quæ in demonstratione p̃cedentis ostensa sunt, q̃m imago lineæ c q, uidetur maior ipsa linea c q, sit itaq; linea illa imago linea l p, & palã per 18. huius, qd' pũctũ b, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, super superficiem corporis diafoni, q̃ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctũ l, q̃d est imago pũcti c, cadit in linea perpendiculari ducta à puncto c, super superficiem corporis diafoni q̃ est d n, & q̃a forma puncti c refrãgitur ad uisum a, ex pũcto circuli g, sit ut forma pũcti q, refrãgatur ad eũdẽ uisum ex pũcto h, patet p hypothesim, & p p̃cedẽtẽ, q̃m pũcta g & h, equaliter distabũt à puncto m, & quia punctũ b, est remotius à centro corporis

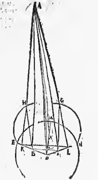
d, q̃

d,quàm punctum q,erit per ea quæ ostendimus in 13.huius,punctum suæ refractionis remotius à puncto m, quàm punctum h,sit itaque punctum illud f, & ducatur linea a,quæ cadet extra lineã a h, & hæc producta ad perpendicularem d e,secet ipsam in pũcto k,cadetque punctum k in linea p e, inter puncta p & e, Si enim caderet in punctum e, esset linea a k,contingens circulum in puncto e,& secans in puncto f,quod est impossibile, & si caderet in punctum p,uel circa illum,tunc linea a k secaret lineam a p,& punctus p, uel alter punctus illius sectionis refrangetur ad uisum a,ex duobus pũctis h & f,quod est impossibile per 21.huius,cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e. Eritque per 14.huius,pũctum k,imago formæ puncti b,ducatur itaque linea l k,quæ erit diameter imaginis formæ lineæ b c, quia itaque linea l k,uidetur sub angulo l a k, & linea b c,sub angulo b a c. Est autem angulus l a k maior angulo b a c,ut manifestum est,quia totum est maius sua parte, patet ergo per 20.quarti huius,quia linea l k,uidetur maior quàm linea b c, quod enim sub maiori angulo uidetur,maius uidetur, & etiam quia situs & positio lineæ l k,respectu uisus a,est cõsimilis situi & positioni lineæ b c,respectu eiusdem uisus a, patet quia lineæ b c & k l,aut sunt æquedistantes simpliciter,aut inter illarum æquedistantiam non est diuersitas sensibilis,ergo per 29.primi,& per 4.sexti,linea k l,est maior quàm linea b c,& quia illarum linearum l k & b c,ab ipso uisu non est distantia sensibilis diuersitatis in remotione, uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c,quia est maior,sed linea k l, est imago formæ lineæ b c,patet ergo propositum,comprehenditur etiam linea l k, quasi maior à uisu quàm linea b c,propter debilitatem formæ refractæ,quoniam ut patet per 10.huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiẽ linearũ perpendicularium à pũctis rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius cõuexã superficiẽ oppositam uisui productarũ,lineaque uisa secundũ sui extrema cẽtro corporis æquedistante,imago lineæ uisæ comprehenditur,maior ipsa linea uisa.

Esto centrum uisus punctũ a,& linea uisa per refractionem sit b c,sitque pũctus d, centrum corporis diafoni densioris aere,sitque ita ut linea b c,sit intra illud corpus secundum sui extrema b & c,æqualiter distans à centro d, à medio quoque puncto lineæ b c,quod sit 3,à duobus extremis eius pũctis ducantur in eadem superficie lineæ perpẽdiculares super superficiem corporis,quæ productæ ad periferiam circuli sint b e, 3 m,& c a,hæ itaque omnes per 72.primi huius,secabunt se in centro d. Erit ergo arcus n m e,in superficie illius corporis diafoni respiciens centrũ d, nõ sit autẽ centrum uisus in aliqua istarum linearũ,sed sit extra superficiẽ in qua sunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b c,uidebitur maior quàm ipsa linea b c, ducatur enim linea a 3,& à centro uisus puncto a,ducatur perpendicularis linea super superficiẽ circuli n m e, per 11.undecimi,quæ sit a x,& quia ut patet ex præmissis,& per 22.primi huius,est linea a 3,perpẽdicularis sup lineã b c, situatio itaque puncti b,uersus uisum a,est p 4.primi,& ex præmissis consimilis situationi puncti c,uersus eundẽ uisum a, & illorũ punctorũ à uisu a,distãtia est æqualis,sit itaque ut forma pũcti b,refrãgatur ad uisum a,à puncto corporis diafoni quod sit h,& forma puncti t,à pũcto g,suntque pũcta g & h,extra superficiẽ circuli n m e,eritque illorũ pũctorũ h & g,à uisu a,distantia æqualis,ducãtur itaque lineæ b h,a h, t g,a g. Eritque supficies in qua sunt duæ lineæ a h & b h,erecta sup supficiẽ corporis diafoni p 2.huius, quoniã ipsa est superficies refractionis, ergo & linea b c, quæ est perpendicularis super superficiẽ corporis diafoni,



 ducta

ducta à puncto b, erit in illa superficie p 1. huius. Similiter quoq; superficies in qua sunt lineæ c g & a g, cum sit superficies refractionis, paret per 2. huius, quoniã ipsa est erecta super superficiẽ corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea c n, quæ est perpẽdicularis super eandẽ corporis superficiẽ ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a h, ultra punctũ h, & palã per præmissa & per 14. primi huius, q̃d ipsa secabit lineã b e, sit ergo ut secet in pũcto k. Similiter quoq; linea a g, producta ultra punctũ g, secet lineã d n in pũcto l, eritq; situatio lineæ a k, respectu uisus a, sicut lineæ a l, unde linea a k & a l, erunt æquales, & similiter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ omnia ostendi secũdũ modũ quo processimus in præmissa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l t, ergo p 7. quinti, & p 2. sexti, lineæ l k & b c, æquedistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior q̃ linea b c, & q̃a sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositũ.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisæ sub corpore sphærico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum lineæq; uisæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisa.

Remaneat omnis dispositio proximæ præmissæ, nisi quod extrema lineæ b c, inæqualiter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitq; linea d b, maior q̃ linea d c, secetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æqualis lineæ d c, & copuletur linea c q, cuius extrema æqualiter distabũt à centro d. Eritq; per præmissam imago lineæ c q, quæ sit l p, maior quàm linea c q, & quia puncta q & b sunt in eadem linea perpendiculari super superficiem corporis diafoni, quæ est d e, patet quod ipsa ambo sunt in eadẽ superficie refractionis quæ est a d e, & refranguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est cõmunis sectio illius superficiei, & superficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũcti q refrangatur à pũcto illius arcus qui est h, conformiter se habente ad uisum a, cum puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma pũcti b, quod sit f, erit bassius puncto h, producta quoq; linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctum k, patet quoq; ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoq; linea l k, erit ipsa quasi æquedistans lineæ b c, & in eadem superficie cum illa. Erit ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.



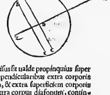
XL.

Lineæ refractæ uisæ transeuntis per centrum corporis diafoni sphærici densioris aere non existentis in perpendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiem, imago semper uidetur maior ipsa linea.

Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitq; linea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tamẽ q̃d centrum uisus non sit in illa linea b c, ut cunq; protracta, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c, uisu quoq; in aere existente fit refractio semper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem corporis ut patet per 4. huius, ergo secundum præmissas demonstrationes patet quod lineæ extensionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ sunt b & c, productæ intra

corpus

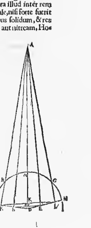
corpus diafonum, à cuius superficie fit refractio, intersecabunt perpendiculares punctorũ b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipsa linea, quæ tũc fit pars suę propriæ imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Posset quoq; ampliari modus iste demonstrandi ad alios situs lineæ uisæ, qui possent esse ultra centrum corporis diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis respiciente uisum, uidetur enim & tunc imago quandoq; maior re uisa præmisso modo, scilicet in alijs situbus ante centrum, ut cum linea uisa fuerit propinqua centro corporis diafoni, & si linea uisa b c fuerit perpendicularis super lineam a d 3, à centro uisus per centrum corporis productam, & lineæ extensionis formarum extremorum punctorum lineæ b c, secent corporis sphærici diafoni superficiem, & secent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, super superficiẽ corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisa. Si uero lineæ extensionis formarum punctorum b & c, fuerint contingentes circulum corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super superficiẽ corporis, uel secantes circulũ in eisdem terminis, tunc semper imago erit æqualis rei uisæ per 15. primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ b c, sicut quædam chorda arcus illius circuli, & si lineas extensionis formarum accideret contingere circulum corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquius superficiei corporis diafoni, tunc illæ lineæ cõcurrent cum perpendicularibus extra corporis superficiem, uidebiturq; imago lineæ b c, maior ipsa linea, & extra superficiem corporis secundum sui extrema extensa, quod si linea uisa b c, sit extra corpus diafonum, contingens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tamen pars lineæ a d, tunc imago eius uidebitur minor re uisa, quãdo cõcurrit inter ipsum corpus diafonũ, uel ultra illud inter rem uisam & superficiẽ corporis. Sed in assuetis uisibilibus nõ est aliquid tale, nisi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum, aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, & res uisa fuerit inter ipsum, uel si res uisa fuerit extra sphæram cristallinam aut uitream. Horum autem situum diuersitatem ex præhabitis principijs demonstrandum relinquimus ingenio perquirentis.



XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphęricis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebitur maior parti rei uisæ sibi proportionali.

Fiat dispositio quæ in 34. huius, & sicut linea d m, secet lineam k l, quæ est diameter imaginis in pũcto o. Erit ergo linea k o imago lineæ b 3, quoniam punctum 3, uidetur secundum perpendicularem a 3, per 3 huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a 3 & situs lineæ k o, respectu uisus a, est similis positioni lineæ b 3, respectu eiusdem uisus, & ambæ illæ lineæ æqualiter distant à cẽtro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erit sensibilis respectu uisus, imago itaq; k o, uidetur maior quàm linea b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in linea 3 a, quæ est ducta à centro uisus, & cuius pars est linea 3 m, exiens ab extremitate lineæ b 3, perpendiculariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumatur alia pars lineæ b 3, quę sit b f, & sit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f, & sicut supra ostensum est, patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li-



neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13 huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineæ f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes à pũctis lineæ b c, super superficiem corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b c, quod est 3, non propter hoc est perpendicularis super superficiem corporis, in qua est linea b c, & quoniam linea b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & linea k o est imago lineæ b 3, & linea l o, est imago lineæ 3 c, & angulus quem respicit linea k o, apud centrum uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, quàm quẽ respicit linea b 3, apud cẽtrum uisus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm linea b 3, & similiter linea k r, uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patẽt ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporum diafonorum oppositæ uisui fuerint planæ siue sphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differẽtia, quia in corporibus diafonis planarũ superficierum excessus magnitudinis imaginis super rem uisam est solum in apparentia uisus propter excessum angulorum secundum quos uidetur & imago & res ipsa uisa, aliæ enim imagines secundum ueritatẽ sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphæricis imago est secundum ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu propter angulorum excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus quàm respiciat ipsa res uisa, & sunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

XLII.

Omne corpus uisum in aqua cõprehenditur maius ꝙ sit secundũ ueritatem.

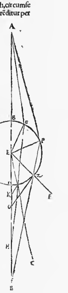
Quod hic proponitur, patet satis ex præmissis, sed & idem placuit experimentaliter declarare, & uniuersalem causam particulariter exemplare, assumatur itaq; corpus columnare longitudinis unius cubiti, & aliquantæ grossiciei, & sit album, ut manifestius in aqua possit distingui. Sintq; superficies eius basis planæ, ita quod per se super illas possit stare æqualiter super superficiem horizõtis, uel terræ, uel uasis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus super mediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, quia profunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebitur pars corporis intra aquam grossior quàm illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiei aquæ, est figuræ sphæricæ, & opponitur uisui, & centrum superficiei aquæ, quod est centrum uniuersi, ut aliàs ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculares semper est necessarium, ut patet ex præmissis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde & pauca, quales aquas in loco subterraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduam & Vincentiam, qui locus dicitur Cibalus nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago fit maior ipsa re uisa, licet illud quandoq; lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidens in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorum intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studij allexit.

Reui-

XLIII.

Re uisa ultra corpus diafonum sphæricum grosſius aere exiſtente, ita quod centrum uiſus & res uiſa & centrum corporis ſphærici ſint in eadem ſuperficie linea recta, comprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris multo maior re uiſa.

Sit centrum uiſus a, & corpus ſphæricum diafonum ſit b d z g, cuius centrum ſit e, & ducatur linea a e, quæ protracta ſecet ſuperficiem ſphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoque ultra punctum d uſque ad punctum h, tranſeatque per lineam a b d h, ſuperficies plana ſecans ſphæram, & ſit communis ſectio illius ſuperficie planæ, & ſuperficiei ſphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 23. huius, quod in linea d h, ſunt plura puncta, quorum formæ refranguntur ad uiſum a, ex circumferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d, fuerit continuus unius ſcilicet diafonitaris continentis lineam u h l, & ſi forma puncti h refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis p, manifeſtum eſt quod forma totius lineæ refrangetur ad uiſum a, ex arcu g p, & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a, ſeceturque linea g h, circumferentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaque puncti h, extẽditur per lineã h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extenditur ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc ſi corpus diafonum fuerit continuum & unum uſque ad punctum b. Si uero corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud circumferentiam ſphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem perpendicularis e h, & cum forma peruenerit ad pũctum m, refrangetur ſecũdo in partem contrariam perpendicularis quæ eſt e m c, & concurret cũ perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctũ k, perpendicularis e l, & ſimiliter forma extẽditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cum peruenerit ad punctũ z, refrangetur ſecundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e, ſit punctum cõcurſus o, ſic ergo refractio formæ quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctũ z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineã z o, forma itaque puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde ſecundo refrangitur à puncto g, per lineãg a ad uiſum a & ſimiliter forma pũcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrangitur per lineam z p, & in pũctum p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p per lineam p a ad uiſum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uiſum a, ex arcu g p, & ſi linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refrangetur forma linea k o, ad uiſum a, & erũt centra uiſus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractionis, & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ, forma itaque lineæ k o uidebitur multo maior ſeipſa, & erit figura formæ diuerſa à figura k o, hoc aũt poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra criſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis, & accipiatur corpuſculum paruum, ut cæra nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturque ſphæra criſtallina in oppoſitiõe alterius uiſuũ, & claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra sphæram, & aspiciatur medium sphæræ, & sit cæra opposita medio sphæræ in lineæ recta, uidebitur q; in superficie sphæræ nigredo rotunda in figura armillæ, quod si non uideatur talis figura, moueatur cæra ante & retro, donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cæra, & recedet nigredo, quod si cæram reduxerit quis ad locum & situm priorem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quã relinquimus studio perquirentis.

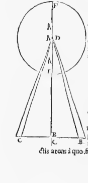
XLIIII.

Re uisa trans corpus diafonum columnare densius aere, itaq; centrum uisus, & centrum alicuius circuli corporis æquedistantis basibus columnæ, & res uisa sint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari grosioris diafonitatis q̃ sit aer circulus b g d z, & sit centrũ uisus a, & cætera ut prius in præcedente, dico quod forma lineæ k o, uidebitur duplicata quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum sibi æqualem, & sibi correspondentem ex arcu b d, in alia parte semichilindri, sed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g, cum fuerit circumuoluta circa a k, lineam immotam fixam, nõ transibit per illam lineam arcus g p, per totam superficiem columnarem, sed refrangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ, erit continua in una parte, & similiter in alia, nam superficies in qua sunt puncta l k, transiens per axem columnæ facit in superficie columnæ, quæ est ex parte uisus a, lineam rectam transeuntem per punctum b, & extensam in longitudine columnæ, & non refrangetur formæ lineæ k o, ex illa linea recta, nam linea k h, erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari, sed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur super alteram uidebitur ergo linea k o, habens imagines duas, quarum utraq; est maior quâm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a, quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a, est locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius, patet ergo propositum, non potest autem fieri huiusmodi refractio à superficie corporum pyramidalium, quoniam linea k a, non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum, uidelicet potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum, & de speculis pyramidalibus conuexis uel concauis, ostensum est in præmissis libris.

XLV.

Centro uisus existente in diametro corporis diafoni sphærici cõcaui densioris aere, & re uisa respiciẽte conuexum illius corporis, imago uidebitur quandoq; minor re uisa, quandoq; maior ut cum sit figuræ armillaris.



Sit centrum uisus a, lineaq; uisa sit b c, & sit corpus sphæricũ concauum densioris diafonitatis quàm sit aer, cuius centrum sit d, & diameter e d f, sitq; linea b c, extra conuexum illius corporis, & centrum uisus a, sit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod semper imago rei uisæ lineæ b c, erit minor ipsa re uisa. Si enim centrum uisus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72. primi huius, quoniam omnes lineæ extensionis formarum punctorum lineæ b c ad uisum a, erunt perpendiculares super superficiem corporis, quoniam transeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipse arcus refractionis, uidebiturq; imago curua minor re uisa. Quod si a centrum uisus fuerit in aliquo punctorum semidiametri e d, propinquioris rei uisæ, uel in aliquo punctorum semidiametri d f remotioris, adhuc semper lineæ extensionis formarum ad uisum secabunt perpendiculares ductas à punctis rei uisæ super superficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipsis punctis refractionum, hoc est in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonũ uel extra illud

uide bi-

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quandoq; irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis est minor rē uisa, & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quàm linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaq; in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa, eritq; eius imago quandoq; maior, ut cum sit figuræ armillaris. Si enim linea b c, situetur in diametro f d e tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanente fixa imaginetur illa figura circumuolui quousq; redeat ad locum, unde motus accepit principium, describetur per arcum refractionis quædam superficies armillaris in tota sphærica superficie corporis, à qua totali fiet refractio ad uisum. Eritq; locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superficiei refractionis, rē iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur à uisu ultra corpus diafonum sphæricum densius aere, cuius concauitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refractio tamen quæ fit ad uisum à superficie concaua cœli similis est isti nisi quod secundum illam non fit refractio nisi formarum sphæricarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uisæ figuratur diuersimode secundum figurā superficiei corporis à qua fit refractio ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ est semper in cōmuni sectione katheti incidentiæ, qui est perpendicularis à puncto rei uisæ productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisa, & lineæ per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uisæ exeat kathetus incidentiæ qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à superficie totius uisi corporis ad superficiem corporis diafoni, & hæc figura secat pyramidem radialem secundum quam fit uisio refracta, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & istarū duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formæ rei uisæ. Si itaq; superficies corporis à qua fit refractio formæ rei uisæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planæ superficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior quā sit forma rei uisæ uidebitur tamen semper multo maior re uisa. Quod si corpus à quo fit refractio fuerit sphæricum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritq; res uisa in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrum & uisum, tunc imago rei uisæ erit figuræ pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quæ sunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, & hæc imago quanto magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphæricam, semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem sphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tūc cum omnes katheti incidentiæ secent se in centro corporis, citra corpus imaginatū, duæ pyramides oppositæ, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maiorem re uisa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod si corpus diafoni sphærici concauitas fuerit à parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisæ, tunc idem per rationem qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis constringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis

diiata

dilatatur & amplificatur superficies, unde secundum hoc locis imaginum diuersificatis, diuersificatur & quãtitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui quàm ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni cõcaui quàm ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior à centro corporis quàm res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis sphæricis conuexis & concauis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis potest intelligi, uniuersaliter autem quando locus imaginis est superficies corporis diafoni à qua fit refractio, tunc semper imago induit figuram superficiei, à qua fit refractio, unde in conuexis superficiebus fit conuexa, in concauis concaua, in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuersificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono secundum diuersum situm eiusdem rei uisæ respectu uisus, unde forma eiusdem rei, ut pedis uel manus, quandoq; uidetur stricta & curta, quandoq; arta & longa, secundum quod perpendiculares à punctis illius rei ad superficiem corporis diafoni productæ illi superficiei incidunt diuersimode, sic enim uarie à lineis extensionis formarum intersecantur, & uariatur multiformiter imago, ut patet per 14. & 15. huius, horum quoq; omnium causa sufficienter patet ex præmissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisæ refracta ab aliqua superficie corporis diafoni, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione nõ fit quantum ad actum uidendi, differentia à simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius scientiæ, ubi diximus quod res secundum pyramidem uidetur, cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisæ, & ostendimus quòd tũc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde idem hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisis. Si enim homo comprehendit aliquid uisibile in cœlo, aut in aqua, aut sub uitro, uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisuum, nihilominus comprehẽdet illud uisibile, ambobus ergo uisibus, & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositũ, nõ enim uidimus in talibus aliquid ulterioris moræ dignum.

XLVIII.

Cristallo sphærica soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quæ post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitq; cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitq; ut superficies plana centra amborũ quæ sunt a & b. pertransiens, secet ipsam cristallum sphæricam secundum circulum per 69. primi huius, quæ sit c d e f g, dico quod si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sit media inter solem & rem cõbustibilem, ut stupam, uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro solis a, usq; ad centrum cristalli, quod est b, diffundi radius qui sit a b, cum itaq; radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundi huius, quia non refrangitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesq; radij soli superficiei sphæricæ cristalli æquedistanter medio a b incidentes, palam quoniam incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundi huius, patet quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis super superficiem cristalli, quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphæræ cristalli, fit autem ad illas perpendiculares refractio, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transeunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia æquali à radio a b, alij radij à corpore solis præcedentes corpori cristalli incidunt secundum angulos æquales per 43. primi huius, palam per octauam huius, quoniam secũdum æquales angulos refrangũtur, imaginetur itaq; radius a b, produci ultra corpus cristalli, & pa-

tet

tet quoniam à quolibet circulo corporis cristalli totius superficiei solis oppositæ refrangunrur radij ad unum punctum perpendicularis a b, sicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b, in aliquo itaq; illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus cristalli posito cõbustibili ignis accenditur in illo, si moram duxerit, omnes enim anguli refractionis ex aere ad superficiem superiorem cristalli unius circuli, cuius polus pũctus est secundum quem linea a b, secat superficiem cristalli, sunt æquales, & eorum radiorum anguli refractiõis à superficie cristalli ad aerem sunt æquales. & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto suæ refractionis super superficiem cristalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra superficiem cristalli, & quia illa pũcta naturalia latitudinem habent, patet quod ipsis radij plurimi concurrũt, possunt ergo rem combustilem ibi positam inflammare, quod est propositum, fore tamen portio sphæræ cristallinæ minor hemisphærio fortius inflammaret in loco centri sui polita re inflammabili, quoniam omnes radij totali illi superficiei sphæricæ perpendiculariter incidentes concurrent in centro per 72 primi huius. Sed in horum experimentatione est in maxima latitudo q̃ relinquimus ad talia curiosis.

XLIX.

Stellas cœli & lunam secundum refractionem à uisibus comprehendi instrumentaliter declaratur.

Instrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ est in loco circuli meridiei sit posita in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus à superficie terræ secundum eleuationem poli mundi super illius habitabilis horizonta, & in nocte obseruetur aliqua stellarum fixarum magnarum, quæ tamen peruenit ad circulum meridianum sic transiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & consideretur illa in ortu suo dum eleuatur super superficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui est plus æquinoctialis, donec fiat æquedistãs circulo magno cœli transeunte per polos æquinoctionalis, & per centrum corporis illius stellæ, & certificetur locus stellæ ex armilla, ita ut habeatur distantia stellæ à polo mundi. Deinde obseruetur stella donec ueniat ad circulũ meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquedistans circulo stellæ, ut prius, & sit in superficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur distantia stellæ à polo mundi cum stella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturq; distantia stellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis stellæ minor ipsius distãtia ab eodem polo tempore quo est in zenith capitis uel prope, patet itaq; ex istis quia uisus comprehendit formas stellarum orientium reflexæ & non recte, quoniam quælibet stellarum fixarum semper mouetur per eundem circulum, ex circulis æquedistantibus æquinoctiali, nisi forte secundũ motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus, Si itaq; uisus comprehenderet stellas recte non refracte, tunc uisus comprehenderet quamlibet stellarum in suo loco, & esset omni hora noctis eiusdem stellæ à polo mundi eadem distantia in uisu, cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoq; accidit in luna, si enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & distantiam à polo mundi notam, & item æquet ipsam pro tempore mediæ noctis, & sciat latitudinem eius & distantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus sui non accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimentationem per instrumentum, inuento uero loco lunæ per armillas dum est in meridiano circulo, erit distantia linea zenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunæ est meridiana maior, & cum est septentrionalis minor uera distantia eius ad zenit capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uisum recte, sed refrangitur in aliquo medio corpore secundi diafoni, quia nisi refrangeretur eadẽ eius esset distantia à zenith capitis per instrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum esset in horizõte nũc aũt differt, palã est ergo propositũ, quia omnes stellæ uidẽtur per refractionẽ.

L.

Diafonitas corporis cœlestis rarior est aeris & ignis diafonitate.

Disposito enim instrumento armillari ut supra, inuenienda est distantia alicuius stellarum à zenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiei a b g, & sit zenit capitis punctum b, & polus mundi sit punctum d, centrum quoque mundi sit punctus e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quę sit e b, pertransiens centrũ uisus experimentantis, quæ sit punctus z, sitque circulus h c, æquedistans circulo æquinoctiali, & polo ipsius qui est d. Eritque polus illius circuli h c, pũctus d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorum. Sitque circuli h c distantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiæ primæ, quæ est in ipso pũcto sui ortus, & sit locus stellæ in illa hora punctus h, sitque circulus alter qui k h g, æquedistans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia à polo mundi, quæ est d, sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora cõsiderationis, quæ sit stella existente iuxta zenith capitis in circulo meridiano quæ est a b g. Eritque circulus k b g æquedistans polo mundi, qui est d, & ualde propinquus ipsi zenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est zenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractionis, nam cum stella fuerit in zenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uisus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uisus z, ad zenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concauum sphæræ cœlestis, & super conuexũ sphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusque illarum sphærarum, uisus itaque propter perpendicularitatem lineæ z b, super sphæras aeris & cœli, comprehendet stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus cœli & aeris sint eiusdem diafonitatis siue diuersæ, quoniam ut supra ostensum est per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diafoni, forma itaque stellæ apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad uisum per medium corpus cœleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptum est uniformis, quoniam ignis plus difonus est aere, & ex lucibus cœlestibus nihil ad nos peruenit, uel ad nostros uisus, nisi per medias sphæras ignis & aeris, quæ quantum ad illud sunt sphæra, quasi una, stellam itaque existentem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uisus in suo uero circulo æquedistante circulo æquinoctiali super quem mouebitur ab initio noctis quousque perueniet ad circulum meridianum. Cum in circulo itaque k b g, fuerit stella in prima experimentatione, si autem circulus altitudinis transiens per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetque iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in puncto g, illi directe oppositæ, secetque circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellæ uidetur esse in tempore primæ considerationis, & quia distantia stellæ secundum uisum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quam in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaque h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi zenith capitis b, quàm pũctus k. Ducantur itaque duæ lineæ h z & k z, ad centrum uisus z, quia ergo stella comprehenditur à uisu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli b h k, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui sunt k b g & b h g, qui est punctus k, super terram comprehenditur autem à uisu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellæ peruenit ad uisum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ est inter stellam & uisum secundum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod uisus non comprehendet stellam quæ est in puncto k recte, comprehendet ergo ipsam refracte, & quia in corpore cœlesti propter homogeneita-

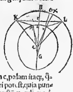


mogeneitatem suæ diafonitatis non potest fieri refrctio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio secundi diafoni, quod est aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à pũcto m, linea recta usq; punctum z, centrum uisus, quia ergo forma stellæ extenditur à stella per lineam k m, & refrangitur ad uisum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur, nisi occurrerit corpus diuersæ diafonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in præmissis huius libri propositionibus, ergo corpus cœleste in quo est stella, & differentis diafonitatis ab ignis diafonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, est in concauitate cœli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem cœsi concauam contingẽtem aerem uel ignem, & super superficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma stellæ extensa in corpore cœlesti per lineam k m, refrangitur in aere ad uisum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctum m, secaret lineam z m, elongans se à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concauæ superficiei ipsius cœli, palam quia illa refractio est ad partem in qua est perpẽdicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiem aeris, & quoniam neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere est aliquod corpus densum politum, à quo possit fieri reflectio, ut à speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formæ in medio secundi diafoni, corpus itaq; aeris est grossius corpore cœli, ut patet per 4. huius, & hoc est propositum.

LI.

Diametri omnium stellarum & lineæ determinantes distantias quarumlibet duarum stellarum in zenith capitis, uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quàm si directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & cõmunis sectio superficiei huius circuli, & superficiei cõuexitatis sphæræ cœli infimi per 69. primi huius, sit circulus m e z, erũt ergo isti duo circuli in eadẽ superficiei & cõcentrici. Sit ergo centrum ipsorũ quod est centrũ mundi punctũ g, sitq; centrũ uisus punctũ c, & ducatur à centro mundi g, ad cẽtrũ uisus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurret circulo meridiei in puncto b, secetq; circulũ qui est in superficie cœli cõcaua in pũcto e, erit itaq; pũctus b, zenith capitis quo ad uisum, sic itaq; k l, arcus cuius chorda k l, sit diameter alicuius stellæ aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per mediũ arcũ k l punctũ b, & secet chordã l k in pũcto p, arcus itaq; k b est æqualis arcui b l, & ducãtur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidã angulus secundũ quẽ uisus c, cõprehẽdit arcũ x l, quãdo ipsum recte cõprehendit. Sit itaq; ut forma puncti k, refrangatur ad uisum c, à pũcto m, circuli m e z, qui est signatus in cõcaua superficie ipsius cœli infimi, ut præassumptum est, & forma pũcti l, refrangatur ad uisum c, ex pũcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mũdi ad loca refractionũ, ducãtur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pũcti k, extenditur per lineã k m refrangitur ad uisum c, per lineã m c, & quoniã linea g m, exit à cẽtro ad circũferentiã, palam qer 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis sup superficiẽ sphæræ cœli incidẽs pũcto m, quod est pũctũ refractionis, & quia per premissam corpus cœli q̃d est z m, est rarioris diafonitatis q̃ corpus aeris, in quo est uisus c, palam per 4 huius, quia refractio quæ fit secundũ lineã m c, erit ad partẽ perpendicularis lineæ quæ est m g. Erit itaq; punctu m, inter duas lineas c b & c k, quia si pũctus m esset ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens à pũcto g ad qunctũ m, esset etiam ultra punctũ k. & ita cũ forma pũcti k refrangitur ad partẽ perpendicularis m



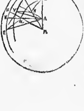
g, & nõ perueniret ad perpendicularẽ g e, ergo nõ perueniret ad uisum c, palam itaq;, q̃niam punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodẽ modo declarari potest, quia punctum z, est inter duas lineas e b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad q, punctũ circuli meri-

diani, & linea c z ad punctū r, eiusdē circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, qm̄ est ps eius. Sed angulus q c r est angulus p quē uisus c, cōprehendit arcū c k l refracte, & angulus k c l per quē uisus c, cōprehendet arcū k l recte, si ipsum recte posset cōprehendere, sed remotio arcus k l, à uisu est maxima qua propter quātitas eius uera certificatur, uisus itaq; per existimationē nō per certitudinē accipit remotionē arcus k l, sed existimatio uisus quādo cōprehendit refracte, nō differt ab existimatione eius quādo cōprehendit recte, nisi in hoc solū, quod putat se recte cōprehendere quādo cōprehendit refracte, uisus itaq; c, cōprehendit arcū k l, refracte ex angulo minori, q̄ ille angulus quo ipsum cōprehendit recte, & secundū cōparationē ad illam eandē remotionē, ad quā cōparat si ipsam recte cōprehenderet. Sed uisus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli respectu remotionis puncti c, quod est centrum uisus a, à superficie rei uisæ per 20. quarti huius, ergo comprehendit quantitatē arcus k l, refracte minorē q̄ si comprehēderet illam recte, & si figura in qua sunt puncta k l i b imaginetur circūuolui linea c b, existente immobili, describetur circulus secans meridianū circulū in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctū b, zenith capitis, & erūt omnes anguli qui sunt apud uisum c, contēti duabus lineis similibus lineis c k & c l inter se quælibet suæ compari æqualis, uisus ergo c cōprehendit formam arcus k l, refracte in omni situ in respectu circuli meridiei, cū fuerit in uertice capitis minorē, q̄ comprehēdet ipsam recte, & si linea c b, secuerit arcū k l in duo æqualia, tunc duo puncta q & r, erunt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pūcto c, secans stellam, & linea exiens à centro uisus c, in superficie illius circuli secabit circulū minorē ipsius stellæ, & comprehēditur quantitas eius minor q̄ sit, & sic tota stella uidebitur maior q̄ sit, omnis ergo stella uidetur minor cū est in zenith capitis q̄ si uideretur directe, & similiter est de omni distātia inter quaslibet duas stellas, cū zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distātia, cōprehēdetur etiā in omnibus suis positionibus minor, q̄ si directe comprehēderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciētis existens uidetur minor q̄ in alio loco cœli, & quanto magis remouetur à uertice capitis, tanto semper apparet maior, itaq; in horizōte apparet maior q̄ in alio loco, & hoc est cōmune omnibus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud semper sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarū distantijs, ut spaciorum cœli quæ sunt inter stellas magis q̄ in quantitatibus stellarum, nam quantitas stellæ quo ad uisum est res parua, & excessus suæ quantitatis res parua, sed magis comprehenditur diuersitas & excessus distantiarum, patet ergo propositum.

L I I.

Diametri stellarū uel lineæ stellarū distantiam determinantes, existentes in horizōte aut inter horizōta & circulū meridiei, taliter ut æquedistent horizonti, uidebūtur propter refractionē minores q̄ si directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrū quod est centrū mūdi sit punctus m, & sit cētrum uisus a, & zenith capitis punctū b, & ducatur linea a b, & sit diameter stellæ, aut distantia inter aliquas duas stellas linea d e, æquedistans horizōti, & sit circulus altitudinis trāsiēs p unā extremitatē diametri stellæ, aut distantiæ inter duas stellas circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens per alteram extremitatē diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens extremitatē diametri stellæ aut distantiæ sit circulus b e, cōmunes quoq; sectiones superficierum istorum duorū circulorum & superficiei concauæ cœli infimi sint duo circuli g h & g z, forma itaq; pūcti z, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g h, esto ut hoc fiat in pūcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g z, sic item in puncto z, ducantur lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m h, &



produ-

producatur linea m 3, ad arcum b e, in punctum n, & linea m h, producatur ad arcum b d in punctũ f, & quoniam linea d e, æquedistat horizonti, cũ sit quædam pars circuli æque distantis circulo horizontis, ut alicuius illorũ circulorũ qui Arabice dicatur Almucantara, palam per 68. primi huius, quoniam zenith capitis quod est pũctus b, est polus circuli d e, quoniam ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est æqualis arcui b e, per 27. tertij, chordæ enim illorũ arcuũ sunt æquales per 65. primi, linea itaq; m h, est perpendicularis super superficiem corporis diafoni cœlestis per 72. primi huius, quoniam exit à centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur à puncto h, ad uisum a, & erit eius refractio ad partẽ diametri h m p 4. huius, aer enĩ est dẽsior corpore cœlesti, ut patet per 48. huius, refringetur ergo ad partẽ cõtrariã illi, in qua est pars reliq̃ ppẽdicularis quæ h f, ergo h pũctũ refractiõis est altius q̃ linea a d, & similiter declarabitur q̃d 3 punctus refractiõis est altior q̃ linea a e, duo ergo puncta f & n, quæ sunt termini duarũ linearũ perpendicularium f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & zenith capitũ quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctũ h, est æqualis angulo refractionis qui est apud punctũ 3, per 13. huius, quoniã situs duorũ punctorũ d & e, respectu uisus a, est cõsimilis ex hypothesi, tantũ ergo distat punctus f, à pũcto d, quantum punctus n, à puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctũ t, & lineam a 3 ad pũctũ k, distabit itaq; punctus t, à puncto d tãtũ, quantum punctus k à puncto e. & ducatur linea t k, qui necessario erit æquedistans lineæ d e, per 88. primi huius, quoniam arcus e k, est æqualis arcui d t, ergo linea t k, minor q̃ linea d e, per eandẽ 88. primi huius, & lineæ a t, a k, a d, a e, sunt æquales, quia punctum a, centrũ uisus est quasi centrũ mundi, & omnium arcuum signatorum ut b d & b e, duæ lineæ a t & a k sunt æquales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor q̃ basis d e, trigoni a d e, ergo per 25. primi, erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundũ quem linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundũ quem linea d e, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

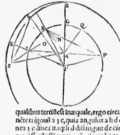
LIII.

Diametri stellarum aut lineæ determinantes distantiam stellarum in aliquo circulo altitudinis super horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quæ supra, & sit diameter alicuius stellarũ uel distantia aliquarũ duarũ stellarũ linea d e, quæ sit erecta in aliq̃ circulo altitudinis transeũte per zenith capitis, q̃d est punctũ b, q circulus altitudinis sit b d e, sitq; cõmunis sectio supficiei circuli b d e, & superficiei cõcauitatis sphæræ infimæ cœlestis, circulus a h 3, per 69. primi huius, & ducantur lineæ a d & a e, & refrangatur forma puncti d, ad uisum a, ex pũcto h, & forma puncti e, ex puncto 3, copulẽtur quoq; lineæ d h, quæ producatur ultra punctũ h, in punctũ n, & e 3, q̃ producatur ultra punctũ 3, in punctũ o, patet ergo ut in præcedẽte proxima q̃d punctũ h, est altius q̃ linea a d, & q̃d punctũ 3, est altius q̃ linea a e, ducãtur itaq; lineæ a h, h d, a 3, 3 e, m h, m 3, & protrahatur linea m h, ultra punctũ h, ad circulũ altitudinis in punctũ t, & linea m 3, ultra punctũ 3, in puncto k, erit ergo angulus refractiõis qui fit ex refractione formæ puncti e, ad uisum a, qui est angulus a 3 m, ualde paruus, quoniã linea a m, qui est semidiameter terræ respectu tantæ distantiæ, non est alicuius sensibilis quantitatis, ut alias declarauimus in scientia motuũ cœlestium, & angulus refractionis eius erit paruus sequẽs modũ illius anguli a 3 m, quoniã cũ aer sit densior corpore cœlesti, ut patet p 48. huius, palã p 4. huius, q̃m fit refractio ad ppendicularẽ quæ est 3 m. Erit ergo p 8. huius, angulus e 3 m, & similiter angulus b h r, acutus, ergo angulorũ a h d & a e 3, uterq; erit obtusus per 13. primi. Pũctũ itaq; 3, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate perpẽdicularis exeuntis à centro uisus, quod est a, super lineam b a, perpendiculariter superficiei horizontis insistentem, quæ perpendicularis imaginatur esse ducta in superficie horizontis, aut si fuerit

 altius

altius horizonte, erit altius illa linea perpẽdiculari, & punctũ h, erit semper altius pũcto 3, angulus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, q̃d patet si super punctũ m terminũ lineæ a m, fiat per 23 primi angulus æqualis angulo a m 3, qui sit a m p, ducta linea m p, ad periferiam circuli g h 3, facto quoq; angulo q a g, æquali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, linea a q sit æqualis lineæ a h, copuletur linea h p, in trigono erao h m p, duo anguli m h p & m p h sunt æquales per 5. primi, sed in trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, quod est maius latere a q, per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a. Relinqtur ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est autẽ per 4. primi, angulus a p m, æqualis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo per 8. huius, angulus formæ incidẽtiæ pũcti d, qui est angulus b h t, est minor angulo incidentiæ formæ pũcti e, q est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, per 13. primi, quia per 8. huius, minores anguli incidẽtiç minores habẽt angulos refractionũ, & ita angulus n h a, ek minor angulo o 3 a, relinquitur ergo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duæ lineæ m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duæ lineæ m h & m 3 sunt semidiametri



circuli g h 3, linea itaq; m t, est æqualis lineæ m k, & linea m h, est æqualis lineæ m 3, per diffinitionem circuli, linea itaq; h t, est æqualis lineæ 3 k q̃niã sunt remanẽtiæ linearũ æqualiũ ablatis æqualibus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo linea h d, est minor q̃ linea o 3, q̃niã linea continẽs cũ linea t h, angulũ æqualẽ angulo k 3 e, qui est maior angulo d h t, erit maior q̃ linea d h per 7. tertij, linea ergo d h, est minor q̃ linea e 3, & duæ lineæ a d & a o sunt æquales, similiter duæ lineæ a h & a 3 sunt æquales, quia punctũ a centrũ uisus, est centrũ circulorũ b d e & g h 3, triangulus ergo a h d, est minor triangulo a 3 e q̃m illorũ duorũ trigonorũ duobus lateribus existentibus æqualibus tertiũ est inæquale, ergo circulus cõtinens trigonũ a h d, est maior circulo continẽte trigonũ a 3 e, quia angulus a h d est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor q̃ linea 3 e, linea itaq; h d distinguit de circulo minore cõtinẽte triangulũ a h d, arcũ minorẽ arcui simili illi arcui quẽ relecat linea 3 e, ex circulo minore cõtinẽte triangulũ a e 3, angulus ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, cõmunis illis ambobus angulis, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e angulus uero h a 3, est angulus secundũ quẽ uisus a, cõprehendit lineã d e, per refractionẽ, & angulus d a e, est angulus secundum quem comprehenderetur forma lineæ d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, cõprehendit lineam d e, reflexe minorem quàm recte per 20. quarti huius, quoniam sub maiori angulo comprehendit ipsum reflexe quàm recte, patet ergo propositum.

LIIII.

Omnes stellæ uidẽtur rotundæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli, nisi quandoq; contrariũ accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellæ cõprehẽdũtur rotundæ, q̃m utreq; diametrorũ suarũ, scilicet lõgitudinis & latitudinis cõprehẽditur æqualiter minor q̃ si cõprehẽderetur recte, quilibet ergo suarũ diametrorũ decliuiũ cõprehenditur æqualiter minor per refractionẽ q̃ si cõprehẽderetur recte, stella ergo cõprehẽditur rotunda in omni suo situ, omnes quoq; stellæ cõprehẽdũtur minores per refractionẽ, q̃ si directe uiderẽtur, q̃m ipsarũ diametri cõprehẽdũtur minores, ut patet ex propositionibus præmissis, & hoc uerũ est, quantũ à parte refractionis, quæ fit in medio secũdi diafoni q̃d est aer, q est densius cœlo per 48. huius, in cœlesti itaq; concaua superficie fit refractio ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis super illam superficiem, hoc est ad lineam, quæ est semidiameter mundi per 4. huius, Diuersitas uero refractionis quæ fit secundũ distantiã stellarũ à polo mundi inuenitur

uentum paruæ, quia illi anguli refractiõis sunt parui, unde secũdũ ipsos non diuersificatur sensibiliter quãtitas stellaꝝ, sed magnitudo stellarũ & quãtitas distãtiæ ipsaꝝ ab inuicem multũ differũt, cũ sunt in horizõte, & cũ sunt iuxta zenith capitũ, uel in medio cœli propter sensibilẽ diuersitatẽ suæ refractiõis, & hic est error ꝑpetuus, qa causa eius est ꝑpetua scilicet uictoria raritatis corpis cœlestis sup aeris raritatẽ, accidit tamẽ quandoq; uideri stellas maiores una uice ꝙ alia, ut si uapor grossus sit inter uisum & stellas, tũc enim propter refractionẽ lineaꝝ extẽsionis formaꝝ stellarũ in illo uapore ad perpendicularẽ, & ꝓpter refractionẽ à supficie illius uaporis factã iterũ ad aerẽ, in quo est uisus, ꝗ refractio fit ab illa ꝑpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uidẽtur formæ stellaꝝ, sicut etiã accidit de denario sub aqua uiso, q uidetur maior ꝙ si in aere uideretur, huius autẽ quantitas uisiõis stellarũ maxime accidit cũ stellæ sunt in horizõte, aut ꝓpe illũ, & sic duæ refractiões subsequẽtes primã, q fit in cõcaua supficie ipsius cœli & fit semꝑ in omni stellaꝝ uisione, faciũt nouas immutatiões circa stellarũ uisionẽ, uapor enim ille grossus cũ fuerit in horizõte, aut ꝓpe, & nõ fuerit cõtinuus usq; ad mediũ cœli, erit ꝓportio cuiusdam sphæræ cõcentricæ mũdo, & erit supficies eius quę est ex parte uisus plana, ꝓpter ꝙd formæ aut distantiæ stellaꝝ, quæ sunt ultra illũ uaporẽ uidebũtur maiores ꝙ si sine illo uapore uiderẽtur, in illo enim loco cõcauitatis cœli ex quo refrangitur forma stellæ ad uisum, est forma stellæ, & ex ipso extẽditur ad uisum si nõ interuenerit uapor grossus, ꝙd si uapor grossus uisibus & stellis interuenerit, tunc extẽditur forma stellæ ad superficiẽ uaporis supremã, & refrangitur in illa ad perpẽdicularẽ. Deinde extẽditur ad supficiẽ infimã uaporis, & refrangitur ab illa ad aerẽ purum cõtinentẽ uisum, & fit illa refractio ad partẽ cõtrariam ꝑpendicularis exeuntis à puncto refractionis sup planam supficiẽ uaporis, sic ergo forma stellæ & earũ distantia uidetur maior ꝙ si uideretur post refractionẽ factam in concauo cœli à supremo corporis elementaris, nulla facta refractione in supficie uaporis ad aerẽ, q est sub uapore & sub densiore corpore rarior existens, & contines ipsum uisum. Causa uero propter quam omni uapore medio excluso uidentur stellæ & stellaꝝ distantiæ maiores in horizõte ꝙ in medio cœli aut prope, coadiuuatur plurimũ per existimationẽ uidẽtis, quoniã existimat stellas plus distare à uisu in horizõte ꝙ in medio cœli, existimans ipsum partẽ cœli, quæ est iuxta zenit capitis propinquiorem sibi ꝙ eam quæ est inter horizõtẽ, ut ostendimus per 14. huius, cõprehendit ergo uisus quantitatẽ stellæ, & quantitatem distantiæ, quæ est inter stellas cum fuerit in horizõte aut prope, ex cõpositione anguli sub quo fit uisio ad distantiã remotam, & cũ fuerit in medio cœli aut prope illud cõprehendit ipsarũ quantitatẽ ex cõpositione anguli æqualis primo aut ferẽ ad distantiam propinquam, inter quam & distantiam horizontis uidetur diuersitas maxima, & sic iudicat stellarũ quantitatẽ secundũ modũ ꝗ diiudicat quantitatẽ uisibiliũ consuetorũ, quæ enim à remotiori sub eodẽ angulo uidentur quo alia propinquiora, illa remotiora iudicantur à uidẽtibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro Hæc enim causa uisionis stellarũ est perpetua & immutabilis omnibus uidentibus cõmunis, & eodẽ modo accidit uidentibus in cõprehensione distãtiarũ ipsarũ stellarũ, nam formæ harum distãtiarum nõ diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt semper eodem modo se habentes, & uisus assimulat ipsas distantijs rerum assuetarum, quæ maxime distant à uisu super superficiem terræ ipsius, patet ergo propositum.

LV.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuaricationem formæ in loco imaginis ex motu subiecti corporis accedentem.

Quoniã enim ut patet ex ꝓmissis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet stellarum est in conuexo aeris uel ignis sub concauo cœli uisui ignem continentis. Horũ autẽ elementorũ quodlibet mobile est se per motu recto, utpote sursum ꝓpter leuitatem, quæ est in illis, mouetur autẽ ꝑ accidens motu circulari unà cũ motu diurno cœli, ꝓpter formã stellarũ ipsis incidentẽ necesse est diuaricari & distrahi, sicut ipsa forma uidetur aliqualiter locũ mutare ꝓpter motũ corpis in ꝗ uidetur, nec est diuersitas in isto siue lumen stellarũ per se ipsum diffundatur, siue fiat hoc propter reflexionem luminis solaris à stellis

stellis. Semper enim tam lumē per diffusum à corpore luminoso, quàm lumen ab alijs corporibus diffusum, quādo per refractionē uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est formam illam debilitatā diuaricatā & distinctā uideri propter motū corporis subiecti in quo uidetur, unde in his talis refractio luminis nō est causa, & huius simile est in aqua uelociter currēte, à cuius superficie formæ stellarū reflexæ uidētur plus scintillare quàm in ipso loco suæ imaginis refractæ per aerē uideātur, quoniā propter motū aquæ distrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexæ, propter quod & stellarū formæ plus moueri uidētur & ideo apparēt amplius scintillantes. Similiter quoque formæ stellarū in loco suæ imaginis tempore uētorū propter maiorē motū corporis medij plus scintillant. In planetis uero nō semper accidit scintillatio, quoniā licet plus scintillant, & in eis fit idē locus imaginis, & ipsorum formæ propter refractionē debilitētur, tamē propter propinquitatē ad nos uidētes non accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, perueniūt ergo formæ ipsorū fortes ad uisum, unde & locū imaginis suæ, quamuis corpus subiectū moueatur, penetrēt immote & sine omni diuaricatione, nisi forte aliquod corpus grossius aere uisibus & planetarū formis interponatur, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etenim propter incertitudinē motus illius uaporis præsertim cū à uentis agitatur, formæ planetarū quasi scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliquando & ipsam solē uidemus scintillantem in mane cum fuerit in ortu suo uisibilis secūdū spirituū uisibiliū resolutionē, propter quorū resolutionē & motū, sol semper aliquādiu aspectus uidetur scintillare & moueri forma eius, quoniā recipitur in spiritibus motis, qui propter uictoriā luminis cū fuerint in fine suæ corruptionis ab actu uisionis mutati, rarificātur super suæ naturæ cōsistentiam, unde mouetur motu sibi improportionato & insolito, fiuntque causa motus formæ uisæ, & tūc uidetur forma rei uisæ scintillare, sicut etiā accidit cū à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uisum, tūc enim propter improportionē illius luminis ad spiritus uisibiles fit motus illorū spirituū, & uidentur formæ illorū corporū scintillantes & motæ, quia recipiūtur in corpore cōmoto. Sic itaque scintillatio semper accidit omnibus stellis fixis, quoniam causa illius est perpetua, scilicet diuaricatio formæ suæ in loco imaginis accidens ex motu subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniens ut raro. In alijs uero corporū formis, quarū excellentia corrumpit sensum, non est propriè scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicē luminis immissionē, uel per reflexionē à corporibus politis, quia illa scintillatio nō accidit sensui ut est suæ propriæ dispositionis, sed ut est infimæ suæ corruptionis, etenim si habētibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouētibus, omnia moueri uideantur propter motū spirituū, sine regimine animæ discurrentiū non propter hoc dicerunt formæ rerum omnium scintillare, patet ergo propositū. Et quia secundum præmissos refractionum modos passiōes uisibilium infimorum & supremorum transcurrimus, restat ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

L V I.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus quàm in medio lumine sensibilius fieri est impossibile.

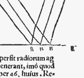
Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partē medij, uniformis erit extensio radij secundum lineam rectam per 1. huius secūdi, unde si nō aggregentur radij in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo corpore quàm fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur secundū extensionē ad motū linearum rectarum, lumine enim inæqualiter lato per unū corpus, & aliud, nisi fiat aliqua diuersitas ipsius luminis, nō magis in uno quàm in alio corpore sentietur, alijs circumstantijs in uisu & remotione existētibus æqualibus, quod si fiat diuersitas luminis in radijs respectu diuersorū corporū, ut patet per 4. huius, tūc in eo corpore in quo magis radij disgregantur minus luminis apparet. Si ergo in aliquo corpore plus luminis apparebit, necesse est in illo corpore radios plus aggregari, patet ergo quod nō aggregatis radijs corporis luminosi in corpore

pore non luminoso plus quàm in medio lumen sensibilius fieri in aliquo corpore qu... sit in medio unius diafoni impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpo... plus aggregentur quàm in medio, quod in illo corpore lumen sensibilius ꝗ in medio apparebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari palam est.

Istud patet per hoc, quoniam cũ radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In superficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur hc ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locũ, imò minus unum. Verbi gratia, sit ut in superficie una reflexionis quæ sit a b e, incidant duo radij à diuersis partibus diametri corporis luminosi, scilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit reflexio, quod sit b, & sint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta superficie ad utramq; partem, scilicet ea quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei corporis à quo fit reflexio, quæ sit d b e, erit angulus incidentiæ qui est a b d, æqualis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angulum incidentiæ qui est c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoq; a b, incidens efficiuntur unus. Sic autem est de alijs omnibus qui incidunt secundum pyramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in se duplicãtur, unde cum ipsi sint infiniti, quoniã solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt tot, quot sunt puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ipsi per reflexionẽ aggregantur. Sed & per refractionem in medio secũdi diafoni lumen aggregari per experientiam sensibiliter adhibitam patere potest. Cum enim ostensum sit quod in medio se-



cundi diafoni densiori aere à parte opposita superficie incidentiæ semper fit radiorum aggregatio, imò concursus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Refractio itaq; lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficie à quo fit refractio in profundum corporis densioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, essent linea una, angulum refractionis constituunt. Suntq; per 46. secundi huius, in una superficie quæ dicitur superficies refractionis, est semper orthogonalis super superficiem corporis in quo fit refractio per 2, huius, unde tales radij omnes sic sibijpsis incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum diafoni secundi dispositionem angulo refractionis ad angulum incidentiæ suæ uariato. In grossiori enim uel densiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrangitur & in uiciniorem punctum axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ suæ respectu eius, si secundũ idem punctum radius subtilioris diafoni incidisset, & ob hoc, ꝗniã angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ est communis sectio superficiei refractionis, & superficiei corporis in quo fit refractio, est minor in corporibus densioris diafoni quàm minus densi, patet quod in corporibus densioribus & radij plus aggregantur quàm in minus densis, per 8. huius, fit itaq; illorum radiorum aggregatio quandoq; propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem ut in 9 libro huius scientiæ per specula cõburentia ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus sermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoq; per refractionem, quoniam radij secundum æquales angulos incidentes per 8. huius, secundum æquales angulos refranguntur, & quandoq; cõcurrunt in puncto uno, ut patet per 46, huius, semper aũt in talibus & radij reflexi & refra

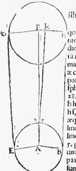
cti quodammodo in eadem parte medij se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autẽ per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc uisu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoq; in corporibus diafonis superficiẽ leuem habẽtibus densioribus aere propter leuitatem superficiei lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur sensibilitas luminis, quando ergo superficies talium corporum sunt leues ut politæ per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractio, ab eorum tamen superficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter, & propter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quãtus magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

LVIII.

Sine oppositione corporis densioris quàm sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, quĩa radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunquã reflectuntur uel refrangentur, sed semper ferentur in continuum & directum, ut patet per 1. secundi huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusione luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio nec refractio in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris q̃ sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, quoniam omnis reflexio uel refractio semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quẽ illuminatur à sole possibile est declarari.

Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos, & nos quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27 secundi huius, quĩa sol aspicit terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiei ipsius terræ. Sit itaq; circulus secundum quem terra illuminatur à Sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturq́; lineæ contingentes utrumq; horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaq; b c d e, terræ, est illuminata à sole, qui est maior hemisphærio, ducantur itaq; lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior q̃ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitq; h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33. primi, linea a k æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè secundum quod linea a b est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem qua semidiameter terræ est

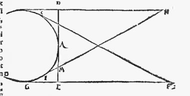
pars

pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem quā linea a f est 1210. partes, linea f k est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secūdum quantitatem qua linea a f est 60. partes, linea f k est 14. minuta, & 36. secūda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogoniō, qui est f k a, per 5 quarti, erit arcus quem subtendit chorda f k, quasi 13. minuta, & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quòd angulus rectus est 90. partes, arcus ergo c d 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c est rectus per 34. primi, angulus enim k h b, est rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærebamus.

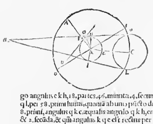
LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertingere, possibile est inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secat terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ est indiuisibilis, quia est minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane, e f e g, cuius uertex sit f, aer itaq; cadens intra hanc pyramidem nō illuminatur à Sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illū non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem quoniam ut patet per 54 & per 56. huius non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadent intra superficiem conicam pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum, sit qu oq; ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ suæ, quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usq; ad principium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclypsium lunarium patet quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersecet lineam e d, quæ est diameter horizontis in puncto m. In hoc itaq; puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex den



sitate aeris inspissati per naturam uaporum, quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex præmissis huius libri propositionibus, & per 1. secundi huius, punctum ergo m, est punctum altissimum in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describatur quoque consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora diei crepusculi, qui sit a b e d, qui per 69. primi huius, secabit sphæram terræ secundum circulum, qui sit e f g h, cuius centrum sit k. Sitque linea à centro terræ ad zenith capitum ducta quæ sit a e k, sitque linea b k d, perpendicularis super lineam a k, semidiametrum circuli altitudinis. Eritque linea b k d, diameter cuiusdam circuli, cuius superficies per 18. undecimi, erit erecta super superficiem altitudinis secans sphæram terræ in duo hemisphæria, nec est differentia sensibilis superficiei huius circuli à superficie circuli horizontis. Sit itaque corporis solis centrum in puncto c, eritque per attentionem Astronomicam, scilicet instrumentalem armillarum, uel Astrolabij, uel Tabularum, totalis arcus b c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horizontis ferè 19. partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. & quoniam diameter solis est quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, secundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ est semidiameter terræ. Erit quoque ut patet ex præmissis circulus l m, maximus circulorum corporis solaris, producaturque linea c k, à centro solis ad centrum terræ secans superficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16. secundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, solis scilicet & terræ, qui sunt l f n & m h n, secundum quas lineas per 27. secundi huius, continetur illuminatio solis & umbra terræ, producatur quoque linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ sit p o, seceturque linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritque punctum q, locus luminosus in tempore crepusculi, & quoniam punctus n, qui est uertex pyramidis umbræ, quia semper est in nadair solis, secundum motum solis declinat, & partibus suæ basis uicinius uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius solis cadit extra pyramidem, est summitas uapor eleuatorum à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad summitatem uaporum, signeturque punctus r, in superficie terræ, & ducatur linea k f.



Eritque arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quantitas, ut patet per præmissam, est 180. partium, 27. minutorum, & 52. secundorū, secundū quod totus circulus e f g h, est 360. ptes, erit medietas ipsius quæ est f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. secunda, hæc est ergo quantitas anguli f k g, secūdum quod 4. recti sunt 360. partes, sed angulus b k c, ex præmissis, & per ultimum sexti, est 19. partes, quoniam est angulus crepuscularis. Remanet ergo angulus c k h, 18. partes, 46. minuta, 4. secunda. & quoniam linea q e, est æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, quoniā ab uno pūcto ducātur eundē circulū cōtingentes, erit per 8. primi, angulus q k e, æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23 minuta & 2. secūda, & qm̄ angulus k q e est rectus per 17. tertij, erit angulus k q e, per 32. primi, cōplementū unius recti, hoc est 80. partes, 36. minuta, & 58. secūda, put 4. recti ualet 360 partes, & secūdū q̄d duo recti ualēt 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13. minuta, & 56. secūda, circūscripto ergo circulo ipsi trigono q e k, erit arcus quē subtēdit linea k e, 161 partes, 13 minuta & 56. secūda, chorda ergo eius quæ est linea k e, erit 118. partes, 23. minuta, & 20. secūda, 18. tertia, secundū quantitatē qua diameter q k, erit 120. partes, & secundū quantitatē qua diameter q k est 60. erit chorda k e, 59. partes, 11. minuta, 40. secūda, 9. tertia, ergo secūdū quātitatē qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes & 48. minuta, & quinquaginta secūda, ablata itaque à linea k q partibus sexaginta, quæ est quantitas lineæ q r, semidiameter terræ, remanet linea k q, quæ est summa uaporum ele-

uatio

uatio 48. minuta, 50. secunda, secundum illam quantitatem qua diameter terræ est 120. partes, & quoniam secundum Cosmographos maximus circulus terræ secundum milia ria est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circumferentia est 24000. miliaria, linea r q, 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuantur uapores secundum ipsorum consistentiam minus quàm 52. milia passuum, ut patere potest perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus comperit, nosq; in pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti. In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si locus oppositus sit obscurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter densiori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ipso fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam attestatur quod tempore pluuiali radij solis sæpe in aere disperguntur, & uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contrapositi ipsi soli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ densitatis in hyeme maxime flante austro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflectio secũdum formam circularem, & maxime uisibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum, cum uirtus uisiua propter debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicam aeris penetrare, sed ad uisum forma rei uisæ refrangitur ab aere modicæ densitatis, sicut ad uisus fortes refrangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu aliquis debilitatus, & non acute uidens propter ophtalmiam, uel propter aliud, uidet quandoq; imaginem suam in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post plurium noctium uigilias cum compulsus nocte sequenti equitaret, formam suam, hoc est uirum alium secum equitantem uidit, cum transiret quandam aquam, circa quã grossus fuit aer, & cũ staret stetit, & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cũ autẽ ad aerẽ serenum uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua. Et sic uisu debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius, ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam nõ in speculo, sed extra speculũ uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus dissolui in guttas, quia quælibet suarum partium fit quasi speculum, & ob hoc lumen reflectitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparsa, quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionem coloretur, patet ergo propositum.

LXII.

A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius sed etiam experimentis cõprobatur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad densius diafonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diafoni fit refractio ad perpendicularem, uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati, lucescente etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoq; lux aggregatur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde post talem inproportionatum tempori calorem & lumen insolitũ sæpius pluuia descen

dit. Ex quo patet quia nube in uaporem roridum resoluta refractio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen est in rariori diafono & incidit illis diafonis densioribus, diafonum quoq; in quo est uisus non multũ differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio sensibilis ad perpendicularem, q̃d si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerum in mari uisarum refractæ uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secũdo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidẽtur formæ illorum in concursu lineæ refractæ cum perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinem periferiæ uasis sine aqua ipsum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam sub maiori angulo uidetur. In aere etiam denso, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit, & ingrossatur, omnium rerum uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & omnia astra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingrossatum illis uisibus interpositum, uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 52. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiam peruenit quod si in loco imaginis uel inter imaginem & uisum ponatur uitrũ clarũ uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tunc enim imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rarius fuerint, forma se uisibus ita uicinante, quod ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem corporis diafoni rem ipsam uel formã refractam continentis. His ergo modis fit in propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refractio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido incipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore transmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim sparsam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refractio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinẽ, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficierum refractarum alterius super alteram eleuatarum, & si modicæ præeminentiæ sint, ita tamen quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet recte color ipsius rei uisæ, cuius forma reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi, quæ ab aqua uel aere grosso integre, scilicet quo ad figuram & lucem & colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantũ formæ luminis reflexi, patet ergo propositum.

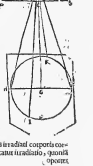
LXIII.

Omnis corporis sphærici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies æquedistat superficiei contingenti corpus radiosum sphæricum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphærici super superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis sphærici, possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnem huiusmooi irradiationem fieri secundum angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radiosum sphæricum, in quo sit circulus magnus qui b c d, & eius centrum

lit

sit punctum a, contingatq́ ipsum superficies plana, quæ sit f p, in puncto c, & sit superficies corporis illuminandi à corpore sphærico superficies g, quæ sit ex hypothesi æquedistans superficiei a p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphærici perpendicularis super ductt corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uerò in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in media superficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremum linea a f, super cuius terminum in puncto a, constituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ sit g a h, producaturq́ linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie, g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q sunt ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f & g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui sit g a k, productisq́ lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertij, lineam f h k secundũ quantitatem lineæ g f à puncto g. productam esse circularem, quia itaq́ irradiatio fit secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundũ alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continentes, ut est linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, quõ fit irradiatio secundum pyramidem rotundam, fit enim secundum figuram quæ describi possit per triangulum d g f, orthogoniũ, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locũ unde incœperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio, semper fit secundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficiei g, secundum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem, qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum radiorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum lineam circularem quæ sit terminus basis pyramidis uel parti basis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquedistet superficiei g p, contingenti corpus luminosum in b d, punctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipiunt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem planam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radiosi ad superficiem corporis illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius signum est irradiatio lunæ, quæ nunquam nisi in parte soli opposita illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solem respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspectus, aliam uero partem irradiatio solis nisi fortè per refractionẽ nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irradiando una base alteri inscripta applicantur, ideo tata superficies irradiati corporis corpus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã



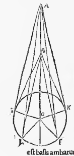
oportet

oportet ut tale corpus sit densius medio per quod lumē uenit ad ipsum, oportet enim q̄d tale corpus habeat aliquid densitatis, unde si lumē nihil haberet resistentiæ transiret nec corpus pertransitū irradiaret, aut etiam in ipso nō fieret reflexio uel refractio per 56 huius, & quoniam per reflexionē radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio q̄ in medio, nunc autem irradiatio in theoremate supponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatū esse densius q̄ sit corpus propinquū corpori luminoso, & exemplariter uero hic declarari potest per hoc q̄d in 37. secūdi huius, ostendimus, quia si per foramē rotūdū penetret radius solis, statim in corpore opposito ad basem applicatur, & in formā pyramidis lumē figuratur. Signū ergo est quod in quolibet radio corporis luminosi idē fiat, qui cū sint naturæ homogeneæ, eadem est natura in toto & in parte, & ad minus si illud nō sit necessarium semper fieri, est tamē possibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

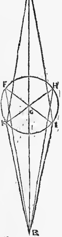
Si ad idem centrum uisus ab aliqua superficie fiat luminis refractio uel reflexio, necesse est extremum illius luminis superficiei uisus circulariter secūdum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uisus centrumq́ circuli basis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea consistere oportere.

Supposito quod aliquod corpus irradiatum sit inter uisum & inter corpus luminosum irradians & sit illud medium corpus diafonum ita quod radij refracti in centro uisus ualeant aggregari, aliter enim non uidertur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, superficiesq́ corporis irradiati sit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminosi super illam superficiem sit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & sit centrum uisus b, ducāturq; lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypothesi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, sed transit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi cōcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi superficiei ex hypothesi, qua autē ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uisus, eadem ratione omnes radij incidentes superficiei corporis f h i k, secundum circulum, cuius centrum est punctum g, refracte perueniunt ad centrum uisus, ut patet in 46. huius, sunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmissam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uisus nulli radij extremi cōcurrunt, nisi qui refranguntur secundum angulos æquales, sic ergo ut sit illa refractio secundum aliquos angulos extremos qui sint b f g & b h g, & b k g, & b i g erunt ergo illi anguli æquales, sed & anguli ad punctū sub linea b g, & sub lineis f g, h g, i g, k g, sunt æquales, q̄a sunt recti, sunt ergo trigona b g k b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, ipsorum latera sunt proportionalia, sed latus b g est æquale sibijpsi, cum omnibus sit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, sunt æqualia inter se, & latera g f, g h, g k, g i sunt inter se æqualia, ergo per nonam tertij linea h f i k, est periferia circuli cuius centrum est punctum g, & sic describitur in oculi superficie, fit ergo pyramis refracta, cuius uertex est in puncto b, à centro uisus, & eius basis est in illuminata superficie, estq́ alia pyramis illuminationis, cuius uertex est in puncto a, centro uisus, & eius basis est etiam circulus f h i k, patet ergo quod istarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i g k, sunt in eadem superficie ut prius, quoniam ab eisdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una est ergo superficies communis terminans istas duas pyramides quæ est circulus f h i k, & est basis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



secundum

ſecundum unũ punctũ qui eſt g, cũ linea b a, angulos rectos faciunt, angulus enĩ f g b eſt æqualis angulo f g a, quoniã uterq; ipſorũ eſt rectus, ex eo quod ſuppoſitũ eſt angulum a g f, eſſe rectũ, eritq; ſuperficies in qua ſunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter ſuper ſuperficies omnis refractionis, patet ergo unũ propoſitorum. Quod ſi centrũ uiſus fuerit inter corpus irradiatũ, & corpus irradians conſtitutũ, tunc eadẽ diſpoſitione manente, uiſi ſolo puncto b, inter a & g, puncta conſtituto, patet propoſitũ, ex eo quod tunc corpus irradiatũ non uidetur, niſi per reflexionẽ luminis recepti à corpore luminoſo, & ſemper angulus incidẽtiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius, quia angulus extrinſecus angulo a g f, in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui fit ad baſem trianguli b f g, pyramidis reflexionis, nec erit poſsibilis uiſio irradiationis, niſi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi ſecundũ æquales angulos reflexi radij à tota ſuperficie illuminati corporis cõcurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorũ pyramidis reflexionis, qui ſunt ad baſem æquales inter ſe per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinſeci pyramidis irradiationis, qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales inter ſe, omnes itaq; radij ad uiſum reflexi qui ſunt in eadẽ ſuperficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniã lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, patet per 9. tertij, lineam f h i k, eſſe periferiã circuli quod eſt ſecundũ propoſitũ, & quoniam linea b g, quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ, omnibus illis trigonis eſt cõmunis, & angulus cuiuslibet triangulorũ qui ſunt ad baſem æqualis eſt, alterius ſibi correſpondenti per 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt adinuicẽ æquales, ut declaratũ eſt prius, & ab ipſis fiet reflexio ad uiſum, quia erit per radios ad ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandẽ baſem, ſed diuerſæ altitudinis, quoniã punctũ b, qui eſt centrũ uiſus, poſitus eſt eſſe inter corpus irradians & corpus irradiatũ, & erit illa baſis cõmunis duabus pyramidibus, ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonalis ſuper omnes ſuperficies reflexionis, patet ergo quod correlarie proponebatur per 107. primi huius. Viſum eſt etiam quibuſdã ad propoſitam uiſorũ circulationẽ coadunare circulationẽ foraminis uneæ, ac ſi ad periferiã foraminis ſolũ radij incidant, & ſic in ſuperficie uiſus rotundentur, quod & ſi ſit aliquando poſsibile, nõ tamen eſt uniuerſaliter neceſſariũ, quia etiã cuicũq; parti ſuperficiei uiſus radij incidant ſecundũ angulos æquales, ſemper accidit neceſſario figuram uideri circularẽ, per 73. quarti huius. Ex iſtis itaq; manifeſte patet, quia & ſi tota ſuperficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis ſit irradiata, non tamen uidebitur niſi circularis pars irradiata, quando per reflexionẽ uel refractionẽ uidetur, quia oportet ad hoc quod uiſus ipſum iudicet irradiatũ, radios plures in centro oculi aggregari: non autẽ concurrũt niſi illi qui incidentes ad ſuperficiẽ corporis irradiati & reflexi ad centrũ oculi omnes æquales angulos conſtituunt, tales autẽ incidunt ſecundum circulũ, faciunt enim pyramidẽ, ut patet ex præmiſſa, & reflectũtur uel refranguntur neceſſario ſecundũ circulũ eundem, ergo ſuperficies illius corporis ſemper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uiſus illam irradiationem, niſi fuerit in puncto concurſus linearũ taliter reflexarum conſtitutus, & propter hoc in eadem ſuperficie irradiati corporis diuerſis uiſibus diuerſi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuerſis punctis non concurrunt, ſed in uno tantũ, & remotioribus maiores apparebunt circuli, ſcilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & ſunt exteriores in periferia baſis. Sic ergo pyramis interior, ſcilicet reflexionis uel refractionis inſcribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrumq; uiſus propinquius ſuperficiei irradiatæ minorem uidebit circulũ q̃ uiſus remotior, quoniam radij in minori circulo ſecundũ angulos minores incidunt, & ſecundũ angulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel ſecundũ minores angulos refranguntur per 8. huius, patet autem per 106. primi huius, quia ſecundũ quod angulus refractionis



ctionis uel reflexionis plus minuitur, secundum hoc angulus in uisu contentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis semper est acutus rectilineus diuisibilis, propter hoc angulus ad axem semper fit rectus per 89. primi huius. Ex præmissis quoq; patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius, quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli basis, & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erũt a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, coniunctæ sunt in linea una, eo quod f g, à termino ipsarum exiens cum ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipsum fiat reflexio uel refractio, patet propositum, quoniam semper centrum corporis irradiantis & centum oculi, & centrum circuli basis utriusq; pyramidis irradiationis, scilicet & uisionis sunt in eadem linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est possibile uideri irradiationem.

LXV.

Iridẽ ex reflexiõe & refractiõe radiorũ corporis luminosi uideri necesse est.

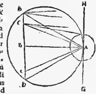
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ intersecans horizontem ad diuersas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi similia uidentur intentionem non principaliter facturi simus. Quoniam uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quod autem non aggregatis radijs corporis luminosi lumen sensibilius posit fieri in corpore non luminoso quàm in medio per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 54. huius imposibile esse, unde patet ex hoc quòd lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibilius fiat in aliquo corpore quàm in medio, quia uerò aggregatio radiorum corporis luminosi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ fit in corpore densioris diafoni quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 55. huius, patet itaq; generaliter quod luminis maior sensibilitas per reflexionem uel per refractiõem in omnibus uisibilibus causatur. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius sensibile peruenit ad uisum ut suppositum est in principio libri huius, ostensum est quoq; per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quod angulus secundum quem forma speculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo secundum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiam patet per 26. quinti huius, ducta perpendiculari à puncto incidentiæ super superficiem corporis politi ad quam reflexionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales, si itaq; forma iridis fiat in uisu, patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminosi ad uisum causari. Quod uero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminosi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, nisi in aliqua diafona materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoq; dictum est in 4. huius, quod in corporibus diafonis densioribus primo diafono, & si ab ipsorum superficie fiat reflexio semper tamen fit refractio ad perpendicularem, & sic lumen taliũ corporum superficiebus oblique incidens quasi secundũ unã lineã ad duas partes oppositas diuisum protenditur, fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio quæ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile, & sicut nubes alba, & lumen ab illorum corporũ superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actum minoris sensibilitatis faciat in uisum, sicut uidemus quod à corporibus albis quæ plus habent luminis sensibilior fit reflexio quàm à corporibus medio colore coloratis, hoc etiã patet per luminis profundationẽ in iridis generatione, cũ enim ea quæ solũ reflexionem luminis habent tantũ in superficie irradiẽtur. Materia iridis sensibiliter inuenitur in profundo irradiata, & ob hoc cõperit Philippus sodalis Platonis, & ut quottidie quoq; circa iridẽ deambulãtibus contingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutatur secundũ mutationẽ uidentis. sequitur enim fugientẽ ab ea, & illũ qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis ad dextrũ uel sinistrũ latus progressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed secundum reflexionẽ solũ uisa fugiunt fugientẽ & occurrunt accedenti, uidentur enim talia semp in cõcursu lineæ reflexionis ad uisum progrediẽtis, cũ perpendiculari ducta à pũcto rei uisæ sup superficiẽ corporis à qua fit reflexio formæ uisæ, ut patet per 37. quinti huius

huius, iris ergo non solū uidetur p reflexionē, sed etiā p refractionē luminis intra corpus à q̄ reflectitur, quāuis accedenti ad iridē uel ab ipso elongato ab alijs & alijs supficiebus corporū lumini obuiātiū fiat reflexio luminis ad uisum, qm̄ fuga iridis ,pgredieti ad eā & sequutio fugiētis ab ea, accedit ,pter diuersas reflexiões, quę fiūt ad uisum à diuersis partibus materiæ iridis, scilicet secundū q̄d uisus mutat pūcta, in q̄bus ab angulis basis unius pyramidis oēs radij in cētro ipsius occuli cōcurrūt, & q̄a tales bases sunt infinitæ, & puncta in q̄bus eorū radij reflexi in axe colligūtur sunt infinita, patet etiā quod p reflexionē multariā uidētur irides infinitæ secundū infinitatē punctorū in axe pyramidis occurrentis accedēti uel recedēti secūdū lineā eiusdē axi, uel etiā à latere exeūti secundū mutationē axis à centro corporis luminosi per aliū punctū suæ superficiei exeūtis, q̄ per illū quo primus axis exiebat, fit enim uisus ad latera sic mutāti noua pyramis & noua basis, aliudq̄ est punctū superficiei corporis luminosi per quod uenit radius perpēdicularis ad superficiem materiæ iridis. qui in ipsum cadēte centro oculi fit axis pyramidis utriusq̄, uidētur itaq̄ hoc modo irides infinitæ ad quamcunq̄ differentiā positiōis quis uidentiū motus fuerit, dū modo cōtra corpus luminosum nō moueatur, quod etiam si uerū sit per reflexionis naturā posse fieri, refractio tamen radiorū corporis luminosi semper augmētat lumē, ut uideri ualeat sensibilius à uisu, patet enim quod refractio radiorū corporis luminosi aggregat lumē, ut fiat magis uisibile, qm̄ propter refractionē radiorū circa eandē partē medij radius duplicatur. Similiterq̄ ipsorū radiorū reflexio lumē aggregat & ad uisum sensibiliter reducit, iris uero non fit nisi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, nisi occurrat uisui, ergo ad generationem iridis refractio radiorū corporis luminosi & reflexo eorundē necessario existunt, & hoc est quod in præsenti theoremate perquirere uolebamus.

LXVII.

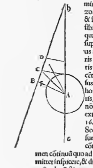
In uapore rorido iridem generari necessarium est.

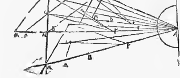
Quod hic proponitur patet, q̄a cū iris nō fiat sine lumine, immo luminis multitudine, lumē aūt nō aggregatur nisi ex reflexiōe aut refractiōe radiorū corporis luminosi, ut patet per 5. q̄nti huius, hæc aūt nō fiant, nisi tantū fiat obiectio corporis densioris aere puro p 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipsius generatio sine corpore irradiali, à cuius supficie possit fieri reflexio & refractio luminis incidētis, aliq̄d uero solidorū planorū ibi esse est impossibile, sed neq̄ aquā, qm̄ hæc curreret subito ad inferiorē locorū sibi possibilē, iris uero aliquo tpe manet, nec tamē posset in aqua cōtinua figura iridis generari, qm̄ lumē integrū reflecteretur à supficie aquæ ,pter cōtinuitatē ipsius aquæ. Iris quæ fit in aqua diffusa p remos, fit ,pter aquæ dispersionē, q̄a tūc remone ,p manu utitur nauta aquā rorans, & ob hoc cū aqua sic fuerit fusa in ipsa colores iridis apparēt, nō etiā potest esse q̄ sit aer grossus in q̄ iris generatur, qm̄ impresio luminis in aere nō efficeret colores iridis, sed faceret quandā albedinē, ut apparet in crepusculis matutinis in ipsarū principijs & etiā terminis crepusculorū serotinorū & uniuersaliter in similibus q̄buscūq; Non etiā potest esse uapor cōtinuus, siue sit eleuatus ad generationē nubis, siue sit in nubē cōdelatus. Esto eīm q̄d sit possibile à uapore cōtinuo nubē generari, ponatur ergo corpus radiosum, cuius centrū sit a, in circulo horizōtis, secetq̄ ipsum supficies orthogonaliter erecta sup supficiē horizōtis p cētrū ipsius corporis, & ducatur in illa supficie secante p centrum corporis luminosi linea h g. Huic itaq̄ supficiei secanti aut æq̄distat uapor cōtinuus irradialis aut nō. Si æq̄distat, sit linea eius supficiei b c d æq̄distans lineæ h g. Incidātq̄ sibi radij a b, a c, a d & sit linea a b ppendicularis sup supficiē uaporis quæ in se reflectetur per 21. quinti huius, & reflectētur etiam lineæ a c, a d, q̄a non sunt ppendiculares



qm̄ aūt angulus a c b est acutus p 32. primi, cū angulus a b c sit rectus, patet p 13. primi, q̄d angulus d c a est obtusus, ppēdicularis ergo extracta à pūcto c, nō cōcurret cū axe a b ergo nec radius reflexus, cū ergo centrū uisus ex 62. huius, necessario sit situ in linea a b, quæ est in superficie horizōtis, & centrū uisus sit centrū horizōtis, quæ sit punctus f, patet

quod lumen sit reflexũ centrũ uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus superficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter disposito iris nõ uidebitur, q̃d si uaporis continui superficies superficiei secantis corpus luminosum nõ æquedistet, sed cũ ipsa cõcurrat, si illæ superficies sub horizonte cõcurrant, idẽ accidit impossibile, & eodẽ modo deducendũ, quia & si hoc modo radios aliquos de sub horizõte ad uisum reflecti sit possibile, nõ tamẽ uisus illorũ passionẽ aliquã iudicabit, nõ enim uidẽtur ea quæ sub horizõte, cũ horizon sit circulus, q est terminator uisus, & cũ superficies horizõtis sit obliqua super superficiẽ uaporis, patet q̃d radius à cẽtro corporis luminosi perpẽdiculariter incidens superficiei uaporis cadit sub horizõte, oẽsq; radij nõ perpẽdiculariter superficiei uaporis ultra superficiẽ horizõtis incidentes reflectũtur ad partẽ cõtrariam cẽtro uisus in centro horizõtis cõstituti, nõ ergo uidebitur iris cẽtro uisus & superficiei illius uaporis taliter adinuicẽ dispositis, q̃d si non sub horizõte, sed super horizontẽ cõcurrant illæ duæ superficies, una uaporis, & alia secans luminosum corpus, tũc iterũ lumen ad uisum reflecti nõ est possibile, ex caussis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cũ sit extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto per 16. primi. ergo reflexio nunq; fiet ad uisum qui est in centro horizõtis. Sed etiã dato q̃d in aliqua præmissarũ dispositionẽ fiat reflexio ad uisum, q̃d tamẽ est impossibile, nõ propter hoc iris uidebitur, quoniam propter cõtinuitatẽ fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lumen cõtinuũ quoad uisum reflexũ ipsum debilitabit, nec in profundũ uaporis ipsum permittet inspicere, & dicit uulgus q̃d tale lumen est Sol aqueus, nec habet distinctionẽ aliquã colorũ, & etiam si dictæ superficies super horizontẽ cõcurrẽt, tũc iris reflexa uideretur ad zenith capitis sensibilis secundũ gibbũ circuli quo uidetur, q̃d totũ sensui est cõtrariũ, nec apparet uisui. In tali ergo uapore non est conueniens iridem caussari. Sed inter uaporẽ aqueũ continuũ, & inter aquã depluentẽ à nubibus est quoddã mediũ q̃d dicitur uapor roridus, & fit quãdo frigus cõdensare incipit uaporẽ aqueũ in formã propriã, scilicet aquæ reducere, tũc enim cõdensantur raræ partes uaporis, & fit partiũ uaporis distantia quæ rotundari incipiũt, nõ dũ tamẽ propter debilitatẽ agentis reducũtur ad formã propriam quæ sibi det motũ ad inferius, & tũc illæ uaporis particulæ fiunt quasi quædã parua specula in quibus solũ apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotũdari propter æqualẽ ex omni parte uirtutis cõdensantis actionẽ quonsq; materiã condenset, incidat lumẽ corporis luminosi, refrangitur ad posterius ipsius quilibet radiorũ sibi incidẽtium ad lineã perpẽdicularẽ à pũcto incidẽtiæ super superficiẽ illius corporis productam per 4. huius, & quoniam per 72. primi huius, illa perpẽdicularis transit centrũ illius corporis sphærici, patet quod radius refractus oblique cadet super superficiẽ illius corporis oppositã corpori luminoso, & aggregabitur lumẽ in profundo totius consistẽtis istorũ corpusculorũ propter refractionẽ factam in quolibet ipsorũ sicut uidemus in cristallo rotũdo, quoniam ultra superficiẽ illius posteriorũ fit aggregatio radiorũ in aere ad punctũ unum, ut patet per 46. huius, in quolibet autẽ istorũ corpusculorũ siue ipsa sint maiora guttis ex ipsis postmodũ uia condensationis generatis, ut quãdoq; possibile est fieri siue per modũ aggregationis ex pluribus corpusculis fiat gutta. In hoc enim quo ad iridis generationem nõ est diuersitas, quoniã in quolibet





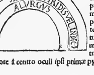
quolibet corpuſculorũ taliũ ſemper incidunt radij infiniti, quoniam etiam reflectuntur à ſuperficie ipſorũ corpuſculorũ ſecundũ angulos incidentiæ ſuæ, quos faciunt cũ lineis maiores circulorũ dictorum corpuſculorũ in puncto ſuæ incidentiæ contingentibus, qui anguli diuerſi ſunt, etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuerſi, ut patet per totũ ſextum librũ huius ſcientiæ, & radij incidentes facientes angulos cũ lineis contingentibus corpuſcula prædicta cũ lineis ſignatis in ſuperficie corpus luminoſum ſecante concurrentibus ſuperius horizonte, & interſecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctũ b, remotus à corpore luminoſo, ut in puncto m, quia anguli tales inter pyramidem obtuſi ſunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur, & in pũcto ubi talium radiorum plurimorum fit concurſus in axe inter corpus luminoſum & uaporem uiſu poſito uidetur lumen, & quoniam iſtorũ corpuſculorũ quædam ſunt in quo ſecundum æquales angulos, ut dictum eſt, radij incidunt à centro corporis luminoſi, tales autem radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti, cũ enim tota conſiſtentia uaporis ſit plena talibus corpuſculis, infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi concurrente, uel etiam æquediſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum ſecundum ꝙd reſpicit uaporis cõſiſtentiam, & in illorũ irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex eſt in centro corporis luminoſi, baſis uero in conſiſtentia uaporis roridi, & lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorum corpuſculorũ, qui cũ ſecundũ ſimiles angulos ſuæ incidentiæ reflectuntur ad uiſum aliam faciunt pyramidẽ, cuius uertex eſt in centro uiſus, baſis uero eadem cũ baſe pyramidis prioris, & eſt circulus ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 62. huius, uidetur autẽ illud lumen reflexũ continuũ propter uicinitatẽ partiũ uaporis, & eorũ diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu, qui protenſus ab illis fallitur propter ſui debilitatem, & ob hoc uiſus aggregatum ab omnibus illis corpuſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudicat tanquam unum, patet itaq; ex præmiſsis, quod licet tota conſiſtentia uaporis ſit radioſa, & forte tota irradiata ſuperficies ſit multilatera, tamen ſemper uidetur circularis, cuius ratio eſt, quia non uidetur niſi quod de ipſo ſecundũ æquales agulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis eſt reflexum, quando uero anguli ad baſem ſunt æquales, lateræ æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6. primi, ergo per 56. primi huius, centrum uiſus eſt polus, & ſuperficies ad quam illæ æquales lineæ terminantur eſt circulus, & ita uidetur iris circularis. Poteſt etiam exempli cauſa idem aliter declarari, ut ſi ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali conſiſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentem, illæ enim erũt in eadem ſuperficie ex 5. undecimi, eruntq; æquales ex 32. & ex 26. primi, ergo in pũcto concurſus earum in axe, eſt centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur, non uidetur totus circulus radioſus, quamuis in tota nubis conſiſtentia ubiq; lumen exiſtat, radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur ꝙ ſint anguli radiorum ad uiſum reflexorum ultra punctum uiſus ad aliũ locum axis reflectuntur, radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uiſum perueniunt reflectuntur, ad locum alium axis intra centrum uiſus concurrunt, & ſic neutri uidentur, niſi forte ab alijs uiſibus in locis ſuorum concurſuum exiſtentiũ, & propter hoc accidit moto homine in ante uel retro, aliam & aliã iridem uideri, qm̃ ſemper uiſus ꝓgredientis uel recedentis incidit in pũcta aggregationis diuerſorũ radiorũ, ſicut etiã accidit in hominibus diuerſis magis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationem diſpoſitionis, ſub eodẽ tamẽ exiſtẽtibus circulo meridiano, uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝓpter has cauſas uidetur circularis concaua, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ in eodem puncto concurrunt ad uiſum, unde uiſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & ſignum huius eſt, qđ accidit in ſuperficie plana aquæ, in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ, uel ſtellarũ nõ tamẽ uidetur niſi in puncto uel loco uno, à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminoſi uidetur à loco alio, à quo eſt ad uiſum poſsibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo diſtincto in cultello nouo uel ferreo polito, uel alio, quia ſemper re immobili exiſtẽte mutatur forma uiſa,

uisu mutato secundũ motũ quo possibile est ad oculũ reflecti, & in puncto alio nõ uidetur, aliud etiã signũ huius est, quia scilicet si aliquo existẽte radio solis per aliũ qui est extra radiũ transuersaliter spergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiũ, uisus eius qui est in radio forte nõ uidebit nisi colorẽ albũ, cũ tamẽ spargẽs cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis, sed cõfusos, nisi dispositio corpusculorũ radiorum sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radij existentẽ. Patet itaq; ex præmissis, q̃m iris in uapore rorido generatur. Signũ aũt illius est, quia modicũ stat iris, eo q̃d uapor talis cũ sit ex materia graui, iam ad formã grauis accedente stare nõ potest sup superficiẽ horizõtis, nisi moueatur ad centrũ grauiũ, quod est centrũ mũdi secundũ quod ei est possibile, & ob hoc etiam post apparitionẽ iridis quando operatione agentis cõdensatur materia, & reducitur ad formã potentẽ mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorũ quolibet in uapore prius separatorũ fit per condensationẽ materiæ gutta aquea descendẽs. Signũ etiam eius est quod dictũ est prius, q̃m aqua uaporose spersa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspicientes uident illud, quia radij incidentes guttulis diuersimode reflectũtur, patet ergo propositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autẽ dicatur, quia partes corpusculorum in materia iridis non sunt omnes omnino sphæricæ, non est uim faciens instantia, quia idem accidit omnino in non sphæricis, quod nunc dictũ est de sphæricis, nunq̃ enim fiet iris nisi multi congregati radij ad uisum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor est omnis iris.

Dubitatũ propter sui difficultatẽ ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim Mathematicorũ patuit figura & quantitas iridis, & sunt hæc ab ipsis naturalis philosophiæ inquisitoribus supposita, color tamẽ quẽ uidimus nondũ cõuenienter ab aliquo est pertractatus nisi per distinctionẽ materiæ iridis secundũ adusti, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motũ & possibilitatẽ rerum naturaliũ seruet & seruare ualeat intellectũ eorũ qui scripserunt talia duximus relinquendũ. Colores aũt iridis secundũ uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia enim totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas, patet quia ipse in aspectu uisui ad solem serenius & immixtius habet lumen mixtũ, tamẽ cũ colore uaporis qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidẽs est, sunt enim omnes nigri, natura aũt lucis est immiscere se coloribus rerum ad quas reflectitur. Est enim in principio secũdi huius suppositũ, lucẽ res coloratas transeuntẽ illarũ coloribus colorari, hoc eñ patet sensui, unde etiã lumen reflexũ secũ defert colorẽ rei à qua reflectitur ad uisum, sicut patet in radio transeunte per uitrũ coloratũ, cũ itaq; lumẽ de natura sua fulgidũ sit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo, necesse est ipsum per 15. quarti huius, uisui colorẽ præsentare puniceũ, & iridẽ in parte illa secundũ uisum colorẽ habere puniceũ propter fortitudinẽ uisus & plurimã ad ipsum in loco uicino reflexionẽ fortiorũ radiorũ propter uicinitatẽ corporis luminosi à quo fit impressio lucis reflexæ secũdũ lineã breuiorẽ, & quoniam tota nubes est luminosa, & lumẽ semper secundũ æquales angulos reflexũ à diuersis superficiebus in profundo nubis æquedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundẽ reflectitur uisum per superficiẽ prioris pyramidis uicinioris uisui, quoniã ut patet per 68. primi huius, circuli æquedistantes in eadẽ axe suos habẽt polos, & idẽ punctus est polus diuersorũ circulorũ patet, quia etiam lumen quod est in profundo nubis uidetur, quoniã uero illud lumẽ, est lumẽ refractum debile multo colori nubis qui niger est admixtũ, & q̃m uidetur qẽt pyramidẽ uisualẽ inscriptam ab eodẽ uertice ut pote à centro oculi ipsi primæ pyramidi uisuali secũdũ quã uiciniores radij, qui punicei apparent



apparent ad uisum reflectuntur, quæ ad minorem basem inscribitur, patet per 106. primi huius, quoniam anguli qui ad basem inscriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt anguli qui fiunt ad basem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radijs sub maiori angulo ad uisum reflectitur, unde radij minus lumini uniti sunt, & debilius uisui offeruntur, anguli etiam quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per eandem 106. primi huius, quoniam anguli qui fiunt per radios primæ pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in superficie, quod autem sub minori angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigesimam quarti huius, hoc autē patet experimentanti in lumine stellæ uel candelæ, quòd enim prius uisum est aperto oculo fulgidum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigrescere. Item quoniam à remotiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim siue protensio uisibilis à uisu est causa debilitatis uisus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remotior à corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lumini incorporatum plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscatum præsentat, & hoc quidem in coloribus iridis aliquam causalitatem habent, totalis uero causa omnibus huius coloribus uniuersalis immixto umbrarū ipsi fulgori luminis, quoniā enī ut patet per præmissam, uapor roridus est materia iridis, à cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum per undecimam secūdi huius, omnia corpora dēsa in parte luminoso corpori aduersam umbram proijciunt, patet quod radij reflexi à remotiorum corpusculorum superficiebus, umbrarum anteriorum corpusculorum nigredini se immiscent, & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum, & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscentur, secundum hoc diuersificant actum suæ luminositatis, in uarios colores, & huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisu ipsa manu uel alio umbroso, de sub manu in fenestrarum periferijs uidentur. Signum quoq; huius est magnitudo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarum palpebrarum colores iridis uidētur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarum causam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in collis anatum & pauonum, quæ secundum diuersam dispositionem diuersimode colorantur, crispitudo enim suarum pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permixte lumini diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias præmissorum causas nostro potuimus indagare ingenio, existentibus enim tantum 22. uisibilibus, nullum aliorum uisibilium præter umbram, & lumen horum colorum apparentium uisui uidetur esse causa, unde & hunc colorum iridis æstimauimus proximam esse causam, nullum tamen uidimus quem intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facilis omnes alij difficiles uisi sunt dare causas. Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmisimus ponentes, ut quædā adminiculātia huic causæ. Istis itaq; præmissis causis uel omnibus, uel pluribus, uel aliqd sensibiliter concurrentibus intersectione pyramidum reflexionis basium æquedistantiū tunc deficit iudiciū uisus, & lumē magis mixtū uaporis nigredini minusq; refractū, sub maiori quoq; angulo reflexū & sub angulo maiori uisum, & in minori distātia à seipso positū, & in materia grossiori radiatū, & umbris pluribus pmixtū uisus iudicat magis ab albo recedere q̃ puniceū, uideturq; illud lumen reflexū sibi iride seu prasium, & secundū colorem prasium plurimū pyramidū facta reflexiōe cū dictæ sensibiliter à prius entibus conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui color Alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisq; pluribus magis permixtus est q̃ prasius, & demum cum secūdum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uisis circūferentis basiū sensibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cū lumē amplius ad uisum sit dispositū nō reflectitur, fit nigrū, quod amplius permixtū lumen non uidetur.

Signum

Signum uero prædictarũ est,quia cũ aliquis postq̃ solem uel aliqđ corpus fulgidũ aspexerit,claudit oculos subito & fortiter,primo quiden obducto oculo pelle,quod prius uidit fulgidũ,uidebit puniceũ,deinde prasiũ,deinde purpureũ,post in nigrũ colorẽ forma lucis decidens exterminatur,& sic facto motu in uisu de albo ipso paulatim exterminato semper in propius nigro fit resolutio.Patet itaq; ex præmissis,q̃m iris fit tricolor, quorum colorũ supremus est puniceus,& color uiridis sub puniceo cõtinetur,q̃m color circũferentiarũ basium uiridiũ sub colore basiũ circumferentiarũ puniceaũ fertur ad uisum,& similiter color alurgus sub uiridi continetur eadẽ ratione,& sic uidetur unus arcus coloratus sub alio arcu cõtinuo colorato.Color uero xantus qui inter colorẽ uiridem & colorem puniceũ uidetur,in iride nõ est color distinctus ab alijs,sed ex cõmixtione uiridis & rubei uisibus occurrit,Puniceus enim color iuxta prasinũ uisus albus uidetur,q̃a & purpureus color iuxta nigrũ albus uidetur,uiride eñ per mixtũ est albo,& ob hoc color xanticus,quia propinquior est nigro q̃ puniceus,inter puniceũ & uiridẽ uidetur,unde etiã facta iride in nube nigerrima,color superior nõ est puniceus,sed xanticus uidetur.propter multã nigredinis uaporis cũ lumine p̃mixtionẽ,& resoluta nube q̃d prius uidebatur puniceũ,demũ albũ uidetur,prasiũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ,& alurgũ ad uiridẽ,& iam uidit quidã uir experiẽtiæ iridẽ totam albã,q̃d accidit propter materiæ raritatẽ,& luminis claritatẽ,& uisus optimã dispositionẽ in se,& in distantia p̃portionata ad rẽ uisam,uel forte,p̃pter uaporis plurimã grossiciẽ & densitatẽ,in quo non potuit lumen penetrare in profundũ sed fiebat à supficie uaporis reflexio,& p̃pter hoc lumẽ non recepit colorẽ à colore corpis sibi cõmixto,nec miscebatur nigredini umbraꝝ,unde reflexio faciẽs iridẽ in forma luminis reflectebatur sine admixtiõe nigredinis & umbrarũ.Signũ uero diuersæ apparitionis colorũ est q̃d uidet̃ in texturis purpurarũ,in q̃bus colores iuxta alios positi plurimã faciũt differentiã & mixtionẽ in uisu,nõ eñ idẽ uidetur purpureũ iuxta positũ albo & nigro,aut alicui alteri colori,& ex hoc p̃pter claritatẽ aliqualem quẽ color accipit à uicino sibi colore aliquæ fantasiæ colorũ in uisibus oriũtur.Sicut etiã accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus p̃pter admixtionem impuri luminis,& accidit eos peccare,& alius colores pro alijs accipere,colorũ alietate ex immixtiõe ipsius luminis generata,& sic nõ inconuenienter dici possit,q̃d medij colores iridis,à medijs pyramidibus secundũ dictas circũstantias & diuersarũ umbrarũ permixtionem cũ lumine generẽtur.Numerũ aũt colorũ iridis secũdũ antiq̃s in ternario decreuimus,extendũt eñ in tantum colorum nomina,aut color medius illius extrem coloris non habeat cum quo niger participat in natura,& sic iridẽ tantũ tricolorẽ esse necessario cõprobatur,nec possunt pictores tales colores plenarie simulare. De coloribus q̃ apparẽt in iride generata ex uapore aqueo sparso ore uel subtili artificio manu uel remo,tota causa dicta est cũ eñ lumẽ ad talia corpuscula incidit,& ab eis reflectitur ad uisum in radio positũ,uel in fenestra per q̃ incidit radius uerso occipite directe ad cẽtrũ solis,tũc lumẽ p̃pinquius reflexũ tanti est luminis,qđ remotius reflexũ lumẽ p̃pter admixtionẽ umbrarũ superiorũ corpusculorũ p̃pinquiorũ uisibus & corpori luminoso magis & magis obtenebratur secũdum modos prius dictos,uidebiturq; sic cõstituto uisu iris ex causis prius dictis rotũdata, taliter aũt uisu disposito ad radiũ uidebũtur p̃pter inordinatã reflexionẽ ad uisum colores iridis inordinati,q̃m illa reflexio cũ nõ fiat secundũ angulos æquales ad figuram iridis rotundam nõ p̃tingit,& secundũ qđ lumẽ corpuscula rorida cõtingit,sic secundũ aliquam reflexionẽ perceptam lumẽ colores uarios uisui inducit,sed quanto remotiores sunt radij à principio sub aggregatiõis in fenestra,tanto colores magis efficiũt opacos p̃pter plurimam umbrarũ immixtionem ipsi lumini reflexo.Inuenimus & nos diebus æstiuis circa horam uespertinã,uel modicũ ante circa.Viterbiũ in quodam præcipitio apud balneum,quod dicitur Scopuli,aquam uehementer præcipitari,descendentesq; ad uidendum quid in ipso posset accidere soli sibi opposito,uidimus iridem perpetuam sole circa aspectum illi debitum existente, & multas ex proprietatibus iridis notauimus,unde quia ea quæ prius scripta de iride fuerant,nobis non per omnia sufficere uidebantur, excepto eo quod inuolute scripserat Aristotelis,illud nobis principium cogitationis fuit,ut præsenti negocio studium applicaremus,patet itaq; propositum.

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis Solis uel Lunæ uel stellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uisum.

Impreßio, quæ græcè dicitur halo, & Arabicè Alileti, Latine dicitur corona, fit autem hæc impreßio in uisu ex incorporatione luminis in aliqua consistētia uaporis. Cum enim ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus ꝗ in medio lumen sensibilius fieri sit impoßibile, patet quod ad generationem halo necessarium est aliquē uaporem corpori luminoso & uisibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus communis interponitur uisibus, & corpori luminoso non potente illum uaporem cito dissoluere uel disgregare, tunc fit ad uisum refractio luminis secundum circulum per 62. huius, lumen enim secundum æquales angulos illi uapori per ignē & aerem incidens secundum æquales angulos refrangitur ad uisum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uisum, quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 14. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uisui quasi duplicatur, & peruenit uehementius ad uisum, & si forte uapor ille sit roridus distinctus per corpuscula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & quoniam idem radius incidens superficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto suæ incidentiæ super superficiem corporis, à quo refrangitur productam, & secundum extensionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. secundi huius, & quoniam radius incidens & refractus non sunt linea una, sed angulum continent. Ideo patet quia radius refractus refrangit umbram proiectam à corpore cui incidebat, quæ tamen est modica, quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condensato, ueruntamen quia retro uaporis illius consistentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uisum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uisus non est umbrarum nigredine permixtum, sed liberum ab illis, & propter hoc semper uidetur album uel forte modico, & indistincto colore aliqualiter rubeo secundum se totum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium, ideo illi radij sub actu coloris perueniunt ad uisum, fitq; distinctio colorum secundum modum diuersitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; solaris, sed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ est materia coronæ subito dissoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ uel stellarum primæ magnitudinis, quorum lumen illam consistentiam uaporum dissoluere non potest, à minoribus uero stellis non accidit halo propter sui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non potest. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere grosso, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium superiorum super infimas accidit uisibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præsentari, patet itaq; propositum.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à septentrionalibus uisibus non est poßibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purè Mathematicis sibi ad inuicem inscriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem causantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidum consequentur, semper enim oportet ut centrū uisus sit inter centrum corporis luminosi & centrum iridis, ad hoc ut illa impreßio uideatur, quam propriè iridem nominamus, licet aliæ impreßiones colores iridis simulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana à uisibus septentrionalibus uideri non ualeat, satis patet ex alijs, quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionē per se causantur, potest etiam occasionaliter id patere per hoc quod materia iri-

dis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel subtiliatur in aerem lucidum, à cuius superficiei non possunt fieri reflexiones, quæ etsi fierent tamē tenderent in partem in qua est sol, nec ad uisum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non possunt in tali loco causari, quia circa corpus luminosum cum semper magis sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis uisibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uisum per uaporem uel aerem densum aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus de generatione in præmissa coronæ, quæ fit ex refractione luminis solis quandoque, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui est materia iridis, per 64. huius, non sit lumen aliud irradians, unde etiam corona grossa apparente uisui, scilicet in grossa materia & spissa siue densa à forti lumine causata est possibile, ut in ipso aliqui colores iridis appareant uisu posito inter corpus luminosum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & causæ colorum iridis in loco tali concurrēt, & materia subest, iris ergo sic poterit apparere, forte accidit quod materia in qua plus meridionalis à uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utrisque habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex quolibet his quæ dicta sunt patere potest, quia quandoque ex fortibus solis radijs reflexis à nube aquosa integra ad locum in quo est uapor roridus à latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis, ut quando corporis solis nubes solida aquosa diametraliter compunitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obsistit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uisum, tunc enim colores iridis apparent siue recti, ut cum uapor recte opponitur uisui, & tales colores sunt in uapore raro aqueo permixto, quandoque uero apparent circulares, & fiunt quasi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uisum fit luminis reflexio, & uisus ad quem fit reflexio in eadem recta linea consistant, & quod superficies nubis à qua fit reflexio & superficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis super horizontem quasi in superiori hemisphærio concurrant, aliter enim uix fieret sensibilis reflexio ad uisum posteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpusculis paruis, de quibus sermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concursum superficierum intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis roridi in ipso pūcto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina sit circa solem, ubi radij solares fortes existunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, sed 4. simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinantem, & non erant irides in distantia 10. graduum à sole & omnes circulorum completorum & in superficiebus diuersis, & erant quædam quasi se extrinsecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipsa uapore ad uisum reflexum, nō est possibile fieri, nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem uisu in medio existente, unde in nostro habitabili non potest uideri iris ad meridiem, quia nō interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso, cursus enim stellarum erraticarum terminantur secundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostra habitabili septentrionalis fieri non potest, & hoc est quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs solaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij secundum mundi diametri

eius

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium lu-minosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, un-de eius radij uisui sensibilius offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibili-excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna à nobis distantia re-spectu lunæ. A sole autem iridem fieri cgnitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fie-ri est possibile, & hoc est sæpe uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sæpe of-fertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideretur secundum quod se offerunt agens & materia, apud me-ridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit di-spositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, fiunt autē irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizonta sic, ne radij solis uideantur, fiunt etiam in nocte, semper ta-men in opposito lunæ, habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamē sunt albiores coloribus iridis solis, cuius causa est, quo niam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, scilicet no-ctis & nubis, album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoq; aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albior uide-tur. & sic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris solis, umbræ enim radijs lunæ acciden-tes non sunt tam nigræ ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunę est pallidius lumine solis, unde colores ex commixtione sui informati inficiun-tur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet à quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tan-tum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunq;, quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus posibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est posibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scili-cet punicei & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalita-te media inter istos, & ob hoc patet quòd plures quàm duæ irides situ colorum differen-tes fieri non possunt, quia color medius non potest habere causam generationis alijs colo ribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quā doq; plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeum, dein de uiride, & deinde alurgum, & idem rubeū, & idem uiride, & demum alurgum, hoc acci dit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde ui-dentur quasi sint habitæ uel contiguæ, quod si in angulo sit diuersitas, ut quia exiens à uisu, transiens per gibbum iridis unius scilicet infe rioris, nō transit per gibbum superioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceum inferioris erit notabi lis differentia, scilicet alba, quoniā ab illa par te nubis propinquioris uel remotioris ipsi uisui quàm uidetur reflexionis ad uisum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem an



 gulo

gulo uidentur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquedistantes in uisu ipsorum periferiæ, & possibile est licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliã uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuicunq; sua in eodem tempore uisui occurrit. Impossibile autem est quod hic fiat in eandem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficiei fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficiei superioribus uel inferioribus periferia prędicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam fiunt â radijs magis distantibus â perpendiculari & remotioribus â uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapositi & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapositos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusq; utriusq; iridis color est prasinus. Interiorq; color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; causa aliqua esse posset si illi colores omnes in una nubis superficie uiderẽtur, quia tunc colores exterioris iridis per magnã distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendũ ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiosi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumq; basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuq; suo similem circulum describit, circulo motus solis scilicet ei paralello quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ â centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, palam quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta intersecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurret sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli ut per centrum uisus, qui est polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterũ illius circuli non transit, quælibet ergo pars superficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus â uisu elongatur



tur, & si ab ipsa reflecti accidat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum, qui à partibus eiusdem superficiei in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimā & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prassinos, supremæ uero Alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantiæ in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris contrapositi quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficiei fit reflexio improportionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficiei in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiscentur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat adscribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur athomi totum solis radium implere, & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quàm à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia horizontis positum fuerit, sic ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistens, adhuc radij exteriores ad uisum reflexum, sunt longiores respectu eorum, qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunq; posito exterioris iridis colores respectu colorum iridis interioris possibe est contrapositos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari, & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmisimus utimur pro principio ad propositum declarandum disponente, & si ipsum non sit circa causam, manifestum est enim quod illi radij cū sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producatur, & huius signum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium qui ad uisum in aliquo uno loco dispositū reflecti possunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus superior radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij præter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniā cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut à superficie improportionata adhuc uisui non est cōueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubi, alij uero radij posteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidūt quo ad uisum, cū sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiē ua-

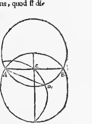
poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur,& ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt, radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibiliter nō poterant reflecti,& quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi,siue uapor ad quem sit reflexio in eadem superficie cū prima iride siue in alia superficie sit consistens cū radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis,ut declaratum est in 64.huius,angulos constituunt,fiunt triangulí,quorum anguli sunt in centro uisus,bases uero sunt lineæ interiacentes punicæ amperiferiam inferioris iridis,& puniceam superioris,& quod ab illis basibus nulla fit uisui sensibilis reflexio,tota ipsarum superficies uidetur alba,nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoq; modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē supremam,& quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores,ut supra patuit per 106.primi huius,ideo per 20.quinti huius,& anguli refractionum sunt maiores,altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt ,procreantes sibi similes colores,quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participant,qui ad corpus oppositū mixtum cum lumine transmittatur per 2.quinti huius,& sicut ostensum est per 55.quinti huius,quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra,& sinistra dextra,sic etiam accidit in ipsa reflexione eo loris istarum iridum contrapositos uiridi,colores quoq; secundæ iridis debiliores uidentur quàm primæ iridis,scilicet inferioris,quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidētes sunt debiles,& uisui propter distantiam magnam insensibiles,ut patet per penultimam quarti huius,& etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles,ut patet per 3.quinti huius,& per 10.huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri,quia nigredine umbrarum permiscentur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent,nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis propter illorum radiorum debilitatem,& forte ob hoc dixit Aristoteles,quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur,quamuis plures quandoq; uideantur,ut in præmissa declaratur,patet ergo propositum.

LXXIII.

Omnem arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidentem propriam iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet,quod quando superficies horizontis intersecet superficiem circuli iridis,tunc eorum communis sectio ex 37.undecimi,est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis,quoniam ut patet per 62 huius,& declaratum est in præhabitis centrū uisus est polus iridis,illius uero circuli altitudinis centrum,est centrum mundi & horizontis,ergo ipse transit per polos horizontis,zenith enim capitis est polus ipsius horizontis,linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius,ergo per 18 undecimi,circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis,& ipse transit eius cētrum,quoniam cum ipsi ambo sint circuli magnæ sphæræ mūdi ,patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cum per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis hæc enim sunt in eadem linea per 62.huius,transit ergo per polos circuli iridis,& secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circulū iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter , ergo illorum sectionē per æqualia secabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b,quæ producta circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducatur q; sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c,linea c d,quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis,& hæc linea c d,erit perpendicularis super lineam a b, per decimam

decimamnonam undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusque duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b, sitque communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b, subtendãtur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmissis quod ipsæ sunt æquales, ergo p 27. tertij, arcus iridis qui est a d est æqualis ipsius arcui b d, pars ergo periferiæ iridis quæ est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia est diuisa, quod est propositum. Vnde manifestum est correlarium pet pulchrum, scilicet quemlibet uidẽtem iridem propriam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super zenith capitis uariatur, patet enim quod diuersorum diuersa sunt zenit, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semper oculos uidentis est cẽtrum horizontis, si ergo aliquorum diuersitas sit secũdum distantiam latitudinis uniuersi tantum, tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi à corpore nubis secundum diuersa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipsorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, quæ si appareant in superficiebus diuersis æquedistantibus, tunc secundum æquales circulus iridis uideri poterit, & sequetur iris fugientem & fugiet sequentem, ut diximus in 63. huius, est tamen eis idem circulus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmissa arcum iridis qui est super horizonta, in duo æqualia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuidẽtia sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & signum huius est, quod si aliquis stans in radio solis auersa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frõtem suam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroque oculo distantem, quod si aquam secundo sparserit, & oculum dextrum clauserit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter distantem à centro sinistri oculi, arcum quoque iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauserit, tũc enim iterum uidebit arcum æquedistantem à centro dextri oculi, sinistrumque oculum secantem, ex quo manifeste patere potest, quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secundum uidentium mutationem, & quod materia sua est uapor roridus, & quod distinctio colorum nõ est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum cui color essentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.



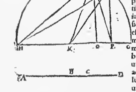
LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatæ iridis uideri.

Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ, quorum solummodo corporum ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidente in nostra terra, scilicet Poloniæ, habitabili, quæ est circa latitudinem 50. graduum, & quamuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existente in capite capricorni, ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minutorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoque sol uideatur in horizonte. Ponamus itaque solem in oriente cuius centrum sit a, fiatque iris in parte sibi opposita uisui intermedio existente, & erit illa iris ad occidẽtem per 67. huius, & sit centrum iridis punctũ b, ducaturque diameter circuli iridis trans superficiem horizõtis per centrum b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis, qm̃ per 62. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus, & centrum iridis necesse est in eadem linea esse, Eiusdem

uero

uero lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primã undecimi. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, & sit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octauã primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uterq; itaq; est rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorũ circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suum circulum diuidit p æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autẽ de circulo iridis est super horizonta hoc uidetur. Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentiæ, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demonstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo semicirculus unius altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ sit h m g, hunc quoque semicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in oppositæ solis interpositione centro uisus, secet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniã lineæ h k, k m, & k g, omnes sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales, & omnes notæ, quoniam mũdi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partiũ, producatur itaq; linea h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem potest angulus h k m, per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentũ ut per armilla uel per astrolabium, uel quadrantem, quo scito scitur angulus m k m, quæ si auferatur de duobus rectis, scitur angulus h k m, & sic scitur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cũ sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circumducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam intersecans, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontẽ in puncto n, duos itaq; circulos contingent lineæ k m & h m in pũcto m, in circulo altitudinis datum est, & lineæ h m & k m sunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ est proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadem est cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, esto ut sit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, sicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m, est maior quàm linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b est maior quàm linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantũ ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ, a b ad lineam b c, & quia quæ est proportio lineæ h m ad lineam k m, eadem est linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimã quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, sicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimã quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam



b c, erit

b c, erit nota, ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum, sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & linea a b est nota, linea b d est nota, sed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d sit nota, sed linea h k est nota, quia cum ipsa sit diameter horizontis, erit ipsa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & a b est maior quàm b c, ut patet ex præmissis, erit ergo b d maior q̃ a b, relinqueturq; c d maior q̃ b c, hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibuscunq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k est linea c d, illa erit minor quàm linea h k, uel quàm linea k g, abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit linea k p. Eritq; linea k p, secundum præmissa nota, copuletur itaq; à puncto p, ad punctum m, linea in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, eritq; necessario, ut quæ est proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod si dicatur hoc non est possibile, quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p, quæ sit p r, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p eadem est lineæ a b ad lineam p r, quæ aūt est proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem est lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimamsextam quinti, quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadē est lineæ k p ad p a, & sic lineæ c d, b c, a b, proportionales erūt lineis h k, k p, p r, sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadem est lineæ b d ad a b, ergo & in ipsarū proportionibus sic erit, q̃d sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineam p r, ducātur ergo lineæ h r & k r, fientq; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarū cōmunis est angulus r p h, & latera dictū angulū cōtinentia respectu diuersorū trigonorum sunt proportionalia, quæ enim est proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineā p k, latus minoris trianguli, eadē proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineā p r, latus trigoni p r k minoris, ergo p 6. sexti, illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4. sexti, latera ipsorū æquos angulos respicientia sunt proportionalia. Est ergo proportio lineæ h p ad lineā p r, & lineæ p r ad lineā p k, sicut lineæ h r ad lineā k r, secudū q̃ proportionē habet linea h p ad lineā p r, hāc habet linea b d ad lineā a b, & q̃ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & q̃ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypothesi, per 11. ergo quinti patet, q̃ q̃ proportionē habet linea h r ad lineā k r, hāc habet linea h m ad lineā k m, hoc aūt est impossibile & cōtra 56. primi huius, q̄niā in semicirculo q̄cunq; duabus lineis ductis ad q̄dcunq; punctū periferiæ. s. una à termino diametri, & alia à cētro, ut sunt in proposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdē punctis ad aliū punctū circumferentiæ q̄dcunq; duabus prioribus proportionales ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineā a b ad aliā minorē lineam q̃ linea p m, eandē habere proportionē q̃ linea b d ad lineam h p, uel q̃ linea c d ad h k, uel q̃ linea b c ad k p, sed neq; potest linea a b, habere illam proportionē ad aliquā lineā maiorē linea p m, q̄niā eadē est ratio, & eodē modo deducitur ad impossibile, ergo q̃ est proportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadē erit lineæ a b ad p m, & seqtur repetita priori demōstratiōe, q̃ ducebat ad impossibile. s. q̃ est proportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē sit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrū k, sub horizōte, proportionales lineæ p̄dictis lineis h m & k m, ducanť secundū modū 65. primi huius. Si ergo linea m p, sic perpendiculariter insistens diametro h g, tūc posito cētro p, secundū semidiametrū p m, describať circulus, q̄d si linea p m, nō sit perpendicularis sup diametrū h g, polo itaq; existēte pūcto p, p 65. primi huius, q̄niam ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis punctis similibus puncto m, ducatur circulus secūdum distantiā lineæ p m, qui attinget omnia dicta pūcta semicirculorū altitudinis in quæ cadūt prædictæ proportionales lineæ siue anguli reflexionū iridem causantes. Si em̄ dicatur q̄d nō attingat, accidet secundū præmissam cōtrariū 65. primi huius, quod est impossibile, potest etiā sic fieri, ut semicirculus h m g, sit medietas horizontis, & facta diuisione in pūcto m, intelligatur circūduci idem semicirculus, nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unum circumducere,

punctusq́ m, circumductus describet circulum iridis, qui est n m, circa centrũ uel polum p, secundum distantiam lineæ p m. Eruntq́ anguli à termino diametri, scilicet puncto h, & à cẽtro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus h m k, in tota circumductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus h m p, motu suo describet similes triangulos, & triangulus h m p similiter similes triangulos describet. Si itaq; linea m p, nõ sit perpendicularis super diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duodecimam primi Euclidis, super diametrum h g, cadetq́ illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g, ex aliqua sui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmissis, & similiter linea m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis, ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum o. Similiterq́ ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k o m, motu suo in omnibus superficiebus reflexionum æquales angulos causabit, punctũ ergo o, est centrum circuli reflexionis factæ ad uisum, cum ergo centrum iridis sit in horizontis diametro, medietas eius erit super horizõtem, quæ est n m, & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficierum horizontis & iridis, est diameter iridis. Idemq́ accideret si linea m p esset perpendicularis super diametrũ, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit. Sed tamen non est nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis luminosi secundum eius eleuationem, centrum circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximæ, scilicet ut sit horizon circulus h m g, cuius diameter sit linea m h, & centrum k, sitq́ circulus altitudinis transiens per zenith capitis & per centrum corporis luminosi, qui est l m n h. & sit centrum solis eleuatum super horizontem in circulo altitudinis in puncto n, & quoniam per 62. huius, centrum corporis luminosi, & cẽtrum oculi, & centrum basis pyramidis irradiationis semper sunt in eadẽ linea, cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea à centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea à puncto n, producta per centrum k, necessario cadens in aliquo punctum circuli altitudinis, qui sit l, & erit semicirculus altitudinis eleuatus super circulum horizontis, qui est h n m æqualis semicirculo n m l, & quoniam sunt medietates eiusdem circuli, ablato ergo communi arcu, qui est n m, erit arcus, qui est h n, æqualis arcui m l, sed pũctum l est locus centri circuli irradiationis, & punctum n, est locus centri solis, patet ergo quod quantum centrum solis eleuatur super horizonta, tantum centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimetur super horizonta, & hoc est primum propositum. Cum autem erit centrorum utrunq; in circulo horizõtis, medietas circuli iridis uidetur, ut in precedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimetur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est, si sit in horizontis parte occidentali, uel in quacunq; parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9 minutorum, his cum est sol in meridie in puncto tropici hyemalis in horizõte, & sic secundũ regiones diuersas uniuersale semper est propositũ theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniã enim si sol est in horizõte, semicirculus tãtũ uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet p præmissam, qđ quantũ centrum solis uel lunæ eleuatur super horizonta, tantũ centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tũc super horizontẽ semper pars iridis minor semicirculo uidet̃, sicut patet in alijs paralel-

parallelis in sphæra, per quorum centrũ non transit horizon. Hi enim in portiones inæquales sub horizonte & super horizõtem secantur, patet ergo cum corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit, aut in horizõte, aut super horizonta, quod nunquam completus circulus iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis à nube forti ad terram, uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum posſit fieri reflexio, tunc enim impoſsibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Datæ iridis semidiametrum inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum cõsistentia eleuari posſit, iam ostendimus in 58. huius, sed non secundum totam eleuationem illorum, posſibile est iridem eleuari, quoniam materia iridis est uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus. Si ergo datę iridis semidiametrum uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum: Accipiatur enim altitudo sua per instrumentum, circulię altitudinis suæ portio, siue arcus interiacẽs horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cũ arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione Almagesti posita rum, & extrahatur chorda arte consueta, critq; chorda inuenta diameter totius iridis, & ea diuisa per æqualia medietas ipsius erit semidiameter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quæ sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter non est iridis secundum cuiusdam alterius circuli æquedistantis iridi, sed maioris iride, hoc non obstat, quod illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud centrum mundi, quod tunc est centrũ uisus, unde quod de uno dicitur de reliquo potest intelligi, quo ad quãtitatẽ, & quia per taliũ diametrorũ proportiones habetur completa proportio iridis ad iridem, ideo talem diametrum, iridis diametrum appellamus. Si uero iris sit proportio minor semicirculo, accipiatur ipsius altitudo, & quia ut patet per 73. huius, tunc sol est super horizonta in eodem circulo, accipiatur altitudo solis, quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia cẽtri iridis sub horizonte est æqualis eleuationi solis super horizontem, coniunguntur isti duo arcus altitudinis, iridis, scilicet, & solis, peruenietq; arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta à centro corporis solis per centrum uisus & per centrum iridis ad ipsum circulum altitudinis, & hoc est nadair solis, & punctum superiorem circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturq; per æqualia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius propositæ rei causa patet secundum præmissa huius libri, quoniam enim ut patet per 63. huius, patet centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt, quæ est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, propter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis, palam ergo quod nullam facit diuersitatem in uisu erectio uel obliquatio superficię iridis super superficię horizõtis, quoniã semper linea pertransiens centrũ solis & uisus est erecta super superficiẽ iridis, & sic periferia iridis semp se habet uniformiter ad uisum quãtum est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod tamẽ hic proponitur, causam habet nõ ex reflexiõe, sed ex refractione, quia ut in 8. huius, declarauimus, diuersitas angulorũ refractionis causatur ex diuersitate diametris corporum diafonorum eiusdem speciei, maior enim fit refractio ad punctum perpendicularem in aqua grosſiori, quàm in aqua subtiliori, quia itaq; sole existente in periferia horizontis, aer est grosſior seipso, postmodum per luminis solaris præsentiam subtiliato, palàm quod in grosſiori illo aere minor fit refractio à perpendiculari, radij itaq; tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm postmodum aere subtiliato, ad propinquiorem ergo locum superficiei iridis fit aggregatio radiorum

incidentium superficiebus uisuũ ibi existentiũ, quàm fiat in aere rariori existente, subtiliato uero aere fit ad eosdẽ uisus à partibus remotioribus ipsius uaporis reflexio, non enim fit à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius, quũ medio immutato est ipsa refractio immutata, p 8. huius, fit ergo necessario reflexio à partibus uaporis remotioribus quàm prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quæ, ut patet ex præhabitis, est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatæ iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctæ semper faciunt gradus 42, quod per præsens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit, quandoq; minor quandoq; maior, secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut præostensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuersarum iridum semidiametri sunt æquales, posset tamen esse modica differentia, quæ forte per instrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non posit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento, uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quæ nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamẽ de præsenti theoremate magnam fecerit mẽtionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim centrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est æqualis, nec in hoc aliqs differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis, & palam ex præmissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte æquedistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partium 90 sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu sinus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum aũt sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æstiualibus ab æquinoctio uernali aut autumnale in consuetis nobis regionibus quæ sunt ultra clima quartum usq; ad finem nororum septem climatum, in meridie iris non apparet, & si in alia parte anni appareat quãdoq;, totum autem hoc diximus propter regiones quæ sunt extra climata, in quibus præmissa regula doctrinæ generali poterit cõmitti. In omnibus autem regionibus sole existente super horizontem in qualibet hora diei iris poterit apparere, præter quàm in meridie. In illis tamẽ horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & hęc sufficiãt pro iridis intento, quia Irim de cœlo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit secundum dispositionem materiæ, & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium consistẽtia ex duobus fit uaporibus, sicco scilicet & humido, ut

ut declaratum est in philosophia naturali, tunc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidum, aduritur siccum terrestre, ita quod lumen in ipsum penetrare non potest, ideo fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris, uel stellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunque disgregato subtili recipiente ingressum luminis solaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum, aliquantulum terrestre adusto, tunc in ipso recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in sero, & hæc significant pluuiam futuram, & si quidem fit in oriente in mane, defertur pluuia super homines illius habitabilis. Si uero fit, in occasu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemisperium subhomines uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, quoniam uero nubes depressa habet superius respersam purpureitatem obscuram ualde, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis, quæ iam incipiunt inflammari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosæ continentes materiam tonitrui, & similium. Quod si nubes sit rorans, & in fine suæ resolutionis, tunc illa nubes in se recepto lumine, quando que iridis acquirit colorem, & secundum sui uarias dispositiones fit multa uarietas colorū lumine nubibus præsente, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum propter densitatem secundi diafoni, siue reflectatur ad uisum à superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subtilem umbrosam uisibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundū illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propositum.

L X X X I.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inæqualiter distincta.

Virgæ dicimus extensiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij, interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisus nostros fit refractio radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafoni, & ob hoc quandoque ibi uidentur iridis colores secundum quasdam lineas rectas protensæ, eo quod habeant quandam subtiliorem, & quandam grossiorem consistentiam, in quibus permixtum solis lumen fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbrarum, quæ diuersimode immixtæ lumini colores diuersos uisibus repræsentat, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illā uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceus aut colorem alium habens uisus. Sol enim per cōsistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium, & alium præsentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideatur per nubem, sic quod fiat suorum radiorum ad uisus refractio, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur quandoque iridis color uirgatus, ut præmisimus, quando nubes secundum aliquid est spissa, & secundū aliquid rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoque uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaque fiunt propter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculorum, non propter figuræ anomaliam. Sunt enim quædam specula, quæ propter sui anomaliam figuras anomalias permutatas uisibus ostendunt formarū uisarum per ipsa, de quibus in nono libro scientiæ huius aliquis sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, quia specula nubis non sunt propriè ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem, quod conuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem, cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum,

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum solarium ad uisum ab æquali consistentia nubosa

Pareliæ dicimus quasi paria soli, elios enim Græce sol dicitur latine, & significat soles aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interposita soli & uisibus existente æquali secundum sui specula, neq; densiore, neq; rariore, neq; plus aquosa, neq; minus secundum suas partes, tunc radius solis illis incidens propter similitudinem & æqualitatem speculorum, & ipsorum regularitatem minus coloris fit fantasia, albi autem uidetur coloris propter spissitudinem consistentiæ & regularitatem ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nubem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisus maxime nube illa non existente aquosa neq; nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uisum, propter quod proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis cōsistentia apparere faciunt uisibus, fiuntq; pareliæ albæ, sicut etiā ab omni corpore polito reflectitur lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistentiæ, ut ostensum est per primam quinti huius. Sunt autem pareliæ magis signum pluuiæ quàm uirgæ, quia æqualis nubium consistentia, quæ est materia parelijs, signum est quod aer idoneæ habet se ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Australis aer facilius in aquam permutatur propter sui facilitatem in patiendo, quàm aer Borealis, qui siccior est propter frigoris constrictionem, ideo pareliæ Australes magis sunt signum pluuiæ quàm Boreales. Fiunt autem pareliæ sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel occidente quàm in meridie, quoniam sol existens in medio cœli soluit tales nubium consistentias, & plurimum segregat illas, & neque fiunt desuper solem, neque desubtus, sed à lateribus solis obliquis quæ sunt secundum polos mundi, & neque fiunt multum prope solem, quia à propinquo cito dissoluitur nubium consistentia, neque fiunt multum longe à sole, quia non est inde possibile reflexionem fieri ad uisus. Reflexio enim facta à paruo speculo subtilis est, unde longa protensa debilitatur, & euanescit antequam perueniat ad uisus, & ex eisdem causis non fiunt hæ pareliæ super solem, neque sub sole, quia prope solem existentes consistentiæ nubium soluuntur, remotæ uero distantes nō perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis situm est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistentia non soluitur, & tamen fit reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terram descendens illa nubis consistentia, quando enim nubes sunt nimis propinquè horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi radij non pertingunt ad uisus, propter distantiam minorem improportionatam reflexionem luminis, quoniam enim uisus sunt apud terram, patet quod tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uisibus. Sub sole etiam non potest fieri parelia, quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens dissoluitur cum radio solari remota uero nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter longitudinem distantiæ, quia si in altera solis esset consistentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uisum, ne tunc apparent pareliæ ipsis uisibus, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Ex cristallo exagona soli opposita colores iridis generantur.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionē ad perpendicularem ductam à centro corporis solis ad superficiem unius parallelogrami ex lateribus cristalli, & quoniam declarauimus in 27. secundi huius scientiæ, manifestum est, quod à sole illuminatur magis medietate chilindri sibi oppositi, si rotundum sit chilindrum, hæc autem in chilindro angulato esse non potest angulis uenientibus in diametrum corporis basem per æqualia diuidentis, tūc enim sola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed si corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem. Si itaq; superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractio fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiam hoc fortius euenit in corpore sphærico diafono nõ concauo, eo quod à superficie maioris partis totius illius corporis sphærici fit refractio ad radium, qui perpendiculariter incidit super superficiem corpus sphæricum contingentem æquedistantem superficiei secanti corpus solis per centrum secundum aspectum, quo ab ipso respicitur corpus illuminandum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diuersitatem superficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumine absq; coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam uel aliud potentiam actiuam in se habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonum soli oppositum sit plurimum superficierum quàm unius planæ, uel circularis, secundum eam, scilicet partem, qua soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unũ suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractio radiorum incidentium uni superficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiei, & tamen ex parte opposita lumini refracto aer, qui est corpus rarioris diafoni, occurrerit, refrangentur radij ab utraq; parte superficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta in corpore basem ipsius per æqualia diuideret, uel alia ei æquedistante, & in alio corpore denso illi corpori diafoni subiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut si corpus diafonum æqualium fuerit angolorum & superficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confusi, non plures, color, scilicet rubeus, & alius mixtus quasi uiridis, qui secundum cristalli uel alterius parui corporis dispositionem magis sunt intensi uel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli oppositam fuerint tres, ut sunt in cristallo exagona, tunc à qualibet superficierum oppositarum soli, quæ sunt 3. receptum lumen cuiuslibet superiorum trium superficierum redditur corpori opposito, ut terræ uel alteri corpori cuicunque fuerit, quæ tria lumina, quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnæ cristallinæ basem suam per æqualia diuidente uel ipsi diuidenti æquedistante, & fit uisibile lumen, illud nisi lumen solis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam secundi diafoni rarioris, scilicet aeris, dictum enim est in 4. huius, quod in medio secundi diafoni rariore existente refractio fit à perpendiculari, & est quasi quædam dispersio radiorum, apparent autem colores in istis luminibus si reflexis uel refractis propter mixtionem nigredinis coloris cristallini cũ lumine penetrante & propter ammixtiones umbrarum partium ipsius cristalli præminentium secundum acumen suorum angulorum, qui per 11. secundi huius, proijciuntur ad partem oppositam incidentiæ radiorum in partẽ aduersam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diuersitatem colorum, quando lumini permiscentur, quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis quo ad superficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorũ radiorũ fit aggregatio, color cristalli & umbræ commixtus reflectitur, quia ille radius magis est luminosus, tunc fit color rubeus. In alijs uero radijs secundũ sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarũ plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiũt autẽ tres colores, quoniã ex tribus superficiebus superioribus radij colligũtur ad quamlibet inferiorũ superficierũ, & color rubeus semper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis super superficiem cristalli in contrario situ generatæ iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs suæ superficiei incidit post reflectionem factam ex aeris intrapositi diafonitate, & tunc q̃niã tres irides generantur propter triplicem naturã refractionis in medio 2. diafoni rariori, ut præmissum est, & quia ter tria faciũt quadratũ, q̃ est 9. erũt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium superficierum superiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt specificæ differentiæ colorum, & fit istarum colorum per an-

 gulos

gulos corporis sensibilis distincti, quoniam & à linea angulorum quæ actu est indiuisibilis, reflexi uel refracti radij indiuisibiles, nihil sensibile producunt. Non autem fiunt isti colores iridis per cristallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum distinctio formaliter est tantum in uisu, sed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis, unde etiam causa ipsorum non est ad uisum facta reflexio, non enim uidentur per modum reflexionis, sed per modum simplicis uisionis, ut alia uisibilia, quæ uisui offeruntur, & à quolibet in eodem loco uidentur, fit itaq; colorum distinctio à figura corporis, quoniam à qualibet alia cristallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent, qui secundum situm colorum iridis non sunt distincti, & istius signum est, quod si accipiatur cristallus exagona, & duo eius superficies cæra rubea, uel alia tegantur, sic quod inter illas 2, tertia superficies maneat non opaca, tunc & tribus alijs soli transeunti per foramen non magnum oppositis, si locus operationis non sit aliàs ualde luminosus, & aliquod nigrum supponitur, tunc uidebitur etiam ex cristallo modica iris maxima & pulchertima, & coloris clarissimi, quod fit propter aggregationem totius luminis ab omnibus superficiebus superioribus ad inferiores incidentis, quæ, ad locum uicinum unicum aggregantur. Si uero illæ superficies 3, quæ nunc soli fiunt oppositæ inferiores fiunt, & econuerso aliæ 3, superiores, tunc iris quandoq; una, & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum istum locosum reuoluerit, inueniet quæ hic scripsimus plura, quàm per nos in tali solatio sunt inuenta, & si unam ex 6, superficiebus dictis experimentans opacauerit, ille simila per reuolutionem cristalli ad diuersos situs inueniet, & si cristallum oculo opposuerit, sic ut 3, non opacatæ superficies ad oculum uertantur, & omnes 3, oculo oppositos illam cæram rubeam uidebit, & si reuoluerit cristallum coram oculo, plures occurrent diuersitates, quas generationibus colorum applicare quis poterit, semper considerans umbrarum immixtionem, quoniam eadem est natura reflexionis formarum ad uisum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim defertur color uel forma uisibilis ad uisum, nisi per naturam lucis quæ est in ipso, poterit'q; per experientiam his dictis multa addere diligēs inquisitor, patet itaq; propositum.

LXXXIIII.

Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur soli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum est quod proponitur, uidentur enim in superficie corporis suppositi illi corpori, ut in terræ superficie, uel in alio corpore, colores similes iridis coloribus, quorū generatio est propter uarias luminis solis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem subiectum, quorum refractionum anguli sunt diuersi, ut patet per 8. huius, secundum hos itaq; refractionum modos cū admixtione coloris ipsorum corporum diafonorum, & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffusum, uel forte irregulariter secundum corporum diafonorum conuexas, superficies uarias uisui præsentant colores distinctos secundum præmissas causas. Quod si uas illud extrinsecus aqua perfusum fuerit, pulchriores uisui præsentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & similiter numerus umbrarum, non sunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uisum per reflexionem quamcunq; colores iridis, sed uidentur directe, sicut & ipsum lumen & alij colores, patet itaq; propositum.

LXXXV.

Speculo quocunq; sub aqua soli exposito figura solis uidebitur quasi duplicata.

In ſpeculo enim reſpectum lumen radiorum ſuper ſuperficiem aquæ perpendicularium, ſuperficiei uero ſpeculi oblique incidentium, reflectitur à ſuperficie ſpeculi ad uiſum in loco reflexionis exiſtente, & ſic offert uiſui figuram ſolis, lumen uero radiorum oblique ſuperficiei aquæ incidentium refrangitur in ſuperficie aquæ ad perpendicularē ductam à puncto incidentiæ ad ſuperficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma refracta peruenit ad ſpeculi ſuperficiem, tunc ab illa ſuperficie, cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uiſum, apparentq; duæ figuræ ſolis, una maior propter ſimplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem, quæ in medio denſiori minuit figuram poſtmodum reflexam, uideturq; illa ſecunda figura ſolis quaſi ſit corpus ſtellæ ſequentis corpus ſolis. Eſt autem & ipſa forma ſolis quod patet, quoniam & extra radium ſolis cum figura ſolis à ſuperficie ſpeculi per ſe non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & ſi planè ſpeculum ſuper aquam deducatur in ſolis radium, tunc eadem numero forma, quæ prius ſub minori lumine fuit uiſa, uidebitur amplius quàm prius luminoſa, & ſecundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figuram ſolis, patet ergo propoſitum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ ſuffragante præſidio tres propoſitos uidendi modos ſecūdum omnem ipſorum quatenus potuimus diuerſitatem tranſcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere poſsibile nobis eſt, ad illas tamen quas poſſumus gratiarum actiones conſurgimus ei, qui uere trinus & unus eſt, ſoli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æſtimantes, cui ſit honor & gloria per infinita ſecula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctiſsimi περὶ ὀπτικῆς ſeu Perſpectiuæ libri decimi, & ſic totius operis continentis propoſitiones 805, finis.